

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دعای پیش از مطالعه

اَللّٰهُمَّ اَخْرِجْنِيْ مِنْ ظُلُمَاتِ الْوَهْمِ وَاكْرِمْنِيْ بِنُورِ الْفَهْمِ
اَللّٰهُمَّ افْتَحْ عَلَيْنَا اَبْوَابَ رَحْمَتِكَ وَاَنْشُرْ عَلَيْنَا خَزَائِنَ عُلُوْمِكَ
بِرَحْمَتِكَ يَا اَرْحَمَ الرَّاحِمِيْنَ

پروردگارا، خارج کن مرا از تاریکی های فکر و گرامی بدار به نور فهم
پروردگارا، بگشای بر ما در های رحمت را و بگستران کنج های دانشت را به امید رحمت
تو ای مهربان ترین مهربانان

بیایید به حقوق دیگران احترام بگذاریم

دوست عزیز، این کتاب حاصل دسترنج چندین ساله ی مؤلف، مترجم و ناشر آن است. تکثیر و فروش آن به هر شکلی بدون اجازه از پدیدآورنده کاری غیراخلاقی، غیرقانونی، غیرشرعی و کسب درآمد از دسترنج دیگران است، نتیجه ی این عمل نادرست، موجب رواج بی اعتمادی در جامعه و بروز پی آمدهای ناگوار در زندگی و محیط ناسالم برای خود و فرزندانمان می گردد.



درسنامه ریاضی عمومی

ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی بهداشت حرفه‌ای

تألیف و گردآوری:

سید حجت موسوی کردمیری

«رتبه ۱ رشته مهندسی بهداشت حرفه‌ای دانشگاه علوم پزشکی تهران»

محمد رضا پیران عقل

«رتبه ۱۰ رشته مهندسی بهداشت حرفه‌ای دانشگاه تربیت مدرس»

سرشناسه

: موسوی کردمیری، سید حجت، ۱۳۷۱-

عنوان و نام پدیدآور

: AGK درسنامه ریاضی عمومی: ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی بهداشت حرفه‌ای/ تألیف و

گردآوری سیدحجت موسوی کردمیری، محمدرضا پیران‌عقل.

مشخصات نشر

: تهران: آناهید گستر خلیلی، ۱۴۰۳.

مشخصات ظاهری

: ۱۳۱ص: مصور؛ ۲۲ × ۲۹ س.م.

شابک

: 978-622-4907-40-0

وضعیت فهرست‌نویسی

: فیپا

موضوع

: ریاضیات -- راهنمای آموزشی -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)

Mathematics -- Study and teaching -- Examinations, questions, etc (Higher)

: ریاضیات -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)

Mathematics -- Problems, exercises, etc (Higher)

شناسه افزوده

: پیران‌عقل، محمدرضا، ۱۳۷۴-

رده‌بندی کنگره

: QA۱۳۹

رده‌بندی دیویی

: ۵۱۰/۷۶

شماره کتابشناسی ملی

: ۹۸۵۹۷۱۶



انتشارات آناهید گستر خلیلی

نام: AGK درسنامه ریاضی عمومی

(ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی بهداشت حرفه‌ای)

تألیف و گردآوری: سید حجت موسوی کردمیری . محمدرضا پیران‌عقل

ناشر: آناهید گستر خلیلی

نوبت و سال چاپ: اول. ۱۴۰۳

شمارگان: ۱۰۰۰

چاپ و صحافی: گیلان

مدیر تولید: امیرحسین خلیلی

مدیر فنی و هنری: مریم آرده

تایپ و صفحه‌آرایی: آرزو راضی

بهاء: ۲۲۰۰۰۰ تومان

آموزشگاه/ فروشگاه: ۰۲۱۶۶۵۶۸۶۲۱

مرکز پخش: ضلع جنوب غربی میدان انقلاب . جنب بانک پارسیان . مجتمع تجاری پارس . طبقه اول

مدیر فروش: ۰۹۱۹۱۶۸۵۹۷۰ (ارتباط از طریق پیامک)

 agkpublisher@gmail.com



www.agkins.com

طلیحه سخن مدیر تولید:

سپردن کار به اهلش نشانه‌ی خردمندی است.

برای تولید بسته‌های آموزشی تمام تلاش خود را به کار گرفته‌ایم تا محصولی شایسته را تقدیم شما عزیزان نماییم.

مجموعه‌ای که پیش روی شماست براساس معتبرترین و به‌روزترین منابع کنکور و به قلم مجرب‌ترین اساتید تألیف شده است و مطالعه آن موجب صرفه‌جویی در زمان و هزینه شما خواهد شد. ارائه بالاترین آمار قبولی در کنکور کارشناسی ارشد و دکتری در دهه اخیر بیان‌گر توانایی این مجموعه در راستای اهداف آموزشی خود می‌باشد. اینک با اتکا به تجربه‌ای ۱۷ ساله می‌توانیم ادعا کنیم که مجموعه حاضر، بی‌شک از جمله کامل‌ترین و به‌روزترین بسته‌های آموزشی موجود در عرصه کنکور می‌باشد.

❧ برخی از ویژگی‌های بسته‌های آموزشی:

- منطبق با معتبرترین و به‌روزترین منابع کنکور
- گردآوری و تألیف توسط مجرب‌ترین اساتید کنکور
- تدریس مطالب از سطح پایه تا پیشرفته به بیان ساده و روان
- انتقال بهتر مفاهیم با استفاده از شکل، جدول و نمودار
- تألیف مبتنی بر نحوه‌ی طراحی سوالات کنکور
- مطالعه یک منبع منسجم به جای مطالعه چندین منبع مختلف
- منبعی خودآموز و بدون نیاز به مدرس

اینک علاوه بر مطالعه بسته‌های آموزشی استفاده از خدمات و محصولات زیر را به عنوان ضمانتی برای قبولی به شما داوطلبان عزیز توصیه می‌کنم؛

❧ آزمون‌های آزمایشی: خوش بود گر محک تجربه آید به میان

داوطلب شجاع کیست؟ داوطلبی است که خود را مورد سنجش (خود را با خود) و ارزیابی (خود را با دیگران) قرار دهد تا پیش از کنکور به نقاط ضعف خود پی ببرد و آن‌ها را تقویت نماید. آزمون‌های آزمایشی دارای یک برنامه‌ریزی منسجم است و به شما اولتیماتوم می‌دهد. یعنی شما باید در یک زمان معین مطالب معینی را مطالعه نمایید.

آزمون‌های آزمایشی مجموعه دارای سوالات استاندارد، پاسخنامه تشریحی و کارنامه تحلیلی می‌باشد. صادقانه شرکت در آزمون‌های آزمایشی را به شما عزیزان توصیه می‌کنم.

❧ مشاوره تخصصی و برنامه‌ریزی: زیر نظر حرفه‌ای‌ها درس بخوانید ...

در صورتی که نمی‌توانید با توجه به زمان آزادتان برنامه‌ی مطالعاتی استاندارد را برای خود تدوین کنید حتماً از افراد متخصص کمک بخواهید. افرادی که تجربیات خود را صادقانه در اختیار شما قرار می‌دهند و برنامه‌ریزی مناسب با شرایط شما را انجام می‌دهند.

📖 کتاب تست:

کوچک‌ترین واحد یادگیری در کنکور، تست است.

شما می‌توانید برای این‌که سطح یادگیری خود را پس از مطالعه بسنجید از کتاب‌های تست مجموعه (تست کنکور) و ماطراحان (تست‌های تألیفی) استفاده کنید. این کتاب‌ها به‌صورت موضوعی طبقه‌بندی شده‌اند و می‌توانند نحوه‌ی طرح سوالات کنکور و سطح آن‌ها را به‌صورت واضح به شما نشان دهند.

📖 درسنامه‌های نکات داغ و کتاب‌های الگوریتم مناسب‌ترین منابع برای دوران مرور و جمع‌بندی:

بیش‌تر داوطلبان حین مطالعه نگران خلاصه‌نویسی و مرور آموخته‌های خود هستند و برای خلاصه‌نویسی زمان زیادی را صرف می‌کنند. اینک به شما مژده می‌دهیم که این‌بار زمان به نفع شما در حال گذر است و دیگر با استفاده از درسنامه‌های نکات داغ و کتاب‌های الگوریتم نیاز به خلاصه‌نویسی ندارید.

شما می‌توانید نظرات، انتقادات و پیشنهادهای سازنده خود را در مورد بسته‌های آموزشی به شماره‌تلفن همراه ۰۹۱۹۱۶۸۵۹۷۰ فقط و فقط پیامک نمایید.

مشاور و مدیر تولید

امیرحسین خلیلی

طلیحه سخن مؤلف:

همان‌طور که شما عزیزان مطلع هستید، برای آزمون‌های ریاضی وزارت بهداشت، کتاب جامعی وجود ندارد و حتی در دانشگاه، اساتید اکثراً از روی جزوات خود تدریس می‌کنند و همچنین در کلاس‌های کنکور، اکثراً تست‌های مربوط به ریاضیات رشته‌های مهندسی که گاهی از حیطه‌ی سؤالات مطرح شده در آزمون ریاضی وزارت بهداشت خارج است، مطرح می‌شود و این امر باعث سردرگمی بیش‌تر داوطلبان می‌گردد و این نیاز در زمینه مطالعه و آمادگی برای آزمون ریاضی وزارت بهداشت بیش‌تر گریبان‌گیر داوطلبان است.

در این درسنامه سعی شده است تمام مطالب مورد نیاز برای آزمون ریاضی ارشد بهداشت حرفه‌ای جمع‌آوری گردد و همچنین تست‌های آزمون‌های چند سال اخیر به‌همراه پاسخ تشریحی آن در پایان هر مبحث آورده شده است و با اطمینان می‌توان بگویم با این درسنامه شما خواهید توانست درصد بالایی در آزمون ریاضی داشته باشید.

از آن‌جایی که مباحث و سطح سؤالات رشته‌های ارگونومی و اقتصاد بهداشت همانند رشته بهداشت حرفه‌ای هست و بسیار نزدیک به آن است، لذا مطالعه این کتاب برای این دسته از داوطلبان توصیه می‌گردد و می‌توان مثمر ثمر باشد. با این وجود هیچ ادعایی بر کامل و بی‌عیب بودن این درسنامه ندارم و بدیهی است که در چاپ اول این درسنامه مطالب از لحاظ نگارشی و شیوه بیان و ... خالی از نقص و کاستی نخواهد بود.

از شما دانشجویان، داوطلبان و خوانندگان محترم خواستارم که نواقص و کمبودهای احتمالی را به اینجانب گوشزد کند. در پایان جا دارد از زحمات و همکاری برادرم جناب آقای مهندس سیدعباس موسوی کردمیری که زحمات زیادی را هنگام تألیف این درسنام متحمل شدند، کمال تشکر و قدردانی را می‌نمایم و بی‌شک بدون تلاش ایشان، تهیه چنین درسنامه‌ای مهیا نمی‌شد.

با آرزوی موفقیت

سید حجت موسوی کردمیری

Hojjat_1992@yahoo.com

فهرست مطالب

صفحه

فصل و عنوان

فصل اول: مجموعه‌ها و توان‌ها.....	۱۰
فصل دوم: ماتریس، دترمینان و دستگاه.....	۱۴
فصل سوم: تابع و انواع آن.....	۱۹
فصل چهارم: حد و پیوستگی و مجانب.....	۴۲
فصل پنجم: مشتق و کاربردهای مشتق.....	۶۵
فصل ششم: انتگرال و کاربردهای آن.....	۸۲
فصل هفتم: تصاعد، دنباله و سری‌ها.....	۱۰۰
فصل هشتم: بسط‌ها و توابع متناوب.....	۱۱۳
منابع	۱۳۱

مباحث و سر فصل‌هایی که باید خوانده شود

- مجموعه‌ها و توان‌ها
- تابع و انواع آن: قسمت‌های مهم این مبحث که باید خوانده شود:
 - ترکیب توابع (fog و gof) - تعیین دامنه و برد تابع - تابع معکوس توابع لگاریتمی و فضایی آن - توابع مثلثاتی و روابط مهم و کاربردی آن توابع قدر مطلق و جزء صحیح $\Rightarrow$ در حد کلیات خوانده شوند و زیاد لازم نیست وارد جزئیات این دو مبحث شوید.
- حد و پیوستگی و مجانب
- مشتق و کاربردهای آن
- انتگرال و کاربردهای آن
- بسط
 - بسط دو جمله‌ای نیوتون
 - بسط تیلور
 - بسط مک لورن* مهم
- توابع متناوب (دوره تناوب تابع)
- سری‌ها
 - سری هندسی
 - سری ثابت
 - سری تلسکوپی* مهم

مباحث زیر هم در صورت تسلط بر مباحث قبلی و اضافه وقت خوانده شود هر از گاهی از این قسمت‌ها سوال طرح شده است: ماتریس و دترمینان - تصاعد (حسابی و هندسی) - دنباله

آنالیز سوالات ۹۶ تا ۹۷

سال	مباحث	ارشد ۹۶	ارشد ۹۷
تابع و انواع آن	۳ سوال	۶ سوال	
حد و پیوستگی و مجانب	۶ سوال	۳ سوال	
مشتق و کاربردهای آن	۱ سوال	۱ سوال	
انتگرال و کاربردها	۱۰ سوال	۹ سوال	
خارج از مباحث		۱ سوال از اعداد مختلط	

فصل

۱

مجموعه‌ها و توان‌ها

- تعاریف
- مجموعه
- به دسته‌های از اشیاء متمایز و مشخص یک مجموعه می‌گوییم و به هر یک از این اشیاء یک عضو مجموعه می‌گوییم. مجموعه‌ها را با حروف بزرگ نمایش می‌دهیم.
- مجموعه تهی
- مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را مجموعه‌ی تهی نامیده و آن را به صورت $\emptyset$ یا $\{\}$ نمایش می‌دهند.
- مجموعه‌های متناهی و نامتناهی
- مجموعه‌هایی که تعداد اعضاء آنها محدود است و شمارش آن به پایان می‌رسد را متناهی و در غیراین صورت نامتناهی می‌نامیم.
- تساوی دو مجموعه
- دو مجموعه مساوی هستند هر گاه هر عضوی در مجموعه‌ی اول است در مجموعه‌ی دوم نیز باشد و بالعکس.
- زیر مجموعه
- B را زیر مجموعه‌ی A گویند هرگاه هر عضو B ، عضو A نیز باشد و آن را به صورت $B \subseteq A$ و اگر B زیر مجموعه‌ی A نباشد آن را به صورت $B \not\subseteq A$ نمایش می‌دهند.

نکات

نکته ۱: $\emptyset \subseteq A$

مجموعه‌های $\{\emptyset\}$ و $\{\emptyset\}$ تهی نیستند. مجموعه‌ی $\{\emptyset\}$ عضو $\{\emptyset\}$ دارد.

نکته ۲: $A \subseteq A$

هر مجموعه زیر مجموعه خودش است.

تهی، زیرمجموعه‌ی هر مجموعه است.

$$A \subseteq A$$

$$\emptyset \subseteq A$$

$$\emptyset \subseteq \emptyset$$

نکته ۳:

اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ باشد، آن‌گاه $A = B$ می‌باشد.
اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ آن‌گاه $A \subseteq C$ است.

نکته ۴:

تکرار عضو تأثیری در مجموعه ندارد یعنی تعداد عضو را اضافه نمی‌کند. هم‌چنین جابه‌جایی عضوها تأثیری در مجموعه ندارد.

$$\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\} = \{2, 1, 3\}$$

$$\{2, 3\} = \{2, 2, 3, 3\}$$

نکته ۵:

محاسبه تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه:

برای محاسبه تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه از فرمول زیر استفاده می‌کنیم که در آن 2 ثابت و n تعداد عضو است. 2^n مجموعه A چند زیر مجموعه دارد؟

$$A = \{-6, \phi, 7, 9\}$$

تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه A که دارای چهار عضو است: $2^n = 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

۱- اگر $A = \{a, a, b\}$ باشد، آن‌گاه تعداد زیر مجموعه‌های A چقدر است؟ (سوال ۹۵)

پاسخ: تکرار یک آرایه در یک مجموعه بی‌تأثیر است و به زبان ساده‌تر یعنی این‌که اگر یک عضو در یک مجموعه، ۱۰ بار هم تکرار شود، ما باز هم آن را یک عنصر حساب می‌کنیم.

$$2^n = 2^2 = 4$$

پس تعداد زیر مجموعه‌های A می‌شود:

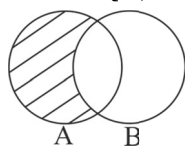
نکته ۶:

دو مجموعه جدا از هم:

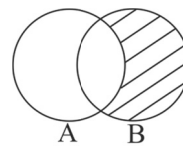
دو مجموعه که اشتراک آن‌ها تهی باشد دو مجموعه جدا از هم نامیده می‌شود.

تفاضل دو مجموعه A و B را با نماد $A - B$ نمایش می‌دهیم که مجموعه‌ی تمام اعضای A است که در B وجود ندارند. نمودار ون و تعریف ریاضی آن به‌صورت زیر است:

$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$$



A-B



B-A

نکته ۷:

مجموعه‌های خاص:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

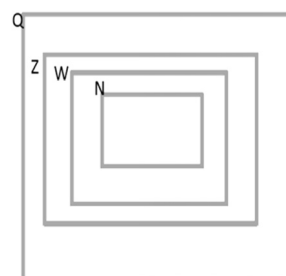
$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مجموعه‌ی اعداد گویا: اگر هر دو عدد صحیح مانند m و n را بر هم تقسیم کنیم، m/n با شرط $n \neq 0$ حاصل می‌شود که مجموعه‌ی

این اعداد را مجموعه اعداد گویا می‌نامیم و با نماد Q نمایش می‌دهیم.

مجموعه‌ی اعداد گنگ: هر عددی که گویا نباشد، گنگ است. مجموعه اعداد

گنگ را با نماد Q^c نمایش می‌دهیم. مانند $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ و...



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$

ماتریس، دترمینان و دستگاه

ماتریس

نوعی آرایش اعداد می‌باشد که از تعدادی سطر و تعدادی ستون از اعداد تشکیل می‌شود.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ 2 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ m & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}_{m \times n}$$

- معمولاً ماتریس‌ها را با حروف بزرگ نمایش می‌دهند.

- به هر عدد داخل یک ماتریس «درایه» گفته می‌شود.

- به عبارت تعداد ستون $\times$ تعداد سطر ($m \times n$) در هر ماتریس مرتبه‌ی آن ماتریس گفته می‌شود.

- برای مشخص کردن هر درایه در یک ماتریس از عبارت سطر m ام، ستون n ام استفاده می‌شود به عنوان مثال در

ماتریس مقابل، $\frac{1}{4}$ درایه‌ی سطر دوم ستون دوم است.

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & \boxed{\frac{1}{2}} & 4 \end{bmatrix}$$

- به ماتریسی که فقط یک سطر دارد ماتریس سطری می‌گوییم. مانند $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$

- به ماتریسی که فقط یک ستون دارد ماتریس ستونی می‌گوییم. مانند $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 9 \\ -1 \end{bmatrix}$

- در یک ماتریس درایه‌ها را به اختصار به شکل زیر می‌نویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = -2 \quad a_{12} = 1 \quad a_{13} = 4$$

$$a_{22} = -1 \quad a_{31} = 5 \quad a_{32} = 0$$

تساوی ماتریس‌ها

دو ماتریس در صورتی با هم برابرند که اولاً مرتبه‌ی آن‌ها یکی باشد دوماً درایه به درایه (نظیر به نظیر) با هم مساوی باشند.
- ماتریس مربعی ماتریسی است که تعداد سطر و ستون آن برابر باشد.

در ماتریس مربعی $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ درایه‌های d و a قطر اصلی و b و c قطر فرعی است.

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ماتریس صفر: ماتریسی است که تمام درایه‌های آن صفر است.

جمع دو ماتریس

دو ماتریس که دارای مرتبه‌ی برابر باشند با هم جمع می‌شوند به این صورت که درایه‌های نظیر به نظیر با هم جمع می‌شوند.

تفاضل دو ماتریس

در تفاضل هم مانند مجموع در صورت یکی بودن مرتبه‌ها انجام‌پذیر است و درایه‌های نظیر از هم کم می‌شوند.

قرینه یک ماتریس

قرینه ماتریس A ، $(-1)A$ می‌باشد و مجموع آن‌ها ماتریس O می‌شود.

مثال: اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل $A+B$ و $2A-B$ را به دست آورید.

$$A+B = \begin{bmatrix} 1-2 & 2+1 \\ -1+1 & -2+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2A-B = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4-1 & 2-2 \\ 0-1 & 6+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}$$

ضرب عدد در ماتریس

برای به دست آوردن KA کافی است، تک تک درایه‌های ماتریس A را در K ضرب کنیم.

حل معادلات ماتریسی

ابتدا مرتبه‌ی ماتریس مجهول را مشخص می‌کنیم سپس درایه‌ها را می‌نویسیم.

ضرب ماتریس‌ها

حاصل ضرب دو ماتریس در صورتی امکان‌پذیر است که تعداد ستون‌های اولی با تعداد سطرهای دومی برابر باشد. مرتبه‌ی ماتریس

حاصل نیز می‌شود: تعداد ستون‌های ماتریس دوم $\times$ تعداد سطرهای ماتریس اول

$$\begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}_{m \times n} \times \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}_{n \times p} = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix}_{m \times p}$$

برای نوشتن هر درایه در ماتریس حاصل ضرب، درایه‌های سطر ماتریس اول را در ستون ماتریس دوم ضرب می‌کنیم.

به عنوان مثال برای درایه‌های a_{33} ، سطر دوم ماتریس اول را در ستون سوم ماتریس دوم ضرب می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} = [(1 \times 3) + (-2 \times 2) + (-1 \times 6) \quad (1 \times 5) + (-2 \times 4) + (-1 \times 7)] =$$

در ماتریس‌ها $A \times B \neq B \times A$

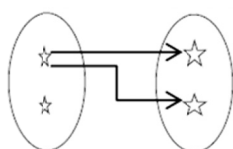
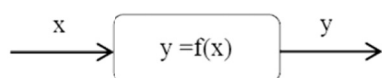
- در ماتریس‌ها برای به دست آوردن A^2 باید حاصل $A \times A$ را به دست آوریم.

دترمینان ماتریس 2×2

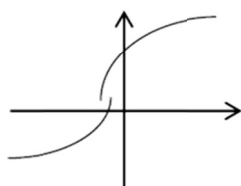
$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc$$

دترمینان ماتریس A را با تماد $|A|$ نشان می‌دهیم و مقدار آن برابر است با:

تابع و انواع آن



$\{(a, b), (c, d), (a, e)\}$



- مفهوم تابع

- رابطه‌هایی بین X, Y که ویژگی خاصی داشته باشند؛ تابع نامیده می‌شوند.

- تشخیص تابع از روی نمودار ون

- اگر از عضوی از مجموعه اول بیش از یک فلش صادر شود؛ گوییم رابطه مورد نظر تابع نیست.

- تشخیص تابع از روی زوج مرتب

- اگر زوج مرتب‌هایی با مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متمایز بیابیم؛ گوییم رابطه مورد نظر تابع نیست.

- تشخیص تابع از روی نمودار

- اگر بتوانیم خطی قائم رسم کنیم به گونه‌ای که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند؛ گوییم رابطه مورد نظر تابع نیست.

- تشخیص تابع از روی ضابطه

- به طور کلی اگر Y توان زوج داشته باشد؛ درون قدر مطلق و یا درون جزء صحیح باشد؛ گوییم رابطه مورد نظر تابع نیست. (مگر در حالت خاص، که تابعی تک نقطه‌ای داشته باشیم).

$$y^x = \sin(x) \quad , \quad |y| = \frac{1}{x-2} \quad , \quad [y] = x$$

دامنه توابع

$$1- f(x) = \sqrt[n]{u} \rightarrow D_f = u \geq 0$$

$$2- f(x) = \sqrt[n]{u} \Rightarrow D_f = D_u$$

$$3- D_{f \pm g} = D_f \cap D_g$$

$$4- D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \in D_g : g(x) = 0\}$$

$$5- f(x) = |u| \Rightarrow D_f = D_u$$

$$6- f(x) = \log_u^v \Rightarrow D_f = \begin{cases} u > 0 \\ v > 0 \\ v \neq 1 \end{cases}$$

$$7- (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$D_{f \circ g} = \left\{ \underbrace{X \in D_g}_{\textcircled{1}} \mid \underbrace{g(X) \in D_f}_{\textcircled{2}} \right\} = \textcircled{1} \cap \textcircled{2}$$

دامنه توابع مثلثاتی

دامنه توابع مثلثاتی سینوسی و کسینوسی کل مجموع (R) اعداد حقیقی می‌باشد.

$$K \in \mathbb{Z} \Leftarrow$$

$$R - (K\pi + \frac{\pi}{2}) \Leftarrow \text{دامنه تانژانت}$$

$$R - K\pi \Leftarrow \text{دامنه کتانژانت}$$

$$\text{معادله درجه دوم: } y = ax^2 + bx + c$$

تابع درجه دوم همواره دارای یک محور تقارن با معادله‌ی $X = -\frac{b}{2a}$ بوده و یک رأس با مختصات $(-\frac{b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ می‌باشد که:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

رابطه بین ضرایب درجه ۲ و ریشه‌های درجه ۲ به گونه زیر است:

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \begin{cases} X_1 = \alpha \\ X_2 = \beta \end{cases}$$

$$۱) \alpha + \beta = S = \frac{-b}{a}$$

$$۲) \alpha \cdot \beta = P = \frac{c}{a}$$

$$۳) \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P}$$

$$۴) \alpha^2 \cdot \beta + \alpha \cdot \beta^2 = P \cdot S$$

$$۵) \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P$$

مثال: اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{4-x}$ دامنه fog را به دست آورید؟

$$D_f : x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

$$D_g : 4-x \geq 0 \rightarrow x \leq 4$$

$$D_{f \circ g} = \left\{ \underbrace{X \in X \leq 4}_{\textcircled{1}} \mid \sqrt{4-X} \in X \geq 1 \right\}$$

$$\sqrt{4-X} \geq 1 \rightarrow 4-X \geq 1 \rightarrow \underbrace{X \leq 3}_{\textcircled{2}}$$

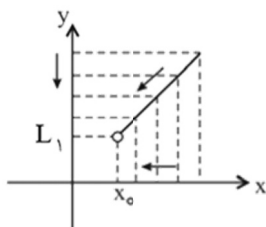
$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2}$$

$$D_{f \circ g} = (-\infty, 3]$$

حد و پیوستگی و مجانب

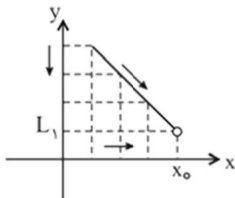
- حد و نمودار

فرض کنید L_1 در مجاورت x_0 به ازای $x > x_0$ تعریف شده باشد به طوری که وقتی x به x_0 میل می کند $f(x)$ به هر میزان دلخواه به L_1 نزدیک شود، می گوییم حد راست $f(x)$ وقتی x به x_0 میل می کند، L_1 است و می نویسیم:



$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L_1$$

۲- اگر $f(x)$ در مجاورت x_0 به ازای $x < x_0$ تعریف شده باشد به طوری که وقتی x به x_0 میل می کند $f(x)$ به هر میزان دلخواه به L_1 نزدیک شود، می گوییم حد چپ $f(x)$ وقتی x به x_0 میل می کند، L_1 است و می نویسیم:



$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L_1$$

تعریف حد: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ است اگر و تنها اگر $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ (هر دو موجود و مساوی باشند).

قضایای حد (محاسبات حد در نقطه)

- قضایای حد در یک نقطه

۱- حد تابع ثابت $f(x) = k$ (عددی است حقیقی و ثابت) وقتی x به سمت a میل می کند همان مقدار ثابت k است، یعنی:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} k = k$$

به عنوان مثال اگر $f(x) = 4$ آن گاه $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$ و $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} f(x) = 4$.

مشتق و کاربردهای مشتق

مشتق

تعریف مشتق:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

همه‌ی این تعاریف‌ها یکسان هستند:

مقدار مشتق تابع در $x = a$ آهنگ لحظه‌ای (آنی) تغییر تابع در $x = a$ شیب مماس بر منحنی در نقطه $x = a$ به صورت تعریف حدی مشتق:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

قضایای مشتق‌گیری:

$$y = k \rightarrow y' = 0, k \in \mathbb{R}$$

$$y = x^n \rightarrow y' = nx^{n-1}$$

$$y = u \pm v \pm w \pm \dots \rightarrow y' = u' \pm v' \pm w' \pm \dots$$

$$y = u^n \rightarrow y' = nu'u^{n-1}$$

$$y = uv \rightarrow y' = u'v + v'u$$

$$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

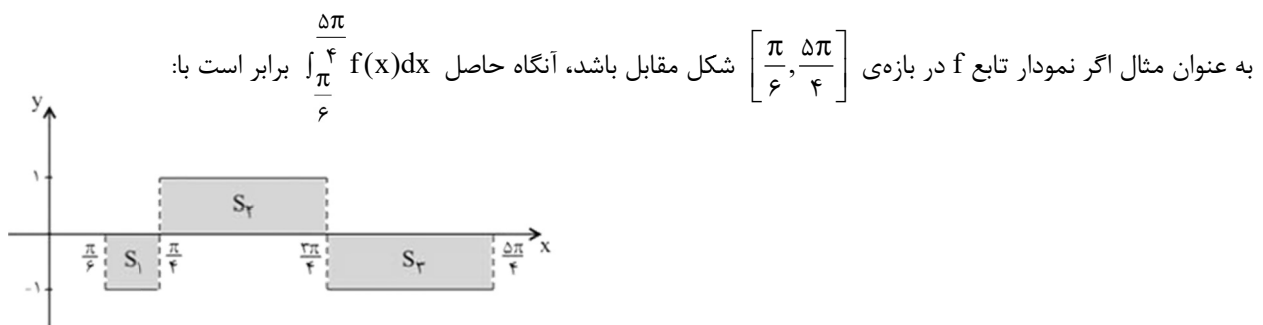
$$y = \sqrt[n]{u} \rightarrow y' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$$

$$y = \sqrt[m]{u^n} \rightarrow y' = \frac{nu'}{m\sqrt[m]{u^{m-n}}}$$

انتگرال و کاربردهای آن

قضایای انتگرال معین و مساحت

انتگرال معین تابع f در بازه‌ی $[a, b]$ برابر مساحت علامت‌دار محصور بین تابع f با محور x ها و دو خط $x = a$ و $x = b$ است، یعنی در هر بازه‌ای که تابع f بالای محور x هاست، حاصل انتگرال معین با مساحت در آن بازه برابر و در هر بازه‌ای که تابع f پایین محور x هاست، حاصل انتگرال معین با قرینه‌ی مساحت در آن بازه برابر است.



$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{4}} f(x) dx = -S_1 + S_2 - S_3 = -\left(\frac{\pi}{12} \times 1\right) + \left(\frac{\pi}{2} \times 1\right) - \left(\frac{\pi}{2} \times 1\right) = -\frac{\pi}{12}$$

ویژگی‌های اولیه (قضایای اولیه)

قضیه: اگر f و g دو تابع انتگرال‌پذیر در بازه‌ی $[a, b]$ باشند آنگاه:

۱) $\int_a^a f(x) dx = 0$

۲) $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

۳) $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$

۴) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du$

۵) $\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$

۶) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

۷) اگر $f(x) \leq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx$

تصاعد، دنباله و سری‌ها

دنباله‌ها

تعریف - جمله عمومی - نمایش محوری

تعریف: هر تابع که دامنه‌اش اعداد طبیعی و بر آن زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی باشد، یک دنباله‌ی نامتناهی از اعداد حقیقی نامیده می‌شود و به صورت $a: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ نمایش داده می‌شود.

تذکر (۲۰): یک دنباله را با $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ نمایش می‌دهیم. می‌توانیم به جای این نوع نمایش از نماد $\{a_n\}$ استفاده کنیم که نشانگر کلیه جملات دنباله از جمله‌ی اول تا بی‌نهایت است.

تذکر (۲۱): با داشتن جمله‌ی عمومی یک دنباله می‌توانیم خود دنباله را بنویسیم. به عنوان مثال در دنباله‌ی $\{n^2\}$ ، جملات دنباله به صورت زیر است.

$$1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2, \dots$$

تذکر (۲۲): دنباله‌ی $\{c\}$ (یک عدد حقیقی و ثابت است) را یک دنباله‌ی ثابت می‌نامیم.

تعریف ریاضی: دنباله‌ی $\{a_n\}$ را به عدد L همگرا گوئیم هرگاه،

$$\forall \varepsilon > 0 \exists M \in \mathbb{N} \quad , \quad n \geq M \Rightarrow \{a_n - L\} < \varepsilon$$

$\swarrow$ اندیس جمله $\searrow$ فاصله‌ی کلیه جملات از L

و می‌نویسیم $\lim_{n \rightarrow \infty} = L$ به عدد L نقطه‌ی همگرایی دنباله نیز می‌گوییم.

محاسبه‌ی همگرایی و واگرایی

قضیه: اگر دنباله‌ی $\{a_n\}$ همگرا باشد، حد آن یکتاست و داریم $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$

بسطها و توابع متناوب

بسط دوجمله‌ای نیوتون (غیاث‌الدین جمشید کاشانی)

$$a_{k+1} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k \quad \checkmark \text{فرمول جمله‌ای } k+1 \text{ ام بسط:}$$

$$\checkmark \text{بسط دوجمله‌ای } n+1 \leftarrow (a+b)^n \text{ جمله دارد.}$$

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

$$(a-b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 - \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 - \dots - \binom{n}{n} a^0 (b)^n$$

$$\text{ضریب جمله } (n-1) \text{ ام} \times \text{توان } a \text{ در جمله } (n-1) \text{ ام} = \frac{\text{ضریب جمله } n \text{ ام}}{n-1} \quad \checkmark$$

مثال: $\checkmark$

$$(3x+2y)^5 = (3x)^5 + 5(3x)^4(2y) + \frac{5 \times 4}{2} (3x)^3(2y)^2 + \frac{5 \times 4 \times 3}{3!} (3x)^2(2y)^3 + 5(3x)(2y)^4 + (2y)^5$$

 $\checkmark$ هرگاه در مسأله‌ای مجموع ضرایب حاصل از بسط را بخواهند کافیست به جای متغیرهای موجود در بسط عدد

«۱» را قرار دهیم. مثال در بسط $(a+b)^n$ مجموع ضرایب 2^n و در بسط $(a-b)^n$ مجموع ضرایب صفر می‌باشد.

 $\checkmark$ برای به‌دست آوردن جمله‌ی مستقل از x یا جمله‌ای که عدد ثابت باشد، با نوشتن جمله‌ی $k+1$ ام توان x را برابر

صفر قرار می‌دهیم.

مثال:

در بسط $(2x - \frac{3}{\sqrt{x}})^6$ جمله‌ی مستقل از x کدام است؟

بانک سوالات

جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

سوالات تألیفی

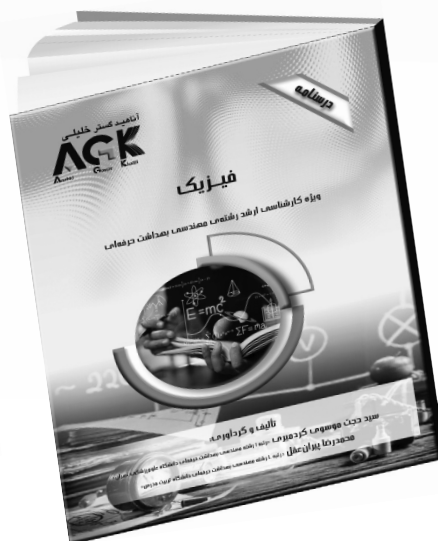
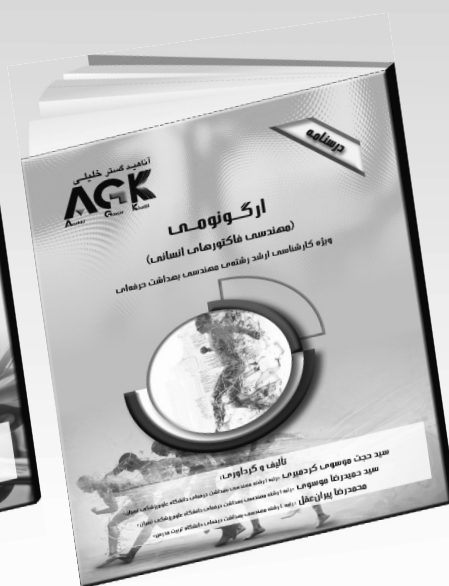
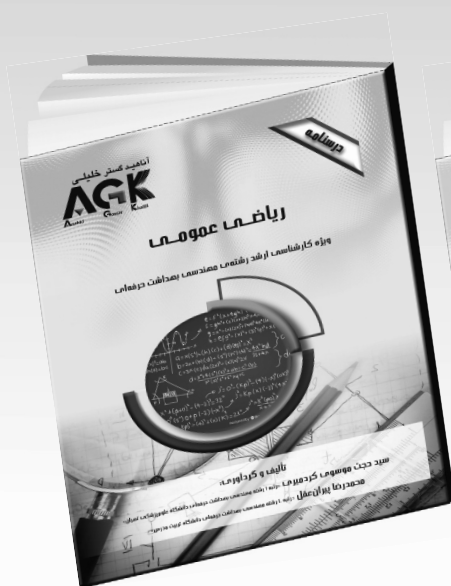
تألیف سوالات مشابه کنکور

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

بانک سوالات

جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

سوالات تألیفی

تألیف سوالات مشابه کنکور



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

بانک سوالات

جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

سوالات تألیفی

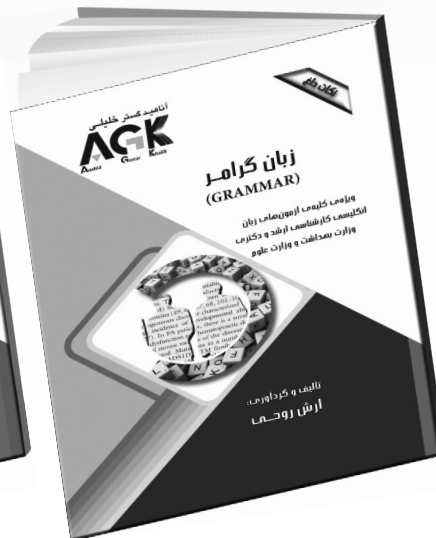
تألیف سوالات مشابه کنکور

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

شماره تماس با نمایندگی‌های فعال و رسمی آناهید گستر خلیلی

شماره تماس	نمایندگی	شماره تماس	نمایندگی
۰۹۱۰۱۷۱۱۸۷۲	سبزوار (آقای شریفان)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۵۰	اراک (آقای حسینی)
۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۱	شاهرود (آقای سلمانی)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۸	اردبیل (خانم عاصمی‌زاده)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۹	شهرکرد (خانم تقی‌پور)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۱	ارومیه (آقای آرمیون)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۲	شیراز (آقای فروردین / خانم هوشمندی)	۰۹۱۹۶۳۲۱۸۵۲	اسفراین (خانم اسماعیل‌زاده)
۰۹۱۹۳۷۱۳۷۴۲	فسا (خانم شعبانی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۰	اصفهان (آقای کیانی)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۹	قزوین (خانم چگینی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۴	اهواز (آقای دکتر رضازاده)
۰۹۱۹۷۷۸۱۹۴۷۱	کرج (آقای دکتر علیرضاپور)	۰۹۱۹۰۹۸۰۳۱۸	ایلام (آقای دکتر بوچانی)
۰۹۱۳۱۹۸۱۲۷۰	کرمان (خانم ضمانتی‌یار)	۰۹۱۹۶۸۵۳۱۱۶	بروجرد (آقای احمدی‌صدر)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۸	کرمانشاه (آقای ابراهیمی)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۹	بم (خانم سرحدی‌نژاد)
۰۹۱۹۵۳۷۱۸۹۰	کوهدشت (خانم یاریان)	۰۹۱۹۵۹۰۷۲۰۳	بیرجند (آقای دکتر بهروان)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۷	گرگان (آقای شاه‌علی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۷	تبریز (خانم عاصمی‌زاده)
۰۹۱۹۵۷۳۳۱۷۹	مراغه (آقای صمدی)	۰۹۰۱۳۷۳۷۸۹۶	جهرم (آقای یاعلی جهرمی)
۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۴	مشهد (خانم دکتر شجاعی)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۰	جیرفت (خانم دکتر محمدی)
۰۹۱۹۵۷۳۳۱۷۹	میاندوآب (آقای صمدی)	۰۹۱۹۲۷۰۵۸۷۸	خرم‌آباد (خانم میر)
۰۹۱۹۶۳۵۰۷۶۸	نیشابور (آقای موسوی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۳	رشت (خانم تنها)
۰۹۱۹۵۷۳۳۲۸۴	هرمزگان (آقای زارعی)	۰۹۱۹۶۸۲۹۲۸۰	رفسنجان (آقای یوسفی)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۵	همدان (آقای سوری)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۵	زاهدان (آقای مهمان‌دوست)
۰۹۱۹۵۹۰۷۲۰۴	یاسوج (آقای مرتضوی)	۰۹۱۹۲۷۰۵۸۷۱	زنجان (خانم دکتر هوشیار)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۳	یزد (خانم آزاد)	۰۹۱۹۷۷۸۱۹۴۴	ساری (آقای دکتر اکبری)

بانک کتاب ناهید



«هر کتابی، از هر انتشاراتی را از ما بخواهید»

✓ جامع‌ترین بانک کتاب

✓ تحویل روزانه

✓ ارسال به تمامی نقاط کشور

✓ سفارش کتاب به صورت تلفنی و آنلاین

www.NIBS.ir



کتاب دانشگاهی، فنی و مهندسی، علوم پزشکی، علوم انسانی، عمومی،
ادبی، مذهبی، کمک آموزشی، کودک و نوجوان و کتاب نفیس

فروشگاه: تهران - خیابان انقلاب - روبه روی درب اصلی دانشگاه تهران

پاساژ فروزنده - طبقه همکف - پلاک ۳۳۱

تلفن: ۶۶۴۸۹۳۷۵ - ۰۲۱ - ۶۶۴۸۹۳۴۹ - ۰۲۱