

۱۲۶ دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $y = x + 1$ و $2x - 2y = 3$ هستند، مساحت این مربع کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۲

$\frac{25}{4}$ (۴)

$\frac{25}{8}$ (۳)

$\frac{9}{4}$ (۲)

$\frac{9}{8}$ (۱)

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$2x - 2y - 3 = 0$$

$$x - y + 1 = 0$$

$$2x - 2y + 3 = 0$$

$$\text{فاصله دو خط موازی} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 - (-3)|}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{8}}$$

$$S = a^2 = \left(\frac{5}{\sqrt{8}}\right)^2 = \frac{25}{8}$$

۱۲۷ نقطه $A(7, 6)$ رأس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $2y - 3x = 11$ و $3y + 4x = 8$ می باشند. مختصات وسط قطر آن کدام است؟

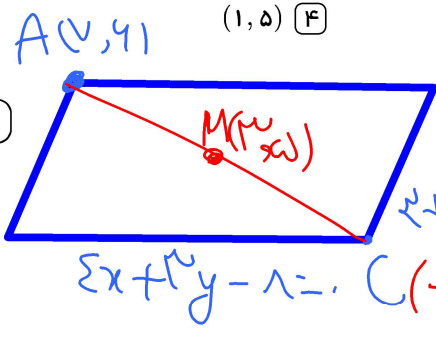
مرجع: سراسری - ۱۳۹۰

$(1, 5)$ (۴)

$(3, 5)$ (۳)

$(3, 4)$ (۲)

$(4, 3)$ (۱)



$$\begin{cases} -3x + 2y = 11 \\ 4x + 3y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -12x + 8y = 44 \\ 12x + 9y = 24 \end{cases}$$

$$17y = 44$$

$$y = \frac{44}{17}$$

$$x = -1$$

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۲

۱۲۸ مساحت مثلثی با سه رأس به مختصات $A(2, 5)$ ، $B(3, 0)$ و $C(0, 2)$ کدام است؟

$7,5$ (۴)

7 (۳)

$6,5$ (۲)

6 (۱)

A	2	5
B	3	0
C	0	2
A	2	5

$$S = \frac{1}{2} |(0 + 6 + 0) - (10 + 0 + 2)| = 7,5$$

۱۲۹ مثلثی با رأس‌های $A(1, 5)$, $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۹

$A(1, 5)$

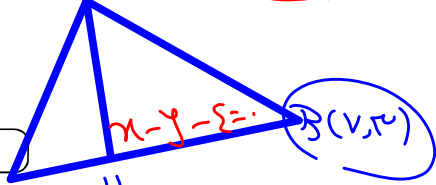
$4\sqrt{2}$ (۴)

(۳) ۵

$3\sqrt{2}$ (۲)

(۱) ۴

$$AH = \frac{|1 - 5 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$



مرجع: سراسری - ۱۳۹۹
 $m_{BC} = \frac{3 - (-2)}{7 - 2} = \frac{5}{5} = 1$

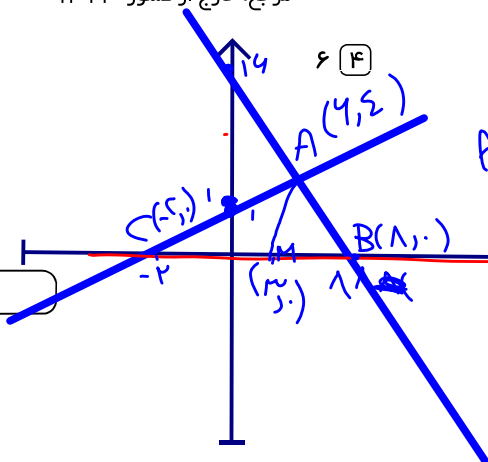
$m = 1$ $B(7, 3)$

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = 1(x - 7)$
 $y = x - 4$

۱۳۰ اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات $y = 0$ و $2y - x = 2$ ، $y + 2x = 16$ هستند. اندازه میانه نظیر ضلع افقی

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

این مثلث در صفحه مختصات کدام است؟



$AM = \sqrt{(4 - 3)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

$2x + y = 16$

$-x + 2y = 2$

$y = 2$

$y = 2$

$x = 4$

۱۳۱ دو ضلع یک مستطیل منطبق بر دو خط به معادلات $2x - y = 7$ و $2y + x = 6$ و یک رأس آن نقطه‌ی $A(8, 5)$ است. مساحت این مستطیل کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۰

۱۲٫۸ (۴)

۱۱٫۴ (۳)

۹٫۶ (۲)

۷٫۲ (۱)

Handwritten solution for Question 131:

Diagram: A rectangle with vertices A(8, 5), B, C, and D. The line $2x - y - 7 = 0$ is tangent to the rectangle at vertex B. The line $2y + x - 6 = 0$ is tangent to the rectangle at vertex D. The distance from A to the line $2x - y - 7 = 0$ is calculated as $AB = \frac{|14 - 5 - 7|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$. The distance from A to the line $2y + x - 6 = 0$ is calculated as $AD = \frac{|18 + 10 - 6|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{12}{\sqrt{5}}$. The area is $S = \frac{1}{2} \times \frac{12}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{12}{5} = 2.4$.

۱۳۲ نقطه‌ی $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۳

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۴۵ (۲)

۴۰ (۱)

Handwritten solution for Question 132:

Diagram: A square with center A(3, -1). The line $2y - x - 5 = 0$ is tangent to the square. The distance from A to the line is $AH = \frac{|-2 - 3 - 5|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{10}{\sqrt{5}}$. The side length of the square is $HC = 2 \times \frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{20}{\sqrt{5}}$. The area is $S = \left(\frac{20}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{400}{5} = 80$.

۱۳۳ شیب نیم‌خطی با نقطه‌ی شروع $A(2, 4)$ برابر ۳ است. مستطیل ABCD را چنان می‌سازیم که نقطه‌ی B روی نیم‌خط فوق و رأس سوم آن $C(-3, -1)$ باشد. محیط مستطیل کدام است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۰

$3\sqrt{10}$ (۴)

$6\sqrt{10}$ (۳)

۱۸ (۲)

۲۴ (۱)

۱۳۴ نقطه $H(2, 1)$ را روی خط $3x - y = 5$ در نظر بگیرید مثلث متساوی الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می‌سازیم به طوری

که محیط مثلث $\sqrt{270}$ واحد باشد. مختصات یک رأس A کدام است؟ مرجع: سراسری- ۱۴۰۰

$(-\frac{1}{2}, \frac{11}{6})$ (۴)

$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۳)

$(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2})$ (۲)

$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ (۱)

۱۳۵ نقاط B, C و $M(3, 2)$ روی خط $x + 2y = 7$ قرار دارند. مثلث متساوی الساقین ABC را چنان می‌سازیم که اندازه میانه AM برابر $5\sqrt{5}$ واحد و BC قاعده مثلث باشد. طول مختصات یک رأس A ، کدام است؟ مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۰

۴ -۸

۳ -۵

۲ -۲

۱ ۵

۱۳۶ فاصله نقطه A روی خط $x + y = a$ از دو نقطه $B(-3, 2)$ و $C(-1, 4)$ به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و 5 است. مقدار a چقدر است؟ مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

۱ ۲ ۲ ۱

$AB = \sqrt{29} \rightarrow \sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{29}$

$AC = 5 \rightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-4)^2} = 5$

$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 29 \rightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 29$

$x^2 + 6x + y^2 - 4y = 16$

$(x+1)^2 + (y-4)^2 = 25 \rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 25$

$x^2 + 2x + y^2 - 8y = 8$

$x^2 + 6x + y^2 - 4y = 16$

$x^2 + 2x + y^2 - 8y = 8$

$4x - 4y = 8$

$x - y = 2$

$x + y = a$

$x - y = 2$

$2x = a + 2$

$x = \frac{a+2}{2}$

$y = \frac{a-2}{2}$

$\sqrt{29} = \sqrt{\left(\frac{a+2}{2} + 3\right)^2 + \left(\frac{a-2}{2} - 2\right)^2}$

$29 = \left(\frac{a+8}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-6}{2}\right)^2$

$29 = \frac{a^2 + 16a + 64}{4} + \frac{a^2 - 12a + 36}{4}$

$29 = \frac{2a^2 + 4a + 100}{4}$

$116 = 2a^2 + 4a + 100$

$16 = 2a^2 + 4a$

$4 = a^2 + 2a$

$a^2 + 2a - 4 = 0$

$a = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 16}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = -1 \pm \sqrt{5}$

۱۳۷ طول ارتفاع AH در مثلثی با رأس‌های $A(1, 9)$ و $B(3, 3)$ و $C(7, 11)$ کدام است؟ مرجع: خارج از کشور - ۱۴۰۱

۱ ۲ ۳ ۴

$m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = \frac{8}{4} = 2$

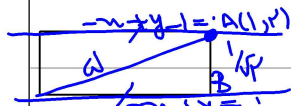
$B(3, 3)$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 3 = 2(x - 3)$

$y = 2x - 3$

$AH = \frac{|2(1) - 9 - 3|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{|-10|}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$



$$m_r = \frac{-(-1)}{a} = \frac{1}{a} \quad m_l = \frac{-(-a)}{1} = a$$

۱۳۸ دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله $y - ax = 1$ و $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

برابر ۵ و نقطه $(1, 2)$ یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

$$2\sqrt{34} \quad (4)$$

$$\sqrt{46} \quad (3)$$

$$3,5 \quad (2)$$

$$2,5 \quad (1)$$

مصارف و منوع داده ها

$$m_l = m_r \rightarrow a = \frac{1}{a} \rightarrow a^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$$

$$AB = \frac{|-1+2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$S = AB \times BC = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$BC^2 + AB^2 = AC^2$$

$$BC^2 + \frac{1}{2} = 5 \rightarrow BC^2 = \frac{9}{2} \rightarrow BC = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

۱۳۹ نقطه $(4, 5, 2)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 4y = 5$ و $4x + y = 3$ هستند. بیشترین

$$m = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4} \quad m_l = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

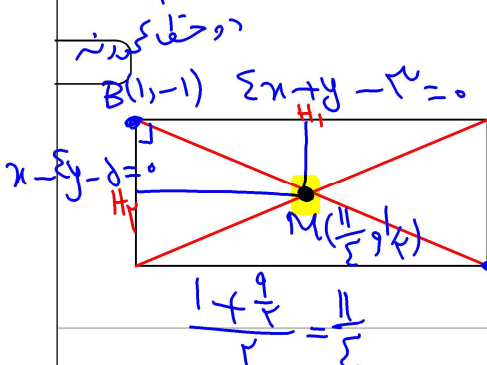
$$m_l = \frac{1}{m_r}$$

$$\sqrt{17} \quad (4)$$

$$2\sqrt{17} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{2} \quad (1)$$



$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 4y = 5 \end{cases}$$

$$17x = 17 \rightarrow x = 1, y = -1$$

$$MH_1 = \frac{|1 + \frac{1}{4} - 3|}{\sqrt{1+16}} = \frac{17}{2\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$MH_2 = \frac{|\frac{11}{4} - 2 - 5|}{\sqrt{1+16}} = \frac{17}{2\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

۱۴۰ نقاط $A(-1, 4)$, $B(3, 1)$, $C(x, y)$ و $D(-1-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رئوس C و D مجاور

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

باشد، محیط مستطیل کدام است؟

$$m_{AD} = m_{BC}$$

$$16 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$14 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

$$m_{AB} = m_{DC} \rightarrow \frac{y+3-y}{-1-x-x} = \frac{3}{-1-3}$$

$$\frac{3}{-1-3} = \frac{3}{-4} \rightarrow -1-2x = -4 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$D(-1-x, y+3)$$

$$D(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$$

$$m_{BC} = \frac{y-1}{x-3} = \frac{y-1}{\frac{3}{2}-3} = \frac{y-1}{-\frac{3}{2}} = \frac{2(1-y)}{3}$$

$$m_{BC} = m_{AD} \rightarrow \frac{2(1-y)}{3} = \frac{y+3}{-1-x}$$

$$2(1-y) = -3(y+3) \rightarrow 2-2y = -3y-9 \rightarrow y = -11$$