➢ **مجموعـه :** در ریاضی برای بیان و نمایش دسته‌ای از اشیاء **مشخص** و **متمایز** (غیرتکراری) از مجموعه استفاده می‌کنیم. سه علامت مهم و اولیه در مجموعه‌ها وجود دارد که به شرح زیر است :

۱)

۲)

۳)

اعمال اصلی روی مجموعه‌ها :

۱) اجتماع دو مجموعه :

$A \cup B \rightarrow$

۱)

۲)

۳)

۲) اشتراک دو مجموعه :

$A \cap B \rightarrow$

۱)

۲)

۳)

۳) تفاضل دو مجموعه

$A - B \rightarrow$

۱)

۲)

۳)

$$B - A \rightarrow \begin{cases} ۱) \\ ۲) \\ ۳) \end{cases}$$

مثال ۱ : اگر $A=\{۱,۲,۳,۴,۵\}$ و $B=\{-۱,۰,۲,۷\}$ باشد، مجموعه‌های $A\cup B$، $A\cap B$ و $A-B$ و $B-A$ را بدست آورید.

قوانین مجموعه‌ها :

$$۱)\ A\subseteq B \rightarrow \begin{cases} A\cup B = \text{..........................} \\ A\cap B = \text{..........................} \\ A-B = \text{..........................} \\ B-A = \text{..........................} \end{cases}$$

$$۲)\ \varnothing\subseteq A \rightarrow \begin{cases} A\cup \varnothing = \text{..........................} \\ A\cap \varnothing = \text{..........................} \\ A-\varnothing = \text{..........................} \\ \varnothing-A = \text{..........................} \end{cases}$$

$$۳)\ A\cap B=\varnothing \rightarrow \begin{cases} A-B = \text{..........................} \\ B-A = \text{..........................} \end{cases}$$

مجموعه اعداد :

۱) $\mathbb{N} = \{۱،۲،۳،۴,....\}$

۲) $\mathbb{W} = \{۰،۱،۲،۳،۴,...\}$

۳) $\mathbb{Z} = \{-۲,-۱،۰،۱،۲,...\}$

۴) $\mathbb{Q} = \{\frac{m}{n} | m,n \in \mathbb{Z}\,, n \neq 0\}$

۵) $\mathbb{Q}' =$

۶) $\mathbb{R} =$

نتیجه‌گیری :

۱)
۲)
۳)
۴)
۵)

مثال ۲ : جاهای خالی را پر کنید.

الف) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} =$

ب) $\mathbb{W} \cap \mathbb{N} =$

پ) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} =$

ت) $\mathbb{Q}' \cap \mathbb{Q} =$

ث) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}' =$

ج) $\mathbb{Z} - \mathbb{Q} =$

چ) $\mathbb{Z} - \mathbb{Q}' =$

ح) $\mathbb{Q}' - \mathbb{R} =$

خ) $\mathbb{Q}' \cap \mathbb{R} =$

☑ **تست ۱ :** کدام نتیجه نادرست است؟

۱) $\mathbb{N} \cup \mathbb{W} \subseteq \mathbb{W}$　　۲) $\mathbb{N} \cap \mathbb{W} \subseteq \mathbb{W}$

۳) $\mathbb{W} \cup \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{W}$　　۴) $\mathbb{W} \cap \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{W}$

❒ **متناهی و نامتناهی :**

مجموعه متناهی مجموعه‌ای است که تعداد اعضای آن با صرف زمان هر چند زیاد قابل شمارش بوده و تعداد اعضا یک عدد حسابی است.

طبیعتاً مجموعه‌ای که این ویژگی‌ها را نداشته باشد نامتناهی است.

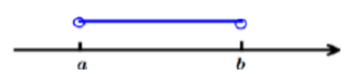
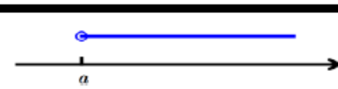
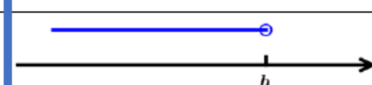
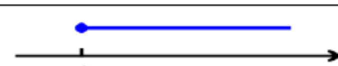
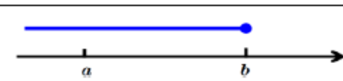
📖 **مثال ۳ :** متناهی یا نامتناهی هر یک از مجموعه‌های زیر را تعیین کنید.

مجموعه	نامتناهی	متناهی	تعداد اعضا (در مورد مجموعه‌های متناهی)
مجموعه اعداد اول یک رقمی			
مجموعه انسان‌های روی زمین			
مجموعه اعداد طبیعی فرد			
مجموعه سلول‌های عصبی مغز یک انسان			
مجموعه تمام دایره‌های به مرکز مبدأ مختصات			
مجموعه دانش‌آموزان مدرسهٔ شما			
مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی			
مجموعه درخت‌های جنگل های آمازون			
مجموعه کسرهای مثبت با صورت یک			
مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰			
بازه (۰ , ۱)			
مجموعه مولکول های موجود در یک مول مشخص از آب			

✵ ارتباط بین متناهی و نامتناهی بودن با اعمال اصلی :

$B-A$	$A-B$	$A \cap B$	$A \cup B$	
				هر دو متناهی
				متناهی A فقط
				هر دو نامتناهی

➢ بازه (فاصله)

نمایش هندسی	نمایش به صورت مجموعه	بازه	نوع بازه
	$\{x \in R \mid a < x < b\}$	(a,b)	باز
	$\{x \in R \mid a \le x \le b\}$	$[a,b]$	بسته
	$\{x \in R \mid a \le x < b\}$	$[a,b)$	نیم باز
	$\{x \in R \mid a < x \le b\}$	$(a,b]$	نیم باز
	$\{x \in R \mid a < x\}$	$(a,+\infty)$	نیم باز
	$\{x \in R \mid x < b\}$	$(-\infty,b)$	نیم باز
	$\{x \in R \mid a \le x\}$	$[a,+\infty)$	نیم باز
	$\{x \in R \mid x \le b\}$	$(-\infty,b]$	نیم باز

❍ اعمال اصلی روی بازه‌ها :

برای انجام اعمال اصلی روی دو بازه یا تعداد بیشتری از بازه‌ها ابتدا تک تک بازه‌ها روی محور اعداد رسم کرده و سپس عملیات اجتماع، اشتراک و یا تفاضل را انجام می‌دهیم.

در هنگام انجام عملیات اصلی به نکات زیر توجه شود.

۱) اجتماع دو بازه برابر کل بازه درگیر از ابتدا تا انتها بوده و هر عدد با علامت خود در جواب نهایی ظاهر می‌شود.

۲) اشتراک دو بازه برابر با قسمت مشترک دو بازه بوده و هر عدد با علامت خود در جواب نهایی ظاهر می‌شود.

۳) در تفاضل دو بازه، قسمت مشترک دو بازه را از بازه اول کم می‌کنیم. اعداد موجود در جواب نهایی اگر جزء بازه‌ی اول باشند با علامت خود ظاهر می‌شوند اما اگر جزء بازه دوم باشند حتماً باید علامت آنها معکوس گردد.

۴) در هنگام محاسبه اجتماع، اشتراک و تفاضل دو بازه اگر جواب نهایی تکه تکه باشد، جواب نهایی به صورت اجتماع چند تکه می‌باشد.

مثال ٤ : اعمال اصلی را روی دو بازه A و B انجام دهید.

الف) $A=[-۲,۱)\ ,\ B=(۰,۵)$

ب) $A=[-۳,۱]\ ,\ B=(۰,۱)$

پ) $A=(-۲,۲) \quad , \quad B=[-۱,۱]$

ت) $A=(-۲,۰) \quad , \quad B=[۱,+\infty)$

✵ اعمال اصلی در بازه‌ها بدون رسم :

➢ **حالت اول :**

$A \cup B =$

$A \cap B =$

$B - A =$

$A - B =$

➢ **حالت دوم :**

$A \cup B =$

$A \cap B =$

$B - A =$

$A - B =$

➢ **حالت سوم :**

$A \cup B =$

$A \cap B =$

$B - A =$

$A - B =$

مثلثات :

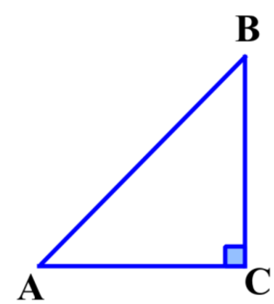
مثلثات شاخه‌ای از ریاضیات است که به بررسی روابط بین زوایا و اضلاع یک مثلث می‌پردازد. یکی از اهداف این علم اندازه‌گیری فاصله‌ها به صورت غیرمستقیم است. مثلثات در علوم مهندسی، فیزیک، نجوم و ... کاربرد دارد.

ثابت بدست می‌آید.

درس اول : نسبت‌های مثلثاتی

پله‌ی اول : شناخت نسبت‌های مثلثاتی :

نسبت‌های مثلثاتی از یک مثلث .... بدست می‌آیند.



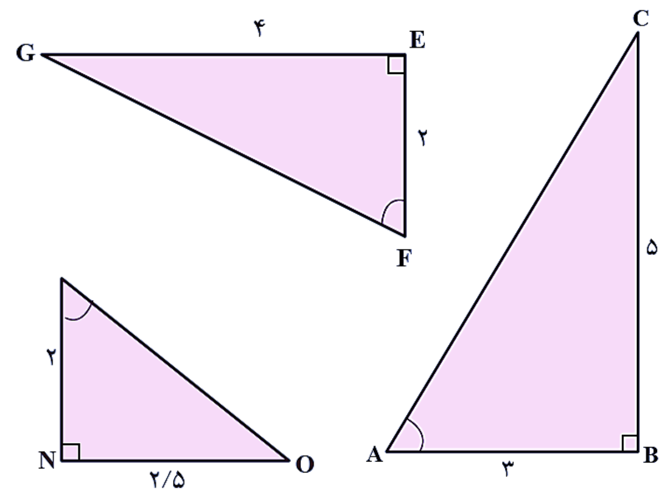
$\sin \hat{A} =$

$\cos \hat{A} =$

$\tan \hat{A} =$

$\cot \hat{A} =$

سوال ۱ : در هر یک از شکل‌های، جاهای خالی را کامل کنید.



$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{۵}{۳}$ $\qquad$ $\cot M = \frac{MN}{NO} = \frac{\quad}{۲/۵}$

$\tan F = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad$ $\cot A = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

$\tan M = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ $\qquad$ $\cot F = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

پله‌ی دوم : نسبتهای مثلثاتی زوایای معروف

مقدار	30°	45°	60°
sinA		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
cosA		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
tanA	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
cotA	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

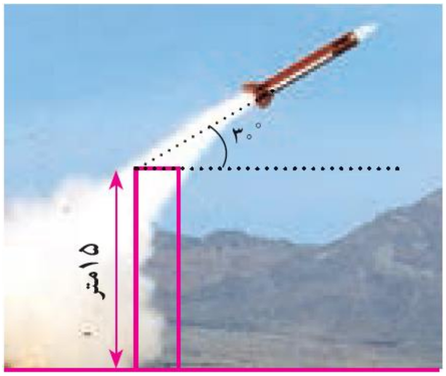
❋ **مسائل نوع اول :** حل انواع مثلث

۱ مثلث قائم الزاویه معروف :

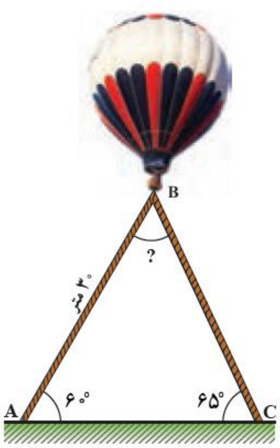
۲ مثلث که قائم الزاویه نباشد.

۳ دو مثلث قائم‌الزاویه تو در تو :

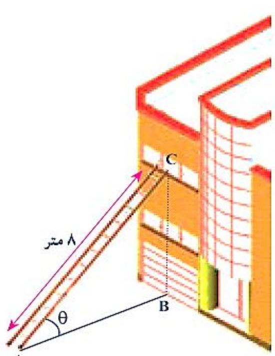
سوال ۲ : یک موشک در ارتفاع ۱۵ متری از سطح زمین و با زاویهٔ ۳۰° پرتاب می‌شود. می‌خواهیم بدانیم پس از طی ۲۰۰۰ متر با همین زاویه، موشک به چه ارتفاعی از سطح زمین می‌رسد؟



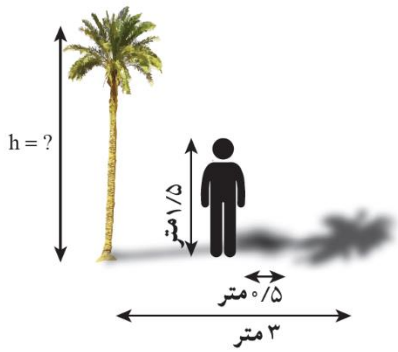
سوال ۳ : در راه‌پیمایی ۲۲ بهمن، یک بالن اطلاع‌رسانی توسط دو طناب به زمین بسته شده است. طول یکی از طناب‌ها ۳۰ متر است. می‌خواهیم طول طناب دوم را پیدا کنیم.



سوال ۴ : مطابق شکل مقابل، نردبانی به طول ۸ متر در زیر پنجرهٔ ساختمانی قرار گرفته است. اگر زاویهٔ نردبان با سطح زمین $\theta = ۳۰^\circ$ باشد، ارتفاع پنجره تا زمین را محاسبه کنید. فاصلهٔ پای نردبان تا ساختمان چقدر است؟



سوال ۵ : علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایهٔ آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی ۱/۵ متر و طول سایهٔ او در همان لحظه ۰/۵ متر است. ارتفاع درخت چقدر است؟

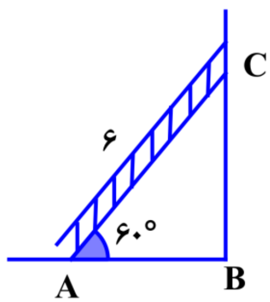


سوال ۶ : یک هواپیما در ارتفاع ۲km از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویهٔ هواپیما با افق حدود °۱۳ باشد، هواپیما در چه فاصله‌ای از نقطهٔ A فرود می‌آید؟ $(\tan 13^\circ \approx 0/23)$

سوال ۷ : نردبانی ۶ متری که با زمین زاویه‌ی ۶۰° می‌سازد را به دیواری تکیه داده‌ایم.

الف) فاصله‌ی پای نردبان از دیوار (AB) چقدر است؟

ب) اگر از نردبان بالا برویم، تا چه ارتفاعی از دیوار (BC) بالا رفته‌ایم؟



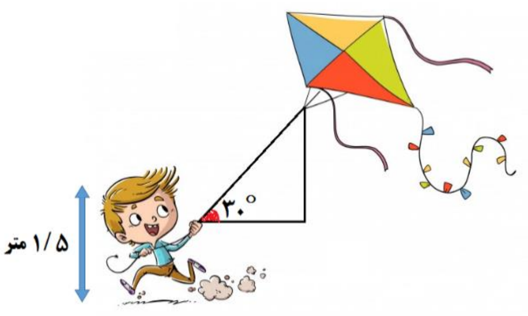
سوال ۸ : یک جاده‌ی کوهستانی شبیه شکل زیر است. زاویه‌ی جاده‌ی سربالایی و سرپایینی با سطح زمین به ترتیب ۴۵° و ۳۰° و طول جاده‌ی سرپایینی ۱۲ کیلومتر است.

الف) ارتفاع قله را بدست آورید.

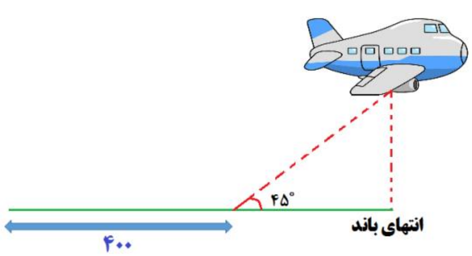
ب) طول جاده‌ی سربالایی را بدست آورید.

پ) طول تونل احداث شده بین دو نقطه‌ی A و B چقدر است؟

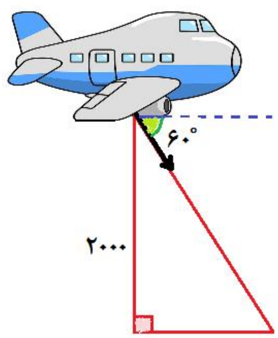
سوال ۹ : فردی مطابق شکل بادبادکی را به هوا فرستاده است. اگر طول نخ بادبادک ۱۰۰ متر باشد، ارتفاع بادبادک از زمین، چقدر است؟ ۴۵°



سوال ۱۰ : هواپیمایی می‌خواهد از روی باند، بلند شود، ابتدا ۴۰۰ متر روی باند حرکت می‌کند تا سرعت لازم را پیدا کند. سپس با زاویه‌ی ۴۵° از روی زمین بلند می‌شود. وقتی به انتهای باند می‌رسد، در ارتفاع ۱۴۰ متری قرار گرفته است. طول کل باند چقدر است؟



سوال ۱۱ : هواپیمایی در ارتفاع ۲۰۰۰ متری در حال پرواز است. این هواپیما با زاویه‌ی ۶۰ درجه نسبت به سطح افقی شروع به فرود می‌کند. این هواپیما تا رسیدن به سطح زمین چه مسیری را طی می‌کند؟ ($\sqrt{۳} \approx ۱/۷$)

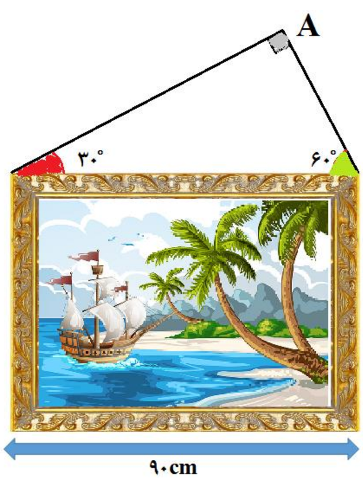


سوال ۱۲ : قاب عکسی به صورت افقی در نقطه‌ی A بر دیواری قرار گرفته است.

الف) طول نخ قاب چقدر است؟

ب) اگر زاویه‌ی بین نخ‌ها و قاب به ترتیب °۲۰ و °۵۰ باشد، طول نخ چقدر می‌شود؟

($\sin ۲۰^\circ \approx ۰/۳ , \sin ۵۰^\circ \approx ۰/۷ , \cos ۲۰^\circ \approx ۰/۹ , \cos ۵۰^\circ \approx ۰/۶$)



درس اول : ریشه و توان

$$(a)^n = b$$

ریشه　　　　توان

➢ نحوه نمایش پیدا کردن ریشه nاُم یک عدد :

اگر هدف ما پیدا کردن ریشه nاُم یک عدد باشد آن عدد را زیر نماد $\sqrt[n]{\quad}$ قرار می‌دهیم، علامت $\sqrt{\quad}$ را رادیکال و n را فرجه رادیکال گویند.

$$\sqrt[n]{b} = a$$

➢ معنی فارسی :

سوال ۱ : با استفاده از عبارات زیر یک تساوی توانی بنویسید.

الف) $\sqrt[۳]{۶۴} = ۴$

ب) $\sqrt[۳]{۲۱۶} = ۶$

پ) $\sqrt{\frac{۴}{۲۵}} = \frac{۲}{۵}$

ت) $\sqrt[۴]{۱۰^{-۴}} = ۰/۱$

ث) $\sqrt[۵]{a} = b$

چند نکته بسیار مهم :

۱) هر عدد مثبت دارای دو ریشه زوج بوده که قرینه هم هستند.

۲) اعداد منفی ریشه زوج ندارند.

۳) اعداد منفی و مثبت دارای یک ریشه فرد می‌باشند.

۱ محاسبه کامل ریشه‌های دوم و سوم :

تعریف : اگر عددی دارای ریشه دوم صحیح باشد آن را .... و اگر دارای ریشه سوم صحیح باشد آن را .... گویند.

۲ محاسبه تقریبی ریشه دوم و سوم :

برای محاسبه مقدار تقریبی ریشه دوم و سوم یک دو روش وجود دارد :

۱) ماشین حساب

۲) محاسبات : برای استفاده از این روش به طریق زیر عمل می‌کنیم :

مرحله اول :

مرحله دوم :

سوال ۲ : مقدار تقریبی $\sqrt[۳]{۲۵}$ را حساب کنید.

سوال ۳ : برای هر عدد رادیکالی زیر، اگر حاصل یک عدد صحیح است، جواب را بنویسید و در غیر این صورت دو عدد صحیح متوالی بنویسید که عدد رادیکالی مورد نظر بین آنها باشد.

$\sqrt[۴]{۴۰۰}$ $\sqrt{۲۰}$ $\sqrt{۱۶}$

$\sqrt[۵]{۴۰۰}$ $\sqrt[۳]{-۱۰}$ $\sqrt{۷۵}$

$\sqrt[۵]{۱}$ $\sqrt[۳]{۲۵۰}$ $\sqrt[۳]{-۹۰}$

$\sqrt{۲۰}$

سوال ۴ : مقدار تقریبی هر کدام از اعداد ردیکالی زیر را با یک رقم اعشار مشخص کنید. (می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

$\sqrt[۵]{۶۴}$ $\sqrt[۵]{۱۶}$ $\sqrt[۳]{۷/۲۵}$ $\sqrt{۱۰}$

سوال ۵ : جاهای خالی را پر کنید.

الف) $\square < \sqrt{۱۳} < \square$

ب) $\square < \sqrt[۳]{-۲۴} < \square$

ج) $\square < -\sqrt{۷۳} < \square$

3 مقایسه بین ریشه‌ها :

۱) اگر $۰ < a < ۱$ باشد، آنگاه :

۲) اگر $a > ۱$ باشد، آنگاه :

۳) اگر $-۱ \leq a < ۰$ باشد آنگاه :

۴) اگر $a < -۱$ باشد آنگاه :

سوال ۶ : جاهای خالی را پر کنید.

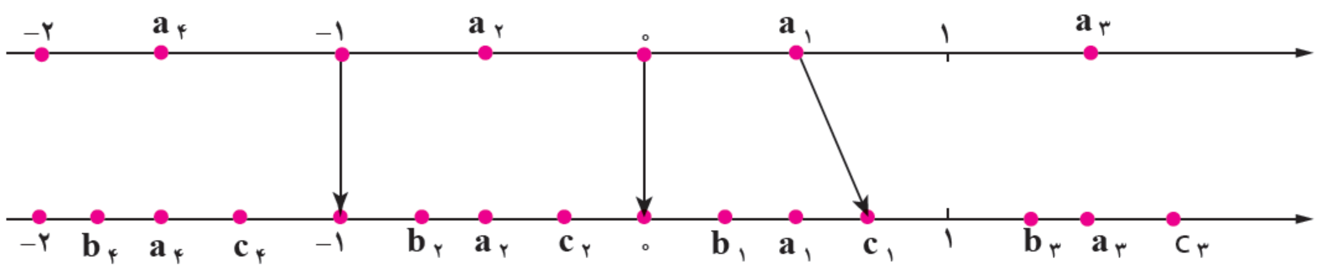
الف) $a \geq ۱ \rightarrow a \bigcirc \sqrt[۴]{a}$

ب) $۰ \leq a < ۱ \rightarrow a \bigcirc a^{۴}$

پ) $a \geq ۱ \rightarrow a \bigcirc \sqrt{a}$

ث) $۰ \leq a \leq ۱ \rightarrow a \bigcirc \sqrt{a}$

سوال ۷ : مانند نمونه در شکل زیر، هر یک از نقاط مشخص شده روی محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشهٔ سوم آن عدد است، وصل کنید. (یک مثال عددی از هر مورد ارائه کنید.)



سوال ۸ : با توجه به آنچه دربارهٔ ریشهٔ سوم اعداد درک کرده‌اید، به سوالهای زیر پاسخ دهید.

الف) a عددی مثبت و $\sqrt[3]{a} > a$ چه عددی می‌تواند باشد؟

ب) a عددی است که ریشهٔ سوم آن با خودش برابر است، یعنی $\sqrt[3]{a} = a$، a چه اعدادی می‌تواند باشد؟

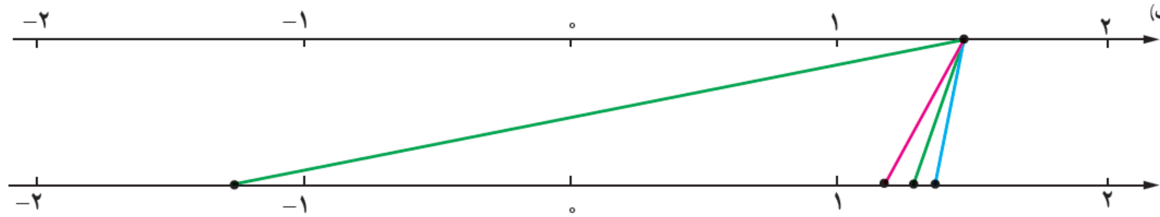
پ) a عددی مثبت است و $\sqrt[3]{a} < a$، a چه اعدادی می‌تواند باشد؟

ت) به موارد (الف) و (پ) برای حالتی که a عددی منفی باشد، پاسخ دهید.

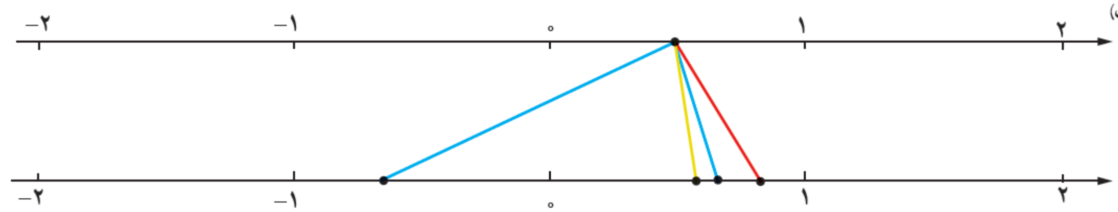
سوال ۹ : در هر یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم وصل شده است.

مشخص کنید هر رنگ مربوط به کدام ریشه است.

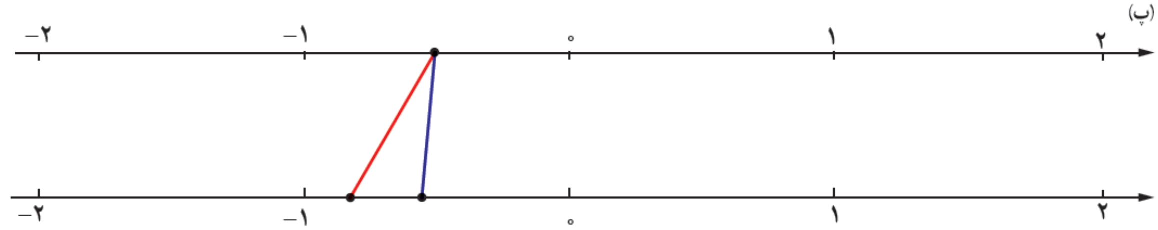
الف)



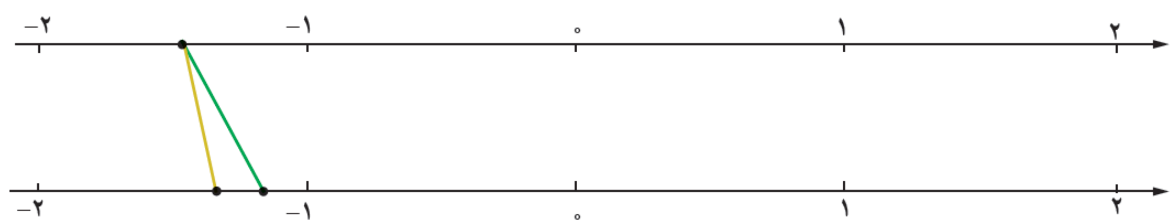
ب)



پ)



ت)



سوال ۱۰ : در جاهای خالی یکی از علامت‌های « > » ، « < » یا « = » را قرار دهید.

$(0/1)^3 \bigcirc (0/1)^5$ $\qquad$ $(0/1)^3 \bigcirc (-0/1)^5$

$0/1 \bigcirc \sqrt[5]{0/00001}$ $\qquad$ $(-2)^4 \bigcirc (-2)^5$

درس دوم : ریشه گیری و توان‌های گویا

در این قسمت به بررسی چند قانون ریاضیاتی می‌پردازیم :

قانون اول : در بحث بدست آوردن ریشه nاُم دو رابطه‌ی زیر وجود دارد :

۱) اگر n زوج باشد داریم :

۲) اگر n فرد باشد داریم :

قانون دوم : ضرب و تقسیم دو عبارت رادیکالی که فرجه برابر دارند به شکل زیر است :

درس اول : معادله درجه دوم

پله‌ی اول

درجه : در عبارت‌های جبری به بزرگترین توان x، درجه می‌گویند.

مقدار عبارت جبری : اگر در عبارت جبری به جای x اعداد مختلف قرار دهیم، به‌ازای هر عدد یک مقدار بدست می‌آید که به این مقدار بدست آمده، مقدار عبارت جبری به‌ازای آن عدد گویند.

تعریف معادله : تساوی که در آن دو طرف تساوی عبارت جبری باشند و به‌ازای مقادیر خاصی از x این تساوی برقرار باشد را « معادله » گویند.

❋ **تذکــر :** معادله را با اتحاد اشتباه نگیری !!!

❋ **هدف از حل معادله :** هدف از حل معادله، بدست آوردن جواب معادله است. جواب معادله عددی است که به‌ازای آن عدد هر دو طرف معادله برابر می‌شود. به جواب معادله، ریشه‌های معادله هم می‌گویند.

درجه معادله : بزرگترین توان x در یک معادله نشان دهنده درجه معادله می‌باشد.

تعداد جواب‌های یک معادله : یک معادله به اندازه‌ی درجه معادله می‌تواند جواب داشته باشد.

پله‌ی دوم

معادله درجه دوم : معادله درجه‌ی دوم به شکل $ax^۲+bx+c=۰$ می‌باشد. a، b و c ضرائب معادله درجه دوم بوده و نقش مهمی در این معادله دارند. یکی از اولین موضوعات مهم در بحث معادله درجه دوم، شناسایی ضرائب می‌باشد.

➢ پیش نیاز :

حل معادله درجه دوم : برای حل یک معادله درجه دوم روش‌های مختلفی وجود دارد که عبارتند از :

۱) تجزیه به کمک فاکتورگیری

۲) تجزیه به کمک اتحادها

۳) ریشه‌گیری

۴) مربع کامل کردن

۵) روش Δ (کلی)

۱. تجزیه به کمک فاکتورگیری :

در معادله درجه دوم اگر .... باشد، می‌توان آن معادله را به کمک فاکتورگیری تجزیه کرده و سپس حل کرد.

الف) $x^۲ - x = ۰$

ب) $۲x^۲ - ۸x = ۰$

۲. تجزیه به کمک اتحادها :

حالت اول : اگر در معادله درجه دوم .... باشد، در صورت امکان می‌توان معادله را به کمک اتحاد جمله مزدوج تجزیه کرده و سپس حل کرد.

الف) $x^۲ - ۲۵ = ۰$

ب) $x^۲ - ۱۶ = ۰$

پ) $x^۲ - ۸ = ۰$

حالت دوم : اگر در معادله درجه دوم ضرائب a و b و c مخالف صفر باشند، در صورت امکان می‌توان آن را به کمک اتحاد جمله مشترک تجزیه کرده و سپس حل کرد.

الف) $x^۲ - ۱۵x + ۳۶ = ۰$

ب) $x^۲ - ۲x - ۳ = ۰$

پ) $x^۲ + ۶x + ۱۰ = ۰$

حالت سوم : اگر در معادله درجه دوم ضرائب c,b,a مخالف صفر باشند، در صورت امکان می‌توان آن را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای تجزیه کرده و سپس حل کرد.

الف) $x^۲ - ۴x + ۴ = ۰$

ب) $x^2 + 8x + 16 = 0$

پ) $x^2 - 2x + 2 = 0$

ت) $4k^2 - 12k + 8 = 0$

ث) $5a^2 - 7a = 2a(a - 3)$

۳. تجزیه به کمک ریشه‌گیری :

اگر بتوانیم معادله درجه دوم را به فرم .... در بیاآوریم. می‌توانیم آن را به کمک جذر گرفتن از دو طرف حل کرد.

الف) $x^{۲} - ۲۵ = ۰$

ب) $۲x^{۲} - ۱۲ = ۰$

پ) $(x - ۱)^{۲} = ۹$

ت) $(۳t - ۲)^{۲} = ۴$

ث) $x^{۲} + ۱۲ = ۳$

۴. مربع کامل کردن :

برای استفاده از این روش مراحل زیر را طی می‌کنیم:

۱- ضریب c را به سمت راست معادله می‌بریم.

۲- ضریب x (b) را نصف کرده و به توان دو می‌رسانیم و به دو طرف معادله اضافه می‌کنیم.

۳- سمت چپ معادله را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای تجزیه می‌کنیم، با این کار معادله درجه دوم به شکل مربع کامل در می‌آید.

۴- معادله را به کمک روش ریشه‌گیری حل می‌کنیم.

الف) $x^{2}+6x+8=0$

ب) $x^{2}-4x-7=0$

پ) $2x^{2}+3x-1=0$

۵. روش Δ (روش کلی) :

برای حل معادله درجه دوم به روش Δ، ابتدا Δ را از رابطه‌ی زیر بدست می‌آوریم :

$\Delta=$

با توجه به عدد بدست آمده برای Δ، سه حالت اتفاق می‌افتد :

- **حالت اول :** اگر $\Delta>0$ باشد، معادله درجه دوم دارای ۲ جواب حقیقی است که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شوند.

$x_1=$

$x_2=$

- **حالت دوم :** اگر $\Delta=0$ باشد، معادله درجه دوم دارای یک ریشه حقیقی و مضاعف است که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود :

$x=$

➢ **حالت سوم :** اگر $\Delta < 0$ باشد، معادله درجه دوم جواب حقیقی ندارد.

الف) $x^2 - 3x + 2 = 0$

ب) $4x^2 = 4x - 1$

پ) $x^2 - 16 = 0$

ت) $-x^2 + 3x - 7 = 0$

ث) $r - r^2 = 3$

ج) $\frac{t^2}{3} - \frac{t}{2} - \frac{3}{2} = 0$

پله‌ی سوم

کاربرد معادله درجه‌ی دوم :

مثال ۱ : مجموعه مربعات دو عدد فرد متوالی ۲۹۰ است، این عدد را پیدا کنید.

مثال ۲ : طول یک مستطیل ۳ سانتی‌متر بیشتر از ۴ برابر عرض آن است، اگر مساحت مستطیل ۴۵ سانتی‌متر مربع باشد، ابعاد مستطیل را بیابید.

مثال ۳ : اختلاف نسبی دو بردار با یکدیگر ۴ سال است. اگر چهار سال دیگر حاصلضرب سن آن‌ها ۶۰ شود، سن هر کدام چقدر است؟

درس اول : مفهوم تابع نمایش آن

پله‌ی اول

بسیاری از پدیده‌های پیرامون ما به نوعی باهم در ارتباط هستند. یک نوع خاص از این ارتباط‌ها مد نظر ماست.

به جداول زیر توجه کنید.

کالا	خودکار	دفتر	مداد	خط‌کش	
قیمت (تومان)	۱۵۰۰	۳۰۰۰	۱۰۰۰	۱۵۰۰	

ساعت	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	
دما	۱۵	۱۶	۱۷	۱۷	۱۸	

درس	ریاضی	فیزیک	شیمی	ادبیات	
نمره	۱۸	۱۶	۱۷	۱۸	

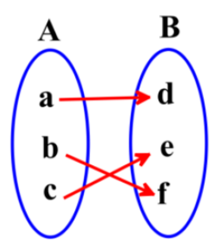
در این سه جدول ارتباط بین پارامترها یک نوع خاص است. ویژگی مهم این ارتباط خاص چیست؟

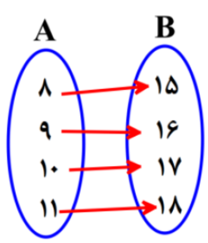
تعریف تابع : یک تابع از مجموعه A به مجموعه B، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود.

پله‌ی دوم

روش‌های نمایش یک تابع :

۱) نمودار پیکانی : یک تابع را می‌توان به صورت نمودار پیکانی نمایش داد. به شکل‌های زیر توجه کنید.

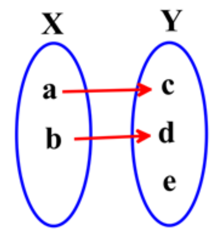




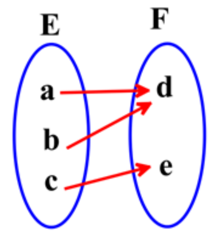
★ **سوال مهم ۱:** اگر یک نمودار پیکانی داشتیم از کجا متوجه شویم که تابع است یا خیر؟

✍ **اگر از همه‌ی عضوهای مجموعه‌ی A فقط یک پیکان خارج شود، قطعاً آن نمودار پیکانی تابع است.**

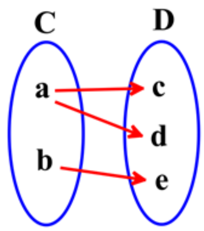
⌛ **سوال ۱ :** کدام‌یک از نمودارهای پیکانی زیر یک تابع است؟



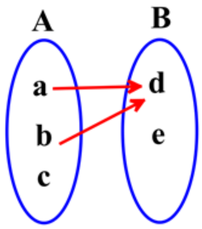
(د)



(ج)



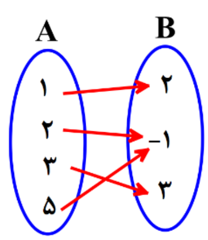
(ب)



(الف)

✍

۲) نمایش به صورت زوج مرتب : تابع زیر را که به صورت نمودار پیکانی است در نظر بگیرید.



می‌توان آن را به صورت زیر نمایش داد :

$$f = \{(۱,۲),(۲,-۱),(۳,۳),(۵,-۱)\}$$

به این نحوه‌ی نمایش « زوج مرتب » گویند.

★ **سوال مهم ۲ :** اگر یک تابع به صورت زوج مرتب نشان داده شده باشد، از کجا متوجه شویم که تابع است یا خیر؟

✍

سوال ۲ : کدام‌یک از مجموعه‌های زیر یک تابع است؟

الف) $f=\{(۲,۱),(۳,-۵),(۳,۷)\}$

ب) $g=\{(۰,۱),(\frac{۳}{۵},۱),(-۵,۱),(۸,۱)\}$

پ) $h=\{(۲,۳),(۳,۲),(۱,۱)\}$

ت) $k=\{(۲,۵)\}$

ث) $r=\{(۲,۰),(-۷,۰)\}$

ج) $l=\{(۱,۲),(۲,۴),(۳,۶),...\}$

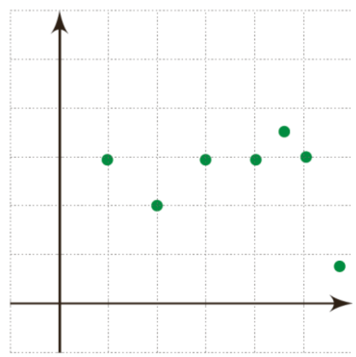
۳) نمایش به صورت نمودار : یک تابع را می‌توان به صورت نمودار در صفحه $\mathbf{x}$ و $\mathbf{y}$ نمایش داد.

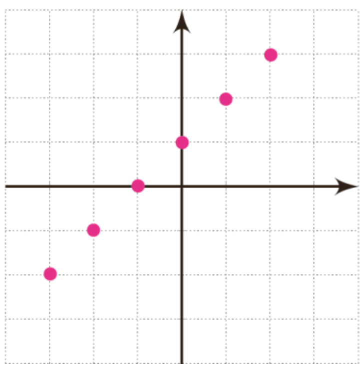
به اشکال زیر توجه کنید.

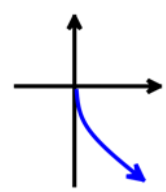
★ **سوال مهم ۳ : اگر یک تابع به صورت نمودار نشان داده شود، از کجا متوجه شویم تابع است یا خیر؟**

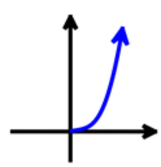
✍

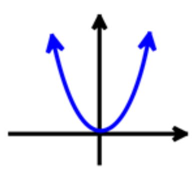
سوال ۳ : کدام‌یک از نمودارهای زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟

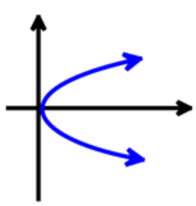


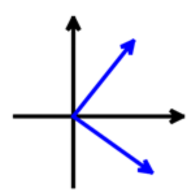


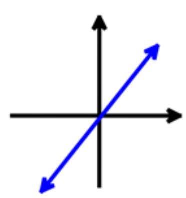


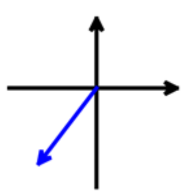


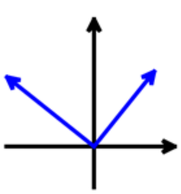












۴) نمایش به صورت یک عبارت جبری (ضابطه) : یک تابع را می‌توان به صورت یک عبارت جبری که به آن « ضابطه » نیز می‌گویند نمایش داد.

➢ **پله‌ی سوم**

دامنه و بُرد :

با توجه به نوع نمایش تابع، دامنه و بُرد به صورت زیر است.

❶ اگر تابع به صورت نمودار پیکانی نمایش داده شود به اعضای مجموعه A دامنه و به اعضای مجموعه B برد گویند.

❷ اگر تابع به صورت زوج مرتب نشان داده شود به مؤلفه‌های اول، دامنه و به مؤلفه‌های دوم، بُرد گویند.

❸ اگر تابع به شکل نمودار نشاه داده شود محدوده x را دامنه و محدوده y را بُرد گویند.

❹ اگر تابع به شکل ضابطه نشان داده شود، به مجموعه مقادیر متغیر مستقل (x) دامنه و به مجموعه مقادیر متغیر وابسته (y) برد گویند.

پله‌ی چهارم

محاسبه مقدار تابع به‌ازای ورودی مشخص :

برای این کار باید ببینیم به هر مقدار از دامنه چه مقدار از برد نسبت داده می‌شود.

به مثال‌های زیر توجه کنید.

درس دوم : انواع تابع

پله‌ی اول

توابع چندجمله‌ای :

توابعی را که نمایش جبری آن‌ها، چندجمله‌ای از یک متغیر هستند را « توابع جمله‌ای » گویند.

به مثال‌های زیر توجه کنید.

۱) $F(x) = 2x^2 + 5x + 1$

۲) $g(x) = 4x^2 - 3$

۳) $h(a) = a^3 + 2a^2 - 4a + 9$

۴) $r(t) = -\frac{3}{5}t^4 + t + \sqrt{2}$

پله‌ی دوم

تابع خطی : (درجه‌ی اول)

هر تابعی را که بتوان به شکل $y = ax + b$ نمایش داد، « تابع خطی » (درجه اول) می‌نامیم.

در مورد تابع خطی سه موضوع مهم را باید بدانیم :

۱) بدست آوردن نمایش جبری یک تابع خطی :

در بعضی از مسائل هدف بدست آوردن نمایش جبری یک تابع خطی است. در این دسته از مسائل اطلاعاتی از تابع خطی داده می‌شود. اطلاعات داده شده یکی از حالات زیر است :

1. نقطه‌ی (α,β) که روی تابع خطی داده شود:

2. مقدار تابع به صورت $f(\alpha)=\beta$ داده شود :

3. نمودار تابع خطی محور x ها (طول‌ها) را در نقطه‌ای به طول α قطع کند :

4. نمودار تابع خطی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض β قطع کند:

۲) رسم نمودار تابع خطی :

برای رسم نمودار تابع خطی حتماً باید نمایش جبری تابع (ضابطه) را داشته باشیم. با داشتن نمایش جبری تابع خطی طی مراحل زیر نمودار آن را رسم می‌کنیم.

- **مرحله‌ی اول :** دو x دلخواه (معمولاً ۰ و ۱) داخل تابع قرار داده و مقدار را بدست می‌آوریم، با این کار دو نقطه روی خط بدست می‌آید.
- **مرحله‌ی دوم :** دو نقطه را روی محور مختصات تعیین کرده و با توجه به شیب نمودار (a) نمودار تابع خطی که به صورت خط می‌باشد را رسم می‌کنیم.

۳) دامنه و برد تابع خطی :

دامنه تابع خطی $\mathbb{R}$ یعنی $(-\infty,+\infty)$ بوده و برد آن نیز ب توجه به دامنه $\mathbb{R}$ $(-\infty,+\infty)$ خواهد بود.

البته امکان دارد دامنه تابع محدودشود که به دنبال آن برد نیز محدود می‌شود.

سوال ٤ : یک تابع خطی به صورت $f(x)=2x+b$ از نقطه $(-1,2)$ عبور می‌کند، مقدار b را بدست آورده سپس نمودار این تابع را رسم کنید.

سوال ٥ : تابع خطی از نقاط $(4,3)$ و $(0,4)$ عبور می‌کند. مقدار $f(-4)$ و $f(-1)$ را بدست آورید.

سوال ٦ : برای یک تابع خطی می‌دانیم که $f(۲) = ۱۱$ و $f(۰) = ۷$ است. نمایش جبری این تابع را بدست آورده سپس آن را رسم کنید.

سوال ۷ : جاهای خالی را کامل کنید و نمودار توابعی را که در جدول، توصیف شده‌اند، رسم کنید.

	(الف)	(ب)	(پ)	(ت)
تابع	f(x) = ۲x	g(x) = ۲x	h(x)= ۲x	y = ۲x
دامنه	{۱ ,۲ , ۳ , ۴}	مجموعهٔ اعداد حقیقی	[۲ , ۳]	مجموعهٔ اعداد حقیقی نامنفی
برد	؟	مجموعهٔ اعداد حقیقی	؟	؟

درس اول: شمارش

پله ی اول

مفهوم شمارش

شمردن یکی از موضوعات مهم است که در همه جای زندگی ما حضور پررنگی دارد.در بسیاری از مسائل نیاز داریم ببینیم که یک کار به چند روش میتواند انجام گیرد . برای شمارش روش های انجام یک کار ۴ روش وجود دارد که عبارتند از :

1. **شمارش به کمک نمودار درختی**
2. **شمارش به کمک اصل ضرب،اصل جمع**
3. **شمارش به کمک مفهوم جایگشت**
4. **شمارش به کمک مفهوم ترکیب**

پله ی دوم

شمارش به کمک نمودار درختی:

سوال ۱)فرض کنید یک شرکت تولیدی لباس ورزشی پیراهن هایی با رنگ آبی،قرمز،سبز در سایزهای کوچک و بزرگ تولید میکند.به نظر شما این شرکت چند پیراهن ورزشی تولید میکند؟

سوال ۲) سه دونده A وB وC در یک مسابقه شرکت کرده اند. با استفاده از نمودار درختی حالت های نفرات اول تا سوم را تعیین کنید؟

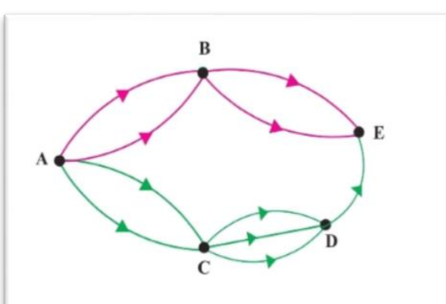
سوال ۳) با استفاده از رقم های ۱،۲،۳،۴،۵ چند عدد سه رقمی میتوان ساخت؟

پله ی سوم تعیین تعداد مراحل،تعداد انتخاب در هر مرحله و تعداد روش های طی کردن مراحل(حالت های انجام کار):

سوال ۴) در هر یک از کارهای زیر تعداد روش ها، تعداد مراحل و تعداد انتخاب در هر مرحله را تعیین کنید.

الف)بین شهر تهران تا قم دو مسیر و قم تا اصفهان سه مسیر وجود دارد.قصد داریم از تهران به اصفهان برویم.

ب)در شکل زیر قصد داریم از شهر A به E برویم:



پ)مغازه ای ۳نوع بستنی و ۴نوع آبمیوه دارد،قصد داریم بستنی و آبمیوه بخوریم:

ت)مغازه ای ۳ نوع بستنی و۴نوع آبمیوه دارد، قصد داریم آبمیوه یا بستنی بخوریم:

ث)برای دستگاهی قصد داریم یک رمز یک گزینه ای انتخاب کنیم که این گزینه یک عدد یا یک حروف از الفبای فارسی است:

ج)برای دستگاه قبلی قصد داریم یک رمز دو گزینه ای انتخاب کنیم به طوری که گزینه اول عدد و گزینه دوم حروف باشد:

چ)برای دستگاه قبلی قصد داریم یک رمز دو گزینه ای انتخاب کنیم که یکی از گزینه ها عدد و دیگری حرف باشد:

ح) فردی در یک آزمون ۱۰ سوالی شرکت میکند.که هر سوال ۴ گزینه دارد.

ح۱) به همه سوالات پاسخ میدهد:

ح۲) ممکن است به برخی از سوالات پاسخ ندهد:

ح۳) مجبور است به ۳ سوال اول پاسخ دهد ولی به بقیه سوال ها ممکن است پاسخ ندهد:

پله ی چهارم
اصل ضرب و اصل جمع

اصل ضرب : اگر طی کردن مراحل کاری به یک روش صورت گیرد به طوری که در هر مرحله n_k انتخاب داشته باشیم.تعداد روش های انجام کار برابر است با :

تعداد روش های انجام کار $= n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_k$

اصل جمع : اگر کاری بیش از یک حالت صورت گیرد.

برای محاسبه تعداد روش های انجام کار کافیست تعداد روش انجام کار در هر حالت را طبق اصل ضرب بدست آورده و در پایان تعداد روش ها در همه حالات را باهم جمع کنیم.

سوال ۵) پژمان قصد دارد به عیادت دوستش برود. او به یکی از دو انتخاب یک شاخه گل» یا «یک نوع شیرینی» برای بردن به خانه دوستش فکر می کند. گل هایی که او در نظر دارد، عبارت اند از : مریم، گلایل، زنبق و ژز. شیرینی هایی که او در نظر دارد، عبارت اند از : گردویی، نارگیلی و کشمشی. او چند انتخاب دارد؟

✍

سوال ۶) هفته بعد پژمان می خواهد به دیدن خانه جدید یکی از دوستانش برود. او این بار میخواهد یک شاخه گل» و «یک نوع شیرینی» بخرد و همان گزینه ها را در ذهن دارد. او این بار به چند حالت می تواند خرید کند؟ آنها را بنویسید

✍

سوال ۷) و تعداد حالت های ممکن برای رمز یک دستگاه را در حالت های زیر به دست آورید .

مشخص کنید برای این کار از اصل جمع استفاده می شود یا از اصل ضرب یا از هر دو.

الف) این رمز از یک گزینه تشکیل شده، که یک عدد یا یک حرف الفبای فارسی است.

✍

ب) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که گزینه اول یک عدد و گزینه دوم یک حرف الفبای فارسی است.

پ) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یکی از گزینه ها یک عدد و گزینه دیگر یک حرف الفبای فارسی است.

سوال ۸) و یک آزمون چندگزینه ای شامل ۱۰ سؤال ۴ گزینه ای و ۵ سؤال ۲ گزینه ای (بله - خیر) است. فردی قصد دارد به سؤال ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می تواند این کار را انجام دهد اگر :

الف) اگر مجبور باشد به همه سؤال ها جواب دهد؟

ب) بتواند سؤال ها را بدون جواب هم بگذارد؟

سوال ۹) می خواهیم رأس های مثلث را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم .

الف) به چند طریق این کار امکان پذیر است؟

درس اول: فضای نمونه وپیشامد در پدیده های تصادفی

پله ی اول انواع پدیده ها(آزمایش ها) و آشنایی اولیه با مفهوم احتمال

پدیده یا آزمایش های مختلفی در دنیا در حال وقوع است که میتوان آنها را به صورت زیر دسته بندی کرد.

دسته اول) **پدیده ها (آزمایش ها) قطعی :**

پدیده یا آزمایش هایی هستند که با فرض یکسان بودن شرایط ، نتیجه آزمایش و یا مشاهده ، قبل از وقوع به طور قطع قابل تشخیص است. مثل افتادن سیب از درخت

دسته دوم)**پدیده ها(آزمایش ها) تصادفی :**

پدیده یا آزمایش هایی هستند که با فرض یکسان بودن شرایط نتیجه آزمایش و یا مشاهده قبل از وقوع قابل تشخیص نمی باشد .به عبارت بهتر فقط میتوانیم همه ی حالت های ممکن در رخداد آن را مشخص کنیم اما از اینکه کدام حالت قطعا رخ خواهد داد اطمینان نداریم.
مثلا نتیجه یک بازی فوتبال از قبل قابل پیش بینی نیست اما سه حالت پیروزی، تساوی و باخت برای هریک از تیم ها وجود دارد که ممکن است اتفاق بیافتد.

آشنایی اولیه با مفهوم احتمال : به میزان شانس رخ دادن یک حالت در انجام یک پدیده یا ازمایش تصادفی احتمال رخ دادن آن حالت گویند.

نتیجه گیری : در بحث احتمال فقط با پدیده های تصادفی سروکار داریم. چند پدیده تصادفی که در این فصل با آن ها درگیر هستیم عبارتند از پرتاب تاس ، پرتاب سکه و فرزند و ....

پله ی دوم　تعریف فضای نمونه و نحوه ی به دست آمدن آن

به مجموعه ی همه ی حالت های ممکن در یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه گویند.

این مجموعه را با S و تعداد اعضای آن را با $n\ (s)$ نمایش می دهیم .

برای مثال در پرتاب یک $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ =S و $n(s) = 6$ است. مهم ترین موضوع در بحث فضای نمونه ، بدست آوردن فضای نمونه (s) و تعداد اعضا فضا نمونه $(n(s))$ می باشد.

فضای نمونه(s) : برای بدست آوردن فضای نمونه تمام حالت های ممکن در آزمایش را مینویسیم.

تعداد اعضای فضای نمونه (n(s)) : برای پیدا کردن تعداد اعضا فضای نمونه دو راه

راه اول : نوشتن فضای نمونه و پیدا کردن n(s)

راه دوم : پیدا کردن n(s) با استفاده از فرمول

دسته اول) فضای نمونه در آزمایش های معروف تاس ، سکه و فرزند :

در این دسته از آزمایش ها میتوان به راحتی با نوشتن مجموعه ی فضای نمونه ، تعداد اعضای فضای نمونه (n(s)) را پیدا کرد.

سوال ۱) فضای نمونه هریک از آزمایش های زیر را نوشته و تعداد اعضا فضای نمونه را تعیین کنید.

۱) تاس

۲) سکه

۳) فرزند

دسته دوم) فضای نمونه در آزمایش هایی که ترکیبی از تاس و سکه و فرزند هستند :

در این دسته از آزمایش ها دو حالت اتفاق می افتد :

حالت اول : اگر بین اجزا آزمایش اجبار برقرار باشد ، برای محاسبه تعداد اعضای فضای نمونه $(n(s))$ از اصل ضرب استفاده میکنیم. در واقع $n(s)$ برابر با حاصل ضرب فضای نمونه هریک از اجزا در یکدیگر .

به مثال های زیر توجه کنید .

سوال۲) در هریک از آزمایش های زیر اعضای فضای نمونه را تعیین کرده، n(s) را بدست آورید.

۱) دو فرزند

۲) سه فرزند

۳) چهار فرزند

نتیجه گیری : در آزمایش n فرزند ، فضای نمونه برابر با .... می باشد!

۴) دو سکه

۵) سه سکه

نتیجه گیری : در آزمایش پرتاب n سکه یا پرتاب n بار یک سکه ، فضای نمونه برابر با .... می باشد !

۶) دو تاس

۷) سه تاس

نتیجه گیری : در پرتاب n تاس یا پرتاب n بار یک تاس ،فضای نمونه برابر با .... می باشد!

حالت دوم : اگر بین اجزا اختیار وجود داشته باشد، مساله را حالت بندی کرده و پس از محاسبه $n(s)$ هر حالت طبق اصل ضرب ، $n(s)$ حالت ها را طبق اصل جمع ، باهم جمع میکنیم .

سوال ۳) سکه ای را پرتاب می کنیم ، در صورتی که رو ظاهر شود تاس و در غیر این صورت دوبار دیگر سکه پرتاب میکنیم.فضای نمونه این آزمایش را نوشته و $n(s)$ را بدست آورید!

تاس را پرتاب میکنیم . در صورتی که زوج بیاید ، یک سکه و درصورتی که فرد بیاید دوسکه دیگر پرتاب می کنیم . فضای نمونه و $n(s)$ این آزمایش را تعیین کنید.

دسته سوم) فضای نمونه در آزمایش هایی که قرار است r شی از بین n شی انتخاب شود :

در این آزمایش ها میتوان فضای نمونه را بدست آورد و از روی آن $n(s)$ را محاسبه کرد.

اما در جاهایی که فقط مد نظر $n(s)$ باشد.

میتوان از رابطه ی زیر استفاده کرد :

$$n(s) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

سوال ۴) سه دانش آموز ریاضی و دو دانش آموز تجربی برای انتخابات شورای مدرسه کاندید شده اند ، قرار است ۳ نفر برای شورا انتخاب شوند . فضای نمونه این آزمایش تصادفی را به دست آورید .

✍

سوال ۵) اعداد زوج کوچکتر از ۱۵ را روی کارت نوشته و داخل کیسه ای ریخته ایم و قرار است یک کارت را به تصادف خارج کنیم . فضای نمونه این آزمایش تصادفی را بنویسید .

✍

دسته چهارم) فضای نمونه در آزمایش هایی که قرار است n شی در n جایگاه کنار هم قرار گیرند:

در این آزمایش ها میتوان از مفهوم جایگشت برای محاسبه تعداد اعضا فضای نمونه استفاده کرد .

در واقع برای $n(s)$ داریم :

$n(s) =$ مجموع جایگشت ها $=$ مجموع حالت ها $= n!$

در این دسته از آزمایش ها نوشتن مجموعه S خیلی مد نظر نیست !

سوال ۶) جایگشت های حروف کلمه **hesabi** را روی کارت های مختلف نوشته و آن ها را درون کیسه ای قرار میدهیم . یک کارت به تصادف خارج میکنیم . فضای نمونه این آزمایش تصادفی چند عضو دارد ؟

پله ی سوم

تعریف پیشامد و نحوه ی بدست آوردن آن :

هر زیر مجموعه از فضای نمونه S را ، یک پیشامد می نامیم . در واقع پیشامد یک مجموعه ای است که زیر مجموعه S است . باید بتوانیم مجموعه پیشامد و تعداد اعضا آن را تعیین کنیم .   برای این مسائل را دسته بندی میکنیم.

دسته ی اول) پیشامد در مسائل معروف تاس ، سکه و فرزند :

در این قبیل مسائل بهترین روش برای بدست آوردن پیشامد و تعداد اعضا ؛ نوشتن مجموعه پیشامد است .

سوال۷) خانواده ای دارای چهار فرزند است . از جنسیت فرزندان این خانواده اطلاع نداریم .

مطلوب است :

الف) پیشامد اینکه دقیقا یک دختر داشته باشد

ب) پیشامد اینکه حداکثر یک دختر در خانواده متولد شده باشد

پ) پیشامد اینکه تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشد

ث) پیشامد اینکه تعداد فرزندان پسر از دختر بیشتر باشد

سوال ۸) دوتاس را پرتاب میکنیم . مطلوب است :

الف) پیشامد اینکه مجموع دو تاس برابر ۵ باشد.

ب)پیشامد اینکه فقط یکی از تاس ها ۳ بیاید.

پ) پیشامد اینکه یکی از تاس ها ۲ بیاید.

سوال ۹) خانواده ای دارای ۳ فرزند است . فضای نمونه ای مربوط به فرزندان این خانواده را و پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.

سوال ۱۰) و سکه ای را به هوا می اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه دیگر را می اندازیم :

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد آنکه «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید.

پ) پیشامد آنکه «حداقل ۲ سکه رو بیاید» را مشخص کنید .

دسته ی دوم) : پیشامد در مسائلی که قرار است r شی را از بین n شی انتخاب کنیم.

در این مساله میتوان مجموعه پیشامد مورد نظر را نوشت و از روی آن تعداد اعضا را تعیین کرد. اما اگر در مساله ای فقط تعداد اعضا پیشامد مدنظر باشد میتوان از رابطه ترکیب استفاده کرد ، دقت شود در محاسبه پیشامد از داخل دسته ها انتخاب کرده و اگر اجبار داشتیم از اصل ضرب اگر اختیار داشتیم از اصل جمع استفاده میکنیم .

سوال ۱۱) در جعبه ای ۳مهره قرمز متفاوت و ۲مهره آبی متفاوت داریم. اگر ۳ مهره خارج کنیم به تصادف مطلوب است :

الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی

ب) پیشامد اینکه حداقل یک مهره آبی داشته باشیم

پ) پیشامد اینکه هر سه مهره قرمز باشد

ت) پیشامد اینکه دو تا از مهره قرمز باشد

سوال ۱۲) و هر یک از اعداد طبیعی و زوج کوچک تر از ۱۱ را روی یک کارت می نویسیم و یکی از این کارت ها را به تصادف بر می داریم :

الف) فضای نمونه ای این آزمایش یا پدیده تصادفی را مشخص کنید .

ب) چه تعداد پیشامد تصادفی را روی این فضای نمونه ای می توان تعریف کرد؟

پ) پیشامد A را که در آن «عدد روی کارت انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد»، مشخص کنید .

سوال۱۳) هر یک از ارقام ۱ تا ۸ را روی یک کارت می نویسیم و آنها را در یک کیسه قرار می دهیم؛ سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می کنیم. هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید :

الف) فضای نمونه ای و پیشامد A که در آن «عدد روی کارت زوج باشد».

ب) پیشامد B که در آن «عدد روی کارت اول باشد».

پ) پیشامد C که در آن «عدد رو شده بزرگ تر از ۲ باشد».

دسته سوم) : پیشامد در مسائلی که n شی در n جایگاه در کنار هم هستند:

در این مسائل پیشامد مورد نظر یکی از حالت های سند، کنار هم بودن و .... می باشد . در هر حالت با استفاده مفهوم جایگشت تعداد اعضا پیشامد مورد نظر را تعیین میکنیم .

سوال ۱۴) اگر حروف کلمه جهانگردی به تصادف کنار هم قرار گیرند . مطلوب است :

الف) پیشامد اینکه حرف ی آخر باشد

ب) پیشامد اینکه حرف ی و د کنار هم باشند!

پ) پیشامد اینکه با حرف ی شروع شود و به ی ختم شود