

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دعای پیش از مطالعه

اَللّٰهُمَّ اَخْرِجْنِيْ مِنْ ظُلُمَاتِ الْوَهْمِ وَاكْرِمْنِيْ بِنُورِ الْفَهْمِ
اَللّٰهُمَّ افْتَحْ عَلَيْنَا اَبْوَابَ رَحْمَتِكَ وَاَنْشُرْ عَلَيْنَا خَزَائِنَ عُلُوْمِكَ
بِرَحْمَتِكَ يَا اَرْحَمَ الرَّاحِمِيْنَ

پروردگارا، خارج کن مرا از تاریکی های فکر و گرامی بدار به نور فهم
پروردگارا، بگشای بر ما در های رحمت را و بگستران کنج های دانشت را به امید رحمت
تو ای مهربان ترین مهربانان

بیایید به حقوق دیگران احترام بگذاریم

دوست عزیز، این کتاب حاصل دسترنج چندین ساله ی مؤلف، مترجم و ناشر آن است. تکثیر و فروش آن به هر شکلی بدون اجازه از پدیدآورنده کاری غیراخلاقی، غیرقانونی، غیرشرعی و کسب درآمد از دسترنج دیگران است، نتیجه ی این عمل نادرست، موجب رواج بی اعتمادی در جامعه و بروز پی آمدهای ناگوار در زندگی و محیط ناسالم برای خود و فرزندانمان می گردد.



درسنامه ریاضی

ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک پزشکی

تألیف و گردآوری:

علیرضا جلالی

سرشناسه	: جلالی، علیرضا، ۱۳۶۸-
عنوان و نام پدیدآور	: AGK درسنامه ریاضی ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک پزشکی/ تالیف و گردآوری علیرضا جلالی.
مشخصات نشر	: تهران: آناهید گستر خلیلی، ۱۴۰۳.
مشخصات ظاهری	: ۱۶۶ ص.: مصور، جدول.
شابک	: 978-622-4907-58-5
آوانویسی عنوان	: آجی کا درسنامه ریاضی: ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک پزشکی.
موضوع	: ریاضیات -- راهنمای آموزشی (عالی) Mathematics -- Study and teaching (Higher) ریاضیات -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی) Mathematics -- Problems, exercises, etc. (Higher)
رده‌بندی کنگره	: QA۱۳۹
رده‌بندی دیویی	: ۵۱۰/۷۶
شماره کتابشناسی ملی	: ۹۸۶۰۷۵۵



انتشارات آناهید گستر خلیلی

نام: AGK درسنامه ریاضی

(ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک پزشکی)

تألیف و گردآوری: علیرضا جلالی

ناشر: آناهید گستر خلیلی

نوبت و سال چاپ: اول. ۱۴۰۳

شمارگان: ۱۰۰۰

چاپ و صحافی: گیلان

مدیر تولید: امیرحسین خلیلی

مدیر فنی و هنری: مریم آرده

تایپ و صفحه‌آرایی: بیتا اندوزفر

بهاء: ۲۴۰۰۰۰ تومان

آموزشگاه/ فروشگاه: ۰۲۱۶۶۵۶۸۶۲۱

مرکز پخش: ضلع جنوب غربی میدان انقلاب . جنب بانک پارسیان . مجتمع تجاری پارس . طبقه اول

مدیر فروش: ۰۹۱۹۱۶۸۵۹۷۰ (ارتباط از طریق پیامک)

 agkpublisher@gmail.com

 www.agkins.com

طلیحه سخن مدیر تولید:

سپردن کار به اهلش نشانه‌ی خردمندی است.

برای تولید بسته‌های آموزشی تمام تلاش خود را به کار گرفته‌ایم تا محصولی شایسته را تقدیم شما عزیزان نماییم.

مجموعه‌ای که پیش روی شماست براساس معتبرترین و به‌روزترین منابع کنکور و به قلم مجرب‌ترین اساتید تألیف شده است و مطالعه آن موجب صرفه‌جویی در زمان و هزینه شما خواهد شد. ارائه بالاترین آمار قبولی در کنکور کارشناسی ارشد و دکتری در دهه اخیر بیان‌گر توانایی این مجموعه در راستای اهداف آموزشی خود می‌باشد. اینک با اتکا به تجربه‌ای ۱۷ ساله می‌توانیم ادعا کنیم که مجموعه حاضر، بی‌شک از جمله کامل‌ترین و به‌روزترین بسته‌های آموزشی موجود در عرصه کنکور می‌باشد.

❧ برخی از ویژگی‌های بسته‌های آموزشی:

- منطبق با معتبرترین و به‌روزترین منابع کنکور
- گردآوری و تألیف توسط مجرب‌ترین اساتید کنکور
- تدریس مطالب از سطح پایه تا پیشرفته به بیان ساده و روان
- انتقال بهتر مفاهیم با استفاده از شکل، جدول و نمودار
- تألیف مبتنی بر نحوه‌ی طراحی سوالات کنکور
- مطالعه یک منبع منسجم به‌جای مطالعه چندین منبع مختلف
- منبعی خودآموز و بدون نیاز به مدرس

اینک علاوه بر مطالعه بسته‌های آموزشی استفاده از خدمات و محصولات زیر را به عنوان ضمانتی برای قبولی به شما داوطلبان عزیز توصیه می‌کنم؛

❧ آزمون‌های آزمایشی: خوش بود گر محک تجربه آید به میان

داوطلب شجاع کیست؟ داوطلبی است که خود را مورد سنجش (خود را با خود) و ارزیابی (خود را با دیگران) قرار دهد تا پیش از کنکور به نقاط ضعف خود پی ببرد و آن‌ها را تقویت نماید. آزمون‌های آزمایشی دارای یک برنامه‌ریزی منسجم است و به شما اولتیماتوم می‌دهد. یعنی شما باید در یک زمان معین مطالب معینی را مطالعه نمایید.

آزمون‌های آزمایشی مجموعه دارای سوالات استاندارد، پاسخنامه تشریحی و کارنامه تحلیلی می‌باشد. صادقانه شرکت در آزمون‌های آزمایشی را به شما عزیزان توصیه می‌کنم.

❧ مشاوره تخصصی و برنامه‌ریزی: زیر نظر حرفه‌ای‌ها درس بخوانید ...

در صورتی که نمی‌توانید با توجه به زمان آزادتان برنامه‌ی مطالعاتی استاندارد را برای خود تدوین کنید حتماً از افراد متخصص کمک بخواهید. افرادی که تجربیات خود را صادقانه در اختیار شما قرار می‌دهند و برنامه‌ریزی مناسب با شرایط شما را انجام می‌دهند.

📖 کتاب تست:

کوچک‌ترین واحد یادگیری در کنکور، تست است. شما می‌توانید برای این‌که سطح یادگیری خود را پس از مطالعه بسنجید از کتاب‌های تست مجموعه (تست کنکور) و ماطراحان (تست‌های تألیفی) استفاده کنید. این کتاب‌ها به‌صورت موضوعی طبقه‌بندی شده‌اند و می‌توانند نحوه‌ی طرح سوالات کنکور و سطح آن‌ها را به‌صورت واضح به شما نشان دهند.

📖 درسنامه‌های نکات داغ و کتاب‌های الگوریتم مناسب‌ترین منابع برای دوران مرور و جمع‌بندی:

بیش‌تر داوطلبان حین مطالعه نگران خلاصه‌نویسی و مرور آموخته‌های خود هستند و برای خلاصه‌نویسی زمان زیادی را صرف می‌کنند. اینک به شما مژده می‌دهیم که این‌بار زمان به نفع شما در حال گذر است و دیگر با استفاده از درسنامه‌های نکات داغ و کتاب‌های الگوریتم نیاز به خلاصه‌نویسی ندارید.

شما می‌توانید نظرات، انتقادات و پیشنهادهای سازنده خود را در مورد بسته‌های آموزشی به شماره‌تلفن همراه ۰۹۱۹۱۶۸۵۹۷۰ فقط و فقط پیامک نمایید.

مشاور و مدیر تولید

امیرحسین خلیلی

طلیحه سخن مؤلف:

ریاضیات عمومی یکی از دروس اصلی در آزمون سراسری بسیاری از رشته‌های علوم مهندسی می‌باشد. از این‌رو یادگیری این درس برای دانشجویان بسیار حائز اهمیت است. با توجه به این‌که این درس برای رشته‌های علوم پزشکی کم‌تر مورد توجه قرار می‌گیرد بر آن شدیم درسنامه‌ای با رویکردی مناسب که یادگیری این درس را راحت‌تر می‌کند تدوین نماییم.

درسنامه حاضر کلیه مطالب اصلی درس ریاضی شامل: تابع، حد و پیوستگی، مشتق، دنباله و سری، توابع برداری، توابع چندمتغیره، دستگاه مختصات قطبی، انتگرال‌های چندگانه، آنالیز برداری و توابع مختلط که در کنکور کارشناسی ارشد بسیاری از رشته‌ها از جمله فیزیک پزشکی مورد سوال قرار می‌گیرد را پوشش می‌دهد. به منظور یادگیری هرچه بهتر مطالب در هر فصل تعدادی تست مربوط به کنکور سال‌های قبل قرار داده شده است.

این درسنامه با توجه به جامعیت مطالب گفته شده، علاوه بر رشته فیزیک پزشکی در رشته‌هایی نظیر؛ مهندسی پزشکی، آمار زیستی، انفورماتیک پزشکی، ارگونومی، اقتصاد بهداشت، رادیوبیولوژی و حفاظت پرتویی و بهداشت حرفه‌ای نیز قابل استفاده می‌باشد.

در پایان از همکارانم در انتشارات آن‌اهید گستر خلیلی به خاطر حمایت‌هایشان در تألیف و گردآوری این درسنامه تشکر و قدردانی می‌کنم.

با احترام

علیرضا جلالی

فصل اول: تابع	۹
فصل دوم: حد و پیوستگی توابع	۱۳
فصل سوم: مشتق و کاربردهای آن	۲۰
فصل چهارم: انتگرال و روش‌های انتگرال‌گیری	۲۹
فصل پنجم: دستگاه مختصات قطبی و برخی رویه‌های مهم درجه دوم	۴۲
فصل ششم: توابع برداری	۵۶
فصل هفتم: توابع چندمتغیره	۶۲
فصل هشتم: توابع غیرجبری	۸۰
فصل نهم: دنباله‌ها و سری‌ها	۹۹
فصل دهم: هندسه تحلیلی	۱۱۴
(۱-۱۰): بردارها و دستگاه مختصات	۱۱۴
(۲-۱۰): معادله‌های خط - پاره‌خط و صفحه در فضا	۱۲۰
(۳-۱۰): ماتریس، معادلات خطی و ویژه مقادارها	۱۲۶
فصل یازدهم: انتگرال‌های چندگانه و کاربردهای آن	۱۳۳
فصل دوازدهم: آنالیز برداری	۱۴۰
فصل سیزدهم: توابع مختلط	۱۴۷
(۱-۱۳): اعداد مختلط	۱۴۷
(۲-۱۳): توابع مختلط	۱۵۴



۱. تابع

فاصله بین دو نقطه

اگر $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ دو نقطه در صفحه باشند. فاصله بین این دو نقطه عبارت است از:

$$\overline{AB} = |AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

مثال: فاصله نقاط $A(-1, 2)$ و $B(-3, -5)$ را به دست آورید.

حل:

$$\overline{AB} = \sqrt{(-1 - (-3))^2 + (2 - (-5))^2} = \sqrt{53}$$

معادله خط

مجموعه نقاطی از صفحه که بین طول و عرض آن‌ها رابطه برقرار باشد، تشکیل یک خط می‌دهند و رابطه مزبور را معادله خط گویند. m را شیب خط (تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازند) و h را عرض از مبدأ (فاصله محل تلاقی خط و محور عرض‌ها تا مبدأ) گویند.

✚ خط موازی محور افقی دارای شیب صفر است و معادله آن به صورت $y = a$ است.

✚ خط موازی محور عمودی دارای شیب بی‌نهایت است و معادله آن به صورت $x = b$ است.

✚ معادله خطی که از دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ می‌گذرد به صورت $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ است.

مثال: معادله خطی که از نقاط $A(3, 5)$ و $B(2, -2)$ می‌گذرد را بنویسید.

حل:

$$y - (-2) = \frac{-2 - 5}{2 - 3}(x - 2) \Rightarrow y = 7x - 16$$

حد و پیوستگی توابع

حد و پیوستگی توابع

مفهوم همسایگی

تعریف: الف) مجموعه $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ را که در آن $a, b \in \mathbb{R}$ ، $a < b$ یک بازه (فاصله) باز می‌نامند و با نماد (a, b) نمایش می‌دهند.

ب) مجموعه $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ که در آن $a \leq b$ یک بازه (فاصله) بسته می‌نامند و با نماد $[a, b]$ نمایش می‌دهند.

پ) هر یک از مجموعه‌های $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ ، $\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ را که در آن‌ها a, b اعداد حقیقی می‌باشند، یک بازه‌ی نیمه‌باز می‌نامند و به ترتیب با نماد $[a, b)$ و $(a, b]$ نمایش می‌دهند.

حد و مفهوم آن

حال برای متغیر x و عدد a گویند «حد x برابر a است هرگاه $x \rightarrow a$ » این عبارت را به زبان فارسی به این صورت

می‌نویسند: $\lim_{x \rightarrow a} x = a$

حد راست: متغیر x و عدد $a \in \mathbb{R}$ مفروض‌اند. گویند « x از راست به a میل می‌کند و با نماد $x \rightarrow a^+$ » نشان می‌دهند. هرگاه؛

الف) $x > a$

ب) فاصله x و a از هر عدد حقیقی و مثبت δ کم‌تر باشد.

به زبان ریاضی چنین می‌نویسند:

$$x \rightarrow a^+ \Leftrightarrow \forall \delta \in \mathbb{R}^+ ; |x - a| < \delta , \quad x > a$$

$$\Leftrightarrow \forall \delta \in \mathbb{R}^+ ; 0 < x - a < \delta$$

$$\Leftrightarrow \forall \delta \in \mathbb{R}^+ ; a < x < a + \delta$$

بنابراین «حد راست x برابر a است هرگاه $x \rightarrow a^+$ » و می‌نویسند $\lim_{x \rightarrow a^+} x = a$

مشتق و کاربردهای آن

مشتق توابع

مشتق یک تابع

تعریف: تابع $y = f(x)$ و نقطه $x_0 \in D_f$ را در نظر بگیرید. مشتق تابع f در نقطه $x = x_0$ با نماد $f'(x_0)$ نشان داده شده، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

اگر $f'(x_0)$ موجود باشد (حد فوق عددی متناهی باشد) گوئیم تابع $f(x)$ در نقطه $x = x_0$ مشتق‌پذیر است. مشتق‌های راست و چپ تابع f در نقطه مزبور به ترتیب با نمادهای $f'_+(x_0)$ و $f'_-(x_0)$ نشان داده شده، به صورت زیر

$$\text{تعریف می‌شوند: } f'_+(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \text{ و } f'_-(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

مثال: با فرض $n \in \mathbb{N}$ مشتق تابع $f(x) = x^n$ را با استفاده از تعریف در نقطه دلخواه $x = x_0$ بیابید.

حل:

$$\begin{aligned} f'_-(x_0) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^n - x_0^n}{x - x_0} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x - x_0)(x^{n-1} + x^{n-2}x_0 + \dots + x_0^{n-1})}{x - x_0} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} (x^{n-1} + x^{n-2}x_0 + \dots + x_0^{n-1}) = nx_0^{n-1} \end{aligned}$$

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

از آنجا که نقطه x_0 دلخواه انتخاب شده بود بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

انتگرال و روش‌های انتگرال‌گیری

انتگرال

مقدمه

در حساب دیفرانسیل و انتگرال، دومین مفهوم مهم، مفهوم انتگرال است. در این فصل خواهیم دید که چگونه قضیه‌ی اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال، مفاهیم مشتق و انتگرال را به صورت مناسبی به یکدیگر ارتباط می‌دهد.

انتگرال معین

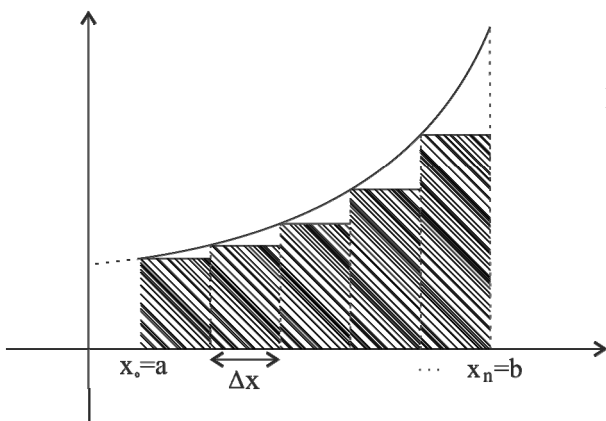
افراز منظم: اگر بازه بسته‌ی $[a, b]$ را بتوان به زیربازه‌هایی با طول‌های مساوی تقسیم کرد این عمل را افراز منظم می‌گویند.

$$\begin{array}{ccccccc} \bullet & | & | & & | & | & \\ x_0=a & x_1 & x_2 & \dots & x_{n-1} & x_n=b & \end{array} \quad \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

(۱) مساحت نقصانی اگر n معلوم باشد، برای توابع صعودی:

$$L_n = S = \Delta x \sum_{i=1}^n f_{i-1} \quad \text{مجموع پایین ریمان}$$

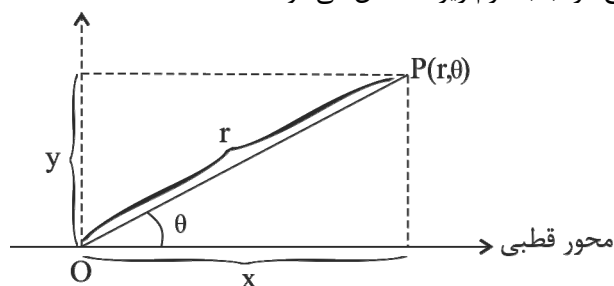
$$L_{n(f)} = \Delta x \sum_{i=1}^n (a + (i-1)\Delta x) \quad \text{اگر } n \text{ معلوم نباشد}$$



دستگاه مختصات قطبی و برخی رویه‌های مهم درجه دوم

(۵-۱)

این دستگاه مختصات از یک محور به نام محور قطبی و یک نقطه ثابت روی آن محور به نام قطب تشکیل شده است و هر نقطه در این دستگاه با یک زوج مرتب به فرم زیر مشخص می‌شود.



توجه شود که r فاصله‌ای جهت‌دار است از مبدأ تا نقطه P و θ زاویه‌ای است که بردار $\overrightarrow{OP}$ با جهت مثبت محور قطبی می‌سازد.

$$\begin{cases} \tan \theta = \frac{y}{x} \\ r = \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

در دستگاه مختصات قطبی نمایش یک نقطه برخلاف دستگاه دکارتی منحصر به فرد نیست و در حقیقت تمام نقاطی با مختصات $(-1)^k r$ و $k\pi + \theta$ همگی بر نقطه (r, θ) منطبق هستند.

مکان هندسی نقطه $P(r, \theta)$ وقتی $r = a > 0$ ثابت باشد با تغییر θ دایره‌ای است به مرکز قطب و به شعاع a زیرا داریم:

$$r = a \Rightarrow r^2 = a^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = a^2$$

توابع برداری (تابع پارامتری)

تعریف

۲ یا ۳

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$$

$$t \rightarrow f(t) = (f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t))$$

توابع مؤلفه‌ای f

$$x(t) \quad y(t) \quad z(t)$$

$$D_f = A \subseteq \mathbb{R}$$

$$[a, b]$$

قضیه

شرط لازم و کافی برای مشتق‌پذیری تابع برداری $f(t)$ در نقطه t آن است که توابع مؤلفه‌ای آن یعنی $f_1(t)$ ، $f_2(t)$ و $f_3(t)$ همگی در نقطه t مشتق‌پذیر باشند. (بحث مشابهی در مورد پیوستگی برقرار است.)

$$f'(t_0) = f'_1(t_0)\hat{i} + f'_2(t_0)\hat{j} + f'_3(t_0)\hat{k}$$

$$f'(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$$

مثال: رویه متناظر و یا منحنی متناظر با توابع برداری زیر را تعیین کنید.

$$1) f(t) = (2\sqrt{t} \cos t)\hat{i} + (3\sqrt{t} \sin t)\hat{j} + \sqrt{1+t}\hat{k}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x(t) = 2\sqrt{t} \cos t & \frac{x}{2} = \sqrt{t} \cos t \\ y(t) = 3\sqrt{t} \sin t & \frac{y}{3} = \sqrt{t} \sin t \\ z(t) = \sqrt{1+t} & z^2 = 1+t \rightarrow t = z^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = t$$

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z^2 - 1$$

هذلولیگون دویارچه با مولد و محور z ها و مرکز مبدأ

$$z^2 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

توابع چندمتغیره

توابع چندمتغیره

منظور از یک تابع چند متغیره تابعی مانند $f: R^n \rightarrow R$ می باشد.

$$(n=2 \text{ یا } 3)$$

$$(x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) = w$$

$$(x, y) \rightarrow f(x, y) = z$$

واضح است که نمودار f در حالت $n=2$ در فضای سه بعدی قرار می گیرد و در حالت $n=3$ در فضای چهاربعدی که چون قابل تصور نیست، معمولاً با فرض این که C یک عدد ثابت باشد، منحنی های تراز وابسته به f را با معادلات $f(x, y, z) = C$ می توانند رسم می کنند. مثلاً برای تابع سه متغیره $f(x, y, z) = x^2 - y^2 - z$ منحنی های تراز عبارت اند از:

$$x^2 - y^2 - z = C \quad S = (0, 0, -C) \rightarrow \text{رأس سهمیگون (دوآر)}$$

هم چنین برای تابع روبه رو منحنی های تراز عبارت اند از:

$$f(x, y, z) = \frac{z^2}{2} - x^2 - \frac{y^2}{4}$$

$$\frac{z^2}{2} - x^2 - \frac{y^2}{4} = C \Rightarrow \begin{cases} \frac{z^2}{2C} - \frac{x^2}{C} - \frac{y^2}{4C} = 1 & C > 0 \text{ هذلولیگون دوپارچه} \\ -\frac{z^2}{2C} + \frac{x^2}{C} + \frac{y^2}{4C} = 1 & C < 0 \text{ هذلولیگون یک پارچه} \end{cases}$$

$$Gr(f) = \{((x, y, z), w) \mid (x, y, z) \in D_f\} \quad \leftarrow \text{گراف}$$

توابع غیر جبری

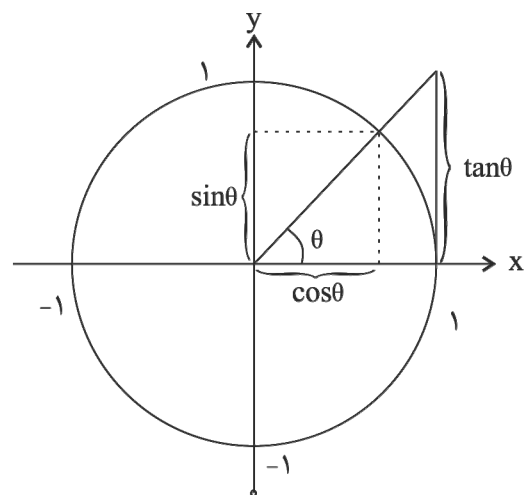
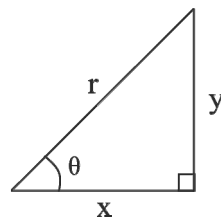
تابعی که جبری نباشد، غیر جبری یا متعالی نامیده می‌شود. مجموعه‌ی توابع غیر جبری عبارت‌اند از توابع مثلثاتی، لگاریتمی، نمایی، هذلولوی، وارون توابع مثلثاتی و بسیاری توابع دیگر.

۱. توابع مثلثاتی

توابعی متناوب هستند که به عنوان تابعی که روی زوایا تعریف می‌شود، شناخته می‌شوند.

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \tan \theta = \frac{y}{x}; \csc \theta = \frac{r}{y}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}, \cot \theta = \frac{x}{y}; \sec \theta = \frac{r}{x}$$



چهار تابع آخر را می‌توان برحسب $\sin$ و $\cos$ بازنویسی کرد؛

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

دنباله‌ها و سری‌ها

سری

تعریف

به دنباله‌ی $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ دنباله‌ی جدید $\{S_n\}$ را با تعریف:

$$S_1 = a_1, S_2 = a_1 + a_2, \dots, S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

نسبت می‌دهیم. این دنباله‌ی جدید را یک سری می‌نامیم و آن را با $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ نشان می‌دهیم و می‌خوانیم

«سیگمای a_n ، a_n را جمله‌ی عمومی سری و S_n را مجموع جزئی n ام آن می‌نامیم. گاه دنباله‌ی $\{S_n\}$ را دنباله‌ی

مجموعه‌های جزئی سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ می‌نامیم.

خواص سری

$$۱) \sum_{i=1}^n p = np$$

$$۲) \sum_{k=1}^n pa_k = p \sum_{k=1}^n a_k$$

$$۳) \sum_{k=m}^n p = (m - n + 1)p$$

$$۴) \sum_{k=1}^n (a_k \pm b_k) = \sum_{k=1}^n a_k \pm \sum_{k=1}^n b_k$$

(۱۰-۱): بردارها و دستگاه‌های مختصات

مقدمه

در مطالعه‌ی پدیده‌های فیزیکی با دو نوع کمیت سر و کار داریم. یکی کمیت‌های نرده‌ای که فقط با «اندازه» مشخص می‌شوند مانند؛ جرم، انرژی، بار الکتریکی و اختلاف پتانسیل. دیگر کمیت‌های برداری که مشخص کردن آن‌ها مستلزم «اندازه» و «جهت» هر دو می‌باشند. از قبیل نیرو، شتاب، شدت میدان الکتریکی و چگالی جریان الکتریکی. که بردار را برای مثال بردار نیرو $\vec{F}$ نمایش می‌دهیم و اندازه‌ی آن را با $|F|$ نمایش می‌دهیم.

قواعد ساده برداری

تساوی بردارها: دو بردار مساوی گویند که اندازه و جهتشان یکی باشد. اگر $A = -B$ باشد، اندازه دو بردار A و B یکی بوده ولی مختلف‌الجهت هستند.

جمع بردارها

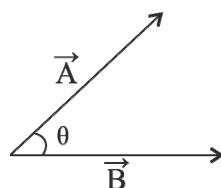
جمع بردارها از قوانین جابه‌جایی پذیری و شرکت پذیری پیروی می‌کنند.

$$۱) \vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

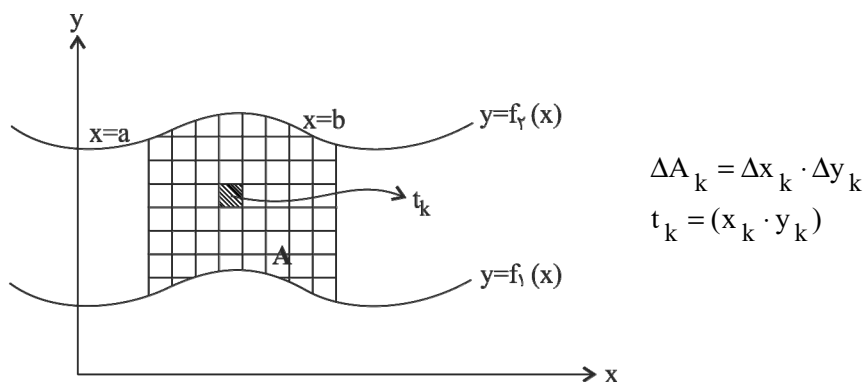
$$۲) (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$

ضرب داخلی دو بردار

$$۳) \vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta = AB \cos \theta$$



انتگرال‌های چندگانه و کاربرد آن‌ها



انتگرال دوگانه

فرض کنید ناحیه A در صفحه xy محدود به منحنی نمایش دو تابع $y=f_1(x)$ و $y=f_2(x)$ به صورت فوق باشد. حال چنانچه خواسته باشیم انتگرال معین تابع دو متغیر $f(x,y)$ را روی ناحیه A محاسبه کنیم ابتدا مجموع ریمان تابع f متناظر با شبکه‌بندی فوق از ناحیه A را به صورت $S_n = \sum_{k=1}^n f(t_k) \Delta A_k$ در نظر می‌گیریم و سپس حد آن را در صورت وجود انتگرال معین دوگانه f روی A می‌نامیم و در واقع داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f_k(x_k, y_k) \cdot \Delta x_k \cdot \Delta y_k = \iint_A f(x, y) dA \rightarrow dx dy \text{ یا } dy dx$$

انتگرال منحنی الخط

فرض کنید $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ با ضابطه $F(x, y, z) = M(x, y, z)\hat{i} + N(x, y, z)\hat{j} + p(x, y, z)\hat{k}$ یک میدان برداری باشد و منحنی (C) با معادلات پارامتری:

$$C: \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \\ z = h(t) \end{cases} \quad (a \leq t \leq b)$$

یک منحنی پاره هموار یا به طور قطعه قطعه مشتق پذیر در فضا باشد در این صورت انتگرال منحنی الخط F روی منحنی C به صورت زیر تعریف می شود:

$$w = \int_C F \cdot dr = \int_{C:A}^B Mdx + Ndy + Pdz \quad \begin{cases} dx = f'(t)dt \\ dy = g'(t)dt \\ dz = h'(t)dt \end{cases}$$

به وضوح دیده می شود که انتگرال منحنی الخط یک انتگرال یگانه است و همچنین انتگرال فوق کار انجام شده توسط نیروی F را وقتی که نقطه اثر آن از A تا B در طول منحنی C جابه جا می شود را نشان می دهد.

تعریف: میدان برداری نیروی $F(x, y, z) = M(x, y, z)\hat{i} + N(x, y, z)\hat{j} + p(x, y, z)\hat{k}$ را یک میدان نگهدارنده، پایستار و یا یک میدان گرادیان می نامند هرگاه داشته باشیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_y = N_x \\ M_z = P_x \\ N_z = P_y \end{array} \right\} \quad \text{شرط پایستار بودن}$$

(۱-۱۳): اعداد مختلط

در این فصل مجموعه جدیدی را به نام مجموعه اعداد مختلط ارائه کرده، خواص جبری اعداد را روی آن گسترش می‌دهیم و آن را به عنوان تعمیمی از مجموعه اعداد حقیقی در نظر می‌گیریم.

مقدمه

معادله درجه دوم $x^2 + x + 1 = 0$ را در نظر بگیرید. به سادگی می‌بینیم که $b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3 < 0$. این بدین معنی است که این معادله در مجموعه اعداد حقیقی ریشه ندارد. با توجه به فرم جواب معمول $x = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2}$ ، مشکل وجود $\sqrt{-3}$ می‌باشد. اما از آن جا که $\sqrt{-3} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3}$ ، مشکل اصلی به مفهوم $\sqrt{-1}$ معطوف می‌شود، قرار می‌دهیم $i = \sqrt{-1}$. بنابراین جواب فوق از معادله درجه دوم اخیر را می‌توان به صورت زیر نوشت؛

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-1}\sqrt{3}}{2} = \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

که در آن اعداد $\frac{1}{2}$ و $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ اعداد حقیقی‌اند. این جواب از معادله درجه دوم اخیر، ما را به ساختن مجموعه‌ای جدیدی با همین فرم اعضا هدایت می‌کند. از آن جا که $i = \sqrt{-1}$ مفهومی حقیقی و واقعی ندارد، واحد موهومی یا تصویری نامیده می‌شود.

دستگاه اعداد مختلط

برای ساختن مجموعه‌ای جدید با شکل اعضا فوق، واحد موهومی i را به مجموعه اعداد حقیقی اضافه می‌کنیم که این عمل بدین گونه نوشته می‌شود:

$$\mathbb{C} = \langle \mathbb{R}, i \rangle = \{x + iy \mid x, y \in \mathbb{R}; i = \sqrt{-1}\}$$

بانک سوالات

جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

سوالات تألیفی

تألیف سوالات مشابه کنکور

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

بانک سوالات

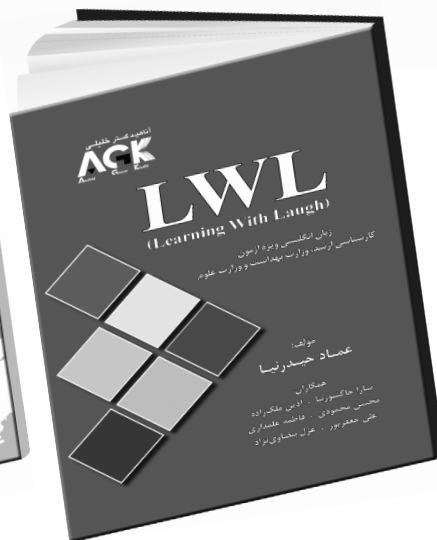
جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

سوالات تألیفی

تألیف سوالات مشابه کنکور



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

شماره تماس با نمایندگی‌های فعال و رسمی آناهید گستر خلیلی

شماره تماس	نمایندگی	شماره تماس	نمایندگی
۰۹۱۰۱۷۱۱۸۷۲	سبزوار (آقای شریفان)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۵۰	اراک (آقای حسینی)
۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۱	شاهرود (آقای سلمانی)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۸	اردبیل (خانم عاصمی‌زاده)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۹	شهرکرد (خانم تقی‌پور)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۱	ارومیه (آقای آرمیون)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۲	شیراز (آقای فروردین / خانم هوشمندی)	۰۹۱۹۶۳۲۱۸۵۲	اسفراین (خانم اسماعیل‌زاده)
۰۹۱۹۳۷۱۳۷۴۲	فسا (خانم شعبانی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۰	اصفهان (آقای کیانی)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۹	قزوین (خانم چگینی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۴	اهواز (آقای دکتر رضازاده)
۰۹۱۹۷۷۸۱۹۴۷۱	کرج (آقای دکتر علیرضاپور)	۰۹۱۹۰۹۸۰۳۱۸	ایلام (آقای دکتر بوچانی)
۰۹۱۳۱۹۸۱۲۷۰	کرمان (خانم ضمانتی‌یار)	۰۹۱۹۶۸۵۳۱۱۶	بروجرد (آقای احمدی‌صدر)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۸	کرمانشاه (آقای ابراهیمی)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۹	بم (خانم سرحدی‌نژاد)
۰۹۱۹۵۳۷۱۸۹۰	کوهدشت (خانم یاریان)	۰۹۱۹۵۹۰۷۲۰۳	بیرجند (آقای دکتر بهروان)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۷	گرگان (آقای شاه‌علی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۷	تبریز (خانم عاصمی‌زاده)
۰۹۱۹۵۷۳۳۱۷۹	مراغه (آقای صمدی)	۰۹۰۱۳۷۳۷۸۹۶	جهرم (آقای یاعلی جهرمی)
۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۴	مشهد (خانم دکتر شجاعی)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۰	جیرفت (خانم دکتر محمدی)
۰۹۱۹۵۷۳۳۱۷۹	میاندوآب (آقای صمدی)	۰۹۱۹۲۷۰۵۸۷۸	خرم‌آباد (خانم میر)
۰۹۱۹۶۳۵۰۷۶۸	نیشابور (آقای موسوی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۳	رشت (خانم تنها)
۰۹۱۹۵۷۳۳۲۸۴	هرمزگان (آقای زارعی)	۰۹۱۹۶۸۲۹۲۸۰	رفسنجان (آقای یوسفی)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۵	همدان (آقای سوری)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۵	زاهدان (آقای مهمان‌دوست)
۰۹۱۹۵۹۰۷۲۰۴	یاسوج (آقای مرتضوی)	۰۹۱۹۲۷۰۵۸۷۱	زنجان (خانم دکتر هوشیار)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۳	یزد (خانم آزاد)	۰۹۱۹۷۷۸۱۹۴۴	ساری (آقای دکتر اکبری)

بانک کتاب ناهید



«هر کتابی، از هر انتشاراتی را از ما بخواهید»

✓ جامع‌ترین بانک کتاب

✓ تحویل روزانه

✓ ارسال به تمامی نقاط کشور

✓ سفارش کتاب به صورت تلفنی و آنلاین

www.NIBS.ir



کتاب دانشگاهی، فنی و مهندسی، علوم پزشکی، علوم انسانی، عمومی،
ادبی، مذهبی، کمک آموزشی، کودک و نوجوان و کتاب نفیس

فروشگاه: تهران - خیابان انقلاب - روبه روی درب اصلی دانشگاه تهران

پاساژ فروزنده - طبقه همکف - پلاک ۳۳۱

تلفن: ۶۶۴۸۹۳۷۵ - ۰۲۱ - ۶۶۴۸۹۳۴۹ - ۰۲۱