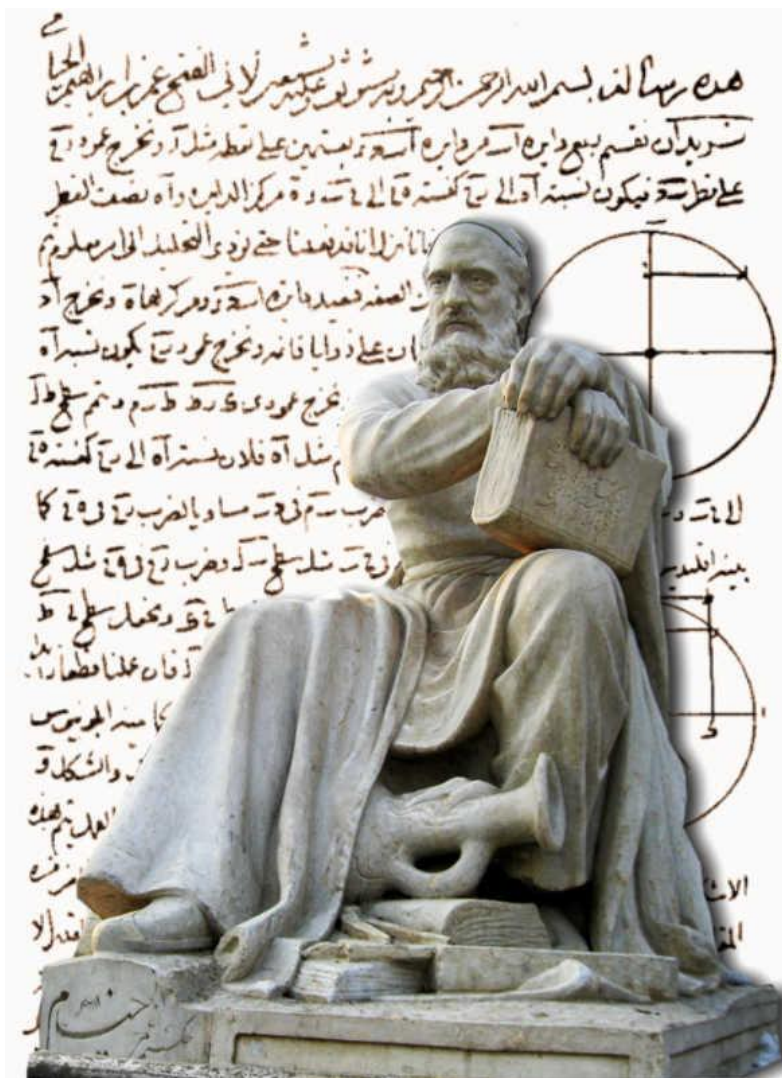


بہ نام خدای کہ در این مردہ است



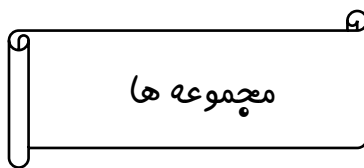
حکیم عمر خیام نیشاپوری؛

حکیم خیام نیشاپوری در سده ی پنجم هجری در نیشاپور زاده شد و در میانسالی حدیث، فلسفه، تفسیر، حکمت و ستاره شناسی را فراگرفت.

وی ریاضی دان، ستاره شناس و رباعی سرای ایرانی در دوره ی سلجوقی است. از برجسته ترین کارهای وی اصلاح گاه شمار ایران در زمان سلجوقی بود.

وی در ریاضیات، علوم ادبی، دینی و تاریخی استاد بود. نقش خیام در حل معادلات درجه سوم و مطالعاتش درباره ی نسبت های هم ارز با نظریه ی اقلیدس از مهم ترین آثار اوست.

فصل اول:



مجموعه چیست؟

بچه ها توی ریاضی برای نشون دادن دسته ای از اشیای مشخص و غیر تکراری، از مجموعه استفاده می کنیم...

مثال: از بین احمد و اکبر و امیر و سعید و علی و رضا، فقط اکبر و علی و رضا عضو تیم فوتبال هستند. پس مجموعه ی تیم فوتبال، که اسمش F و میذاریم، اینطوری نشون میدیم:

$$F = \{ \text{رضا و علی و اکبر} \}$$

قانون چابچایی و ترتیب در مجموعه ها:

در نمایش مجموعه ها، ترتیب نوشتن اعضا ی مجموعه مهم نیست و با چا به چا کردن اعضا، مجموعه ی جدیدی درست نمیشه... همچنین با تکرار عضوهای یه مجموعه، مجموعه ی جدیدی ساخته نمیشه... به زبان ساده تر هرچقدر هم که یه عضو تکرار شده باشه، فقط یه بار حسابش می کنیم...

فعالیت (صفحه ی ۳):

۱- کدام یک از عبارت های زیر مشخص کننده ی یک مجموعه است؟ مجموعه ی مورد نظر را نمایش دهید؛

الف) عددهای طبیعی و یک رقمی

ب) چهار شاعر ایرانی

ج) دو عدد اول کوچک تر از ۱۲

۲- با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای یک مجموعه، جاهای خالی را پر کنید؛

الف) به جای $A = \{1, 2, 1, 4, 5\}$ باید بنویسیم $A = \{ \quad , \quad , \quad \}$

ب) به دلیل تکراری بودن عدد $B = \{5, 6, 5, 7\}$ در آن را به صورت

می نویسیم.

عضو یک مجموعه:

اگر مجموعه A را به صورت $A = \{a, b, c, \gamma\}$ در نظر بگیریم، برای نشان دادن اینکه a عضوی از مجموعه A است، می نویسیم: $a \in A$ و می خوانیم a عضو مجموعه A است.

و مثلاً چون عدد 4 عضو مجموعه A نیست، می نویسیم: $4 \notin A$ و میخوانیم 4 عضو مجموعه A نیست.

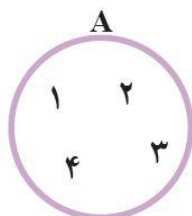
تعریف مجموعه ی تهی:

اگر در مجموعه ای عضوی وجود نداشته باشد، آن را مجموعه ی تهی می نامیم و با نماد \emptyset یا $\{\}$ نمایش می دهیم.

دقت کنید که این مجموعه با مجموعه $\{e\}$ یا $\{\emptyset\}$ که هر کدام یک عضو دارند، یکی نیستند.

نمایش مجموعه ها با استفاده از نمودار ون:

مجموعه رو همیشه با استفاده از منحنی ها یا خط های شکسته ی بسته نمایش داد. به عنوان مثال نمایش مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4\}$ با استفاده از نمودار ون به شکل زیر است:

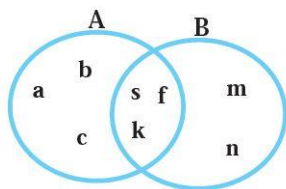


توضیح کوتاه در مورد نمودار ون:

این نمودار در سال ۱۸۸۱ توسط جان ون (John Venn)، فیلسوف و منطق دان بریتانیایی، اختراع شد. این نمودار تمامی روابط ممکن ریاضی یا منطقی مابین مجموعه ها را نشان می دهد. این نمودار از دایره های همپوشان تشکیل شده است.

فعالیت (صفحه ی ۳):

–) با توجه به نمودار ون، که برای دو مجموعه A و B رسم شده است، مجموعه ها را با اعضاهایشان مشخص کنید؟



۲- دو مجموعه ی $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{5, 6, 7, 8\}$ را در نظر بگیرید:

دو مجموعه را با نمودار ون نمایش دهید. کدام عددها هم در منحنی بسته ی مربوط به A و هم در منحنی بسته ی B وجود دارد؟

۳- مجموعه ی عددهای دو رقمی و زوج اول را بنویسید و آن را E بنامید. این مجموعه چند عضو دارد؟

۴- کدام یک از عبارات های زیر، مجموعه ی تهی را مشخص می کند؟

(الف) عددهای طبیعی بین 5 و 6

(ب) عددهای صحیح بین -1 و 1

(ج) عددهای اول و زوج

(د) عددهای طبیعی یک رقمی و مضرب 3 که اول باشند

کار در کلاس (صفحه ی ۱۴):

(۱- سه عبارت بنویسید که هر کدام نشان دهنده ی مجموعه ی تهی باشد.

۲- سه عبارت بنویسید که هر کدام مشخص کننده ی مجموعه ای فقط با یک عضو باشند؟

۳- عبارت هایی که مجموعه ای را مشخص می کند، با علامت تیک و بقیه را با علامت \times مشخص کنید.

(الف) چهار عدد فرد متوالی

(ب) سه عدد طبیعی زوج متوالی با شروع از 2

(ج) عددهای اول کوچک تر از 20

(د) سه شهر ایران

ه) شمارنده های عدد ۲۴

و) ۵ عدد بزرگ

ز) عددهای طبیعی بین ۲ و ۳

۴- مانند نمونه کامل کنید:

$A = \{ \text{ی، ...، پ، ب، الف} \}$	<input type="checkbox"/> مجموعه حروف الفبای فارسی
$B = \{ ۴, ۸, ۱۲, \dots \}$	<input type="checkbox"/> $\{ ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹ \}$
C : مجموعه حروف a و b و عدد ۳	<input type="checkbox"/> مجموعه عددهای صحیح بین ۲- و ۳-
$D = \{ ۵ \}$	<input checked="" type="checkbox"/> B مجموعه مضرب های طبیعی عدد ۴
$E = \{ \}$	<input type="checkbox"/> مجموعه عددهای اول یک رقمی
$F = \{ ۲, ۴, ۶, ۸ \}$	<input type="checkbox"/> مجموعه مضرب های اول عدد ۵
G : مجموعه عددهای طبیعی بین ۲ و ۱۰	<input type="checkbox"/> $\{ ۳, a, b \}$
$H = \{ ۲, ۳, ۵, ۷ \}$	<input type="checkbox"/> $\{ ۶, ۴, ۲, ۸ \}$

۵- کدام یک از عبارات های زیر مشخص کننده ی یک مجموعه است؟

الف) عددهای صحیح مثبت و کمتر از ۱۰

ب) شمارنده های اول عدد ۱۹

ج) عددهایی که شش وجه یک تاس معمولی را مشخص می کند.

د) جواب های معادله ی $۲x + ۸ = ۱$

ه) چهار میوه ی خوشمزه

و) عددهای صحیح منفی و بزرگ تر از ۸-

غیاث الدین جمشید کاشانی:

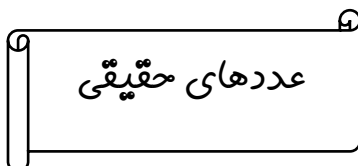
ریاضیدان برجسته، اختر شناس و شمارش گر زبردست ایرانی بود. ایشان در عمر کوتاہ خود (۷۵۸-۸۰۸ هجری شمسی) ابزار رصدی دقیقی ابداع کرد و در دوران فعالیت علمی اش، کتاب های زیادی در زمینه ی ریاضیات و نجوم نگاشت.

ایشان هر چند فیثوقدان بود، ولی علاقہ ی اصلی اش متوجه ریاضی و اختر شناسی بود. ایشان زبردست ترین حساب دان و آخرین ریاضی دان برجستہ ی دورہ ی اسلامی و از بزرگ ترین مفاخر تاریخ ایران به شمار می آید. کاشانی را باید مخترع روش های کنونی انجام ۴ عمل اصلی حساب (به ویژه ضرب و تقسیم) دانست.

کاشانی به روشی کاملاً خلاقانه و از طریق محاسبه و مقایسه ی محیط چند ضلعی های محیطی و محاطی، توانست عدد π را که عددی حقیقی و کنگ است را تا ۱۶ رقم بعد از اعشار محاسبه کند که تا حدود ۱۵۰۰ سال بعد از وی کسی در جهان نتوانست با دقت بهتری آن را محاسبه کند. ایشان در ابتدای رساله ی محیطیہ ی خود به زبان ریاضی به نام خدا را چنین بیان می کند:

«به نام او که از اندازه ی نسبت محیط دایره به قطرش آگاہ است»

فصل دوم:



فعالیت (صفحه ی ۱۹):

۱- عبارت های زیر را مانند نمونه کامل کنید:

ردیف	عبارت کلامی	زبان نمادین	محور
۱	عددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳	$\{x \in \mathbb{N} x \geq 3\}$ $\{3, 4, 5, \dots\}$	
۲	عددهای حسابی	$\{x \in \mathbb{W} x \leq 2\}$	
۳	عددهای صحیح بین -۳ و ۲	$\{x \in \mathbb{Z} \dots\}$	
۴	عددهای صحیح بزرگتر از -۱	$\{ \dots \}$ $\{ \dots \}$	

نامساوی $x \geq 3$ برای کدامیک از عددهای زیر درست است؟

۱, ۲, ۳, ۴, ۵

۲- می خواهیم بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ چند کسر بنویسیم.

(الف) با یکی از روش ها توضیح دهید که چرا بین دو کسر می توان بی شمار کسر پیدا کرد.

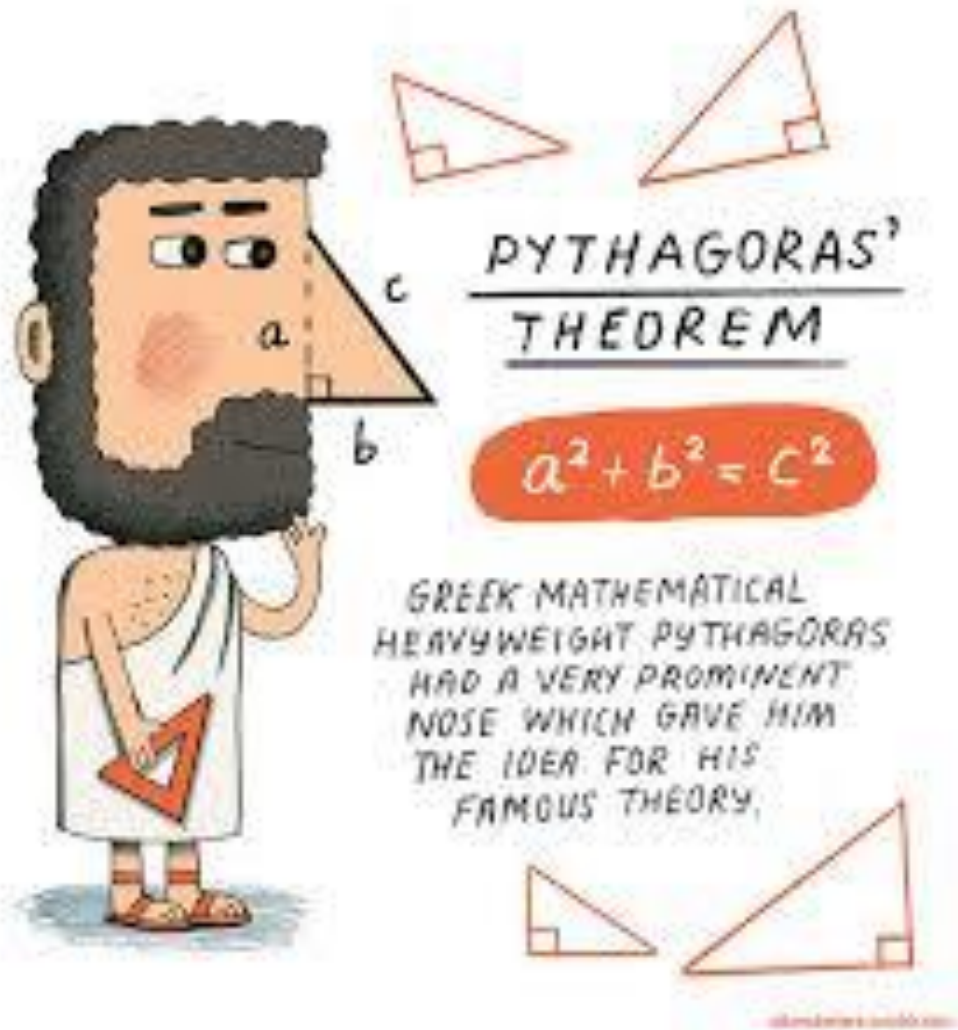
(ب) آیا مجموعه عددهای گویا را می توان با نوشتن اعضا نشان داد؟ چرا؟

(ج) آیا می توان مجموعه ی عددهای گویا را با محور اعداد نمایش داد؟

(د) عددهای گویا را به زبان نمادین معرفی کنید؟

کار در کلاس (صفحه ی ۲۰):

(- بین $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$ سه کسر پیدا کنید. روش خود را توضیح دهید.



فیثاغورس ساموسی (۵۷۰ پیش از میلاد مسیح):

فیلسوف و ریاضی دان یونان باستان بود. افکار فیثاغورس به شکل کبری ریاضیات نوین و فلسفه ی غرب کمک کرده است. هدف او توضیح همه ی پدیده های طبیعی بر پایه ی ریاضیات بوده است.

فیثاغورس پیش از هر چیزی برای فرمولی که در مورد نسبت های اضلاع مثلث قائم الزاویه ارایه داده است معروف است ... مفاهیم متعدد دیگری مانند تصاعدهای هندسی و حسابی و عددهای مربع کامل ، که برای ریاضیات نوین نقش زیربنایی دارند ، بر افکار فیثاغورس مبتنی هستند.

استدلال و اثبات در هندسه

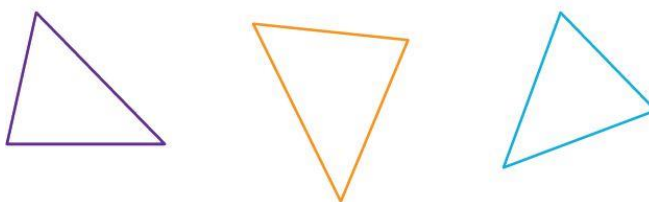
مفهوم استدلال:

استدلال یعنی دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده...

کار در کلاس (صفحه ی ۳۳):

۱- مواردی را بازگو کنید که فردی با توجه به رویدادهای گذشته، نتیجه ای می گیرد که درست نیست؟

۲- دو ارتفاع هر یک از مثلث‌های زیر را رسم کنید؟



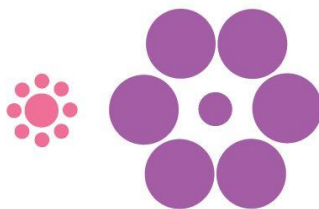
آیا از این مثال‌ها می توان نتیجه گرفت که در هر مثلث، محل برخورد هر دو ارتفاع، درون مثلث است؟ یک مثال بزنید که نتیجه ی بالا را نقض کند؟

مثال نقض:

به مثال‌هایی که به کمک اون‌ها درست بودن یه موضوع نشون داده میشه، مثال نقض میکنن.

فعالیت (صفحه ی ۳۴):

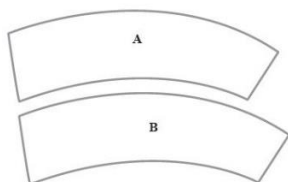
۱- کدام یک از دو قرصی که در مرکز قرار گرفته است، بزرگ تر است؟



الف) با مشاهده تشخیص دهید؟

ب) یک کاغذ روی یکی از آنها قرار دهید. دایره محیط آن قرص را بکشید و با گذاشتن تصویر کشیده شده بر شکل دیگر، اندازه ی آنها را با هم مقایسه کنید؟

۲- اگر قطعه های A, B قطعه های شیرینی مورد علاقه ی شما باشد، کدام قطعه را انتخاب می کنید؟



با یک کاغذ شفاف دو قطعه را مقایسه کنید. آیا حدس شما درست بود؟

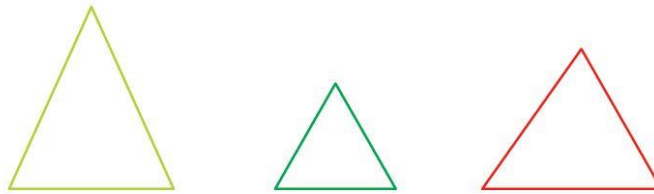
۳- آیا مشاهده کردن یا به طور کلی استفاده از حواس پنجگانه برای اطمینان از درستی یک موضوع کافی است؟ چرا؟

عمود منصف:

عمود منصف یه پاره خط، خطیه که بر آن پاره خط عمود میشه و اون پاره خط رو نصف میکنه (به دو قسمت مساوی تقسیم میکنه)....

تمرین (صفحه ی ۳۵):

(در شکل های زیر عمود منصف های سه ضلع مثلث ها را رسم کنید؛



آیا فقط با توجه به این شکل ها می توان نتیجه گرفت که محل برخورد عمود منصف های هر مثلث همیشه درون مثلث قرار دارد؛ چگونه می توانید درستی ادعای خود را نشان دهید؟

۲- نیما و پیمان مشغول دیدن مسابقات وزنه برداری بودند. وزنه برداری می خواست وزنه ای ۱۰۰ کیلوپی را بلند کند. آنها هر دو عقیده داشتند که او نمی تواند وزنه را بلند کند. برای ادعای خود استدلال های متفاوتی را بیان می کردند.

نیما؛ زیرا هفته ی پیش (این وزنه بردار تمرینات بهتری انجام داده بود، با این حال نتوانسته بود وزنه ی ۹۰ کیلوپی را بلند کند.

پیمان؛ امروز دوشنبه است. من پارها مسابقات (این وزنه بردار را دیده ام. او هیچ گاه در روزهای زوج موفق نبوده است.

استدلال کدام یک قابل اعتمادتر است؛ درباره ی استدلال ها بحث کنید.

تکلیف در منزل:

۳- چون من تا به حال هیچوقت تصادف نکرده ام، در سفر آینده نیز تصادف نخواهم کرد.

این استدلال مشابه کدامیک از استدلال های زیر است؛

(الف) چون برخی مثلث ها قائم الزاویه اند، پس مثلث های متساوی الاضلاع هم قائم الزاویه اند.

(ب) همه ی فیلم های جنکی که تا کنون دیده ام، جذاب بوده اند. فیلمی که دیروز دیدم جذاب بود، پس فیلم جنکی بوده است.

(ج) چون تمام بچه های خاله های من دختر هستند، پس بچه ی خاله ی کوچکم هم که پرودی به دنیا می آید دختر خواهد بود.

(د) چون همه ی قرص های مسکن خواب آور است، پس در (این قرص ها ماده ای هست که باعث خواب آلودگی می شود.

۴- حمید و وحید می دانستند که علی، حسن، حسین و باقر پدرانند. و علی از حسین بزرگ تر و حسن از باقر کوچک تر است و باقر از علی کوچک تر و حسن نیز از حسین کوچک تر است. هر دو نگر اعتقاد داشتند که علی از حسن بزرگ تر است اما استدلال های متفاوتی می کردند.

حمید: در تمام خانواده هایی که دو فرزند به نام های علی و حسن داشته اند، علی فرزند بزرگ تر بوده است.

وحید: چون علی از حسین بزرگ تر و حسن از حسین کوچک تر است، پس علی از حسن بزرگ تر است.

استدلال کدامیک درست است؟ درباره ی درستت استدلال ها بحث کنید.

تعریف فرض و حکم:

فرض مسئله: داده هایی که خود مسئله به ما داده...

حکم: خواسته ی مسئله که می خواهیم بهش برسیم...

فعالیت (صفحه ی ۳۷):

۱- به گفت و گوی زیر توجه کنید:

مهر داد: آیا در هر لوزی زاویه های روبه رو با هم برابر است؟

سعید: بله من در یک کتاب هندسه دیدم که اثبات کرده بود در متوازی الاضلاع، زاویه های روبه رو با هم برابرند و لوزی هم نوعی متوازی الاضلاع است.

حالا بیاین تو این مسئله، فرض و حکم و استدلال رو بررسی کنیم:

فرض:

حکم:

استدلال:



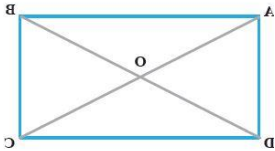
نکته: بعضی ها اولین قدمی که برای اثبات برمیذاریم، تشخیص فرض و حکم مسئله است...

تکلیف در منزل:

۲- در مسئله ی زیر فرض و حکم را به زبان ریاضی بنویسید و عبارت ها را کامل کنید.

فرض: ABCD مستطیل است.

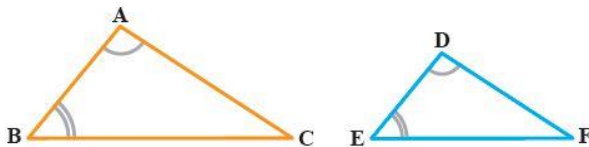
حکم: قطرهای مستطیل، مساوی است.



کار در کلاس (صفحه ی ۳۸):

فرض و حکم را برای مسئله های زیر مشخص کنید:

۱- در دو مثلث داده شده زوایای برابر در شکل مشخص شده است. ثابت کنید زاویه های سوم از دو مثلث نیز با هم برابر است.



تکلیف در منزل:

۲- اگر در یک مثلث دو زاویه نابرابر باشند، ضلع روبه رو به زاویه ی بزرگ تر، بزرگ تر است از، ضلع روبه رو به زاویه ی کوچک تر.

۳- نشان دهید در هر مثلث اندازه ی هر زاویه ی خارجی با مجموع دو زاویه ی داخلی غیر مجاور آن برابر است؟

نکته: وقتی خاصیتی را برای یک عضو از یک مجموعه ثابت کردیم، اگر تمام ویژگی‌هایی که در استدلال خود پکار برده ایم، در سایر عضوهای آن مجموعه نیز باشد، می‌توان درستی نتیجه را به همه ی عضوهای آن مجموعه تعمیم داد.

یادآوری کوچک:

شکل‌های هم‌نهشت:

اگر بتوانیم به شکل رو با چند تبدیل (انتقال، تقارن، دوران) طوری بریه شکل دیگه منطبق کنیم که کاملاً هم‌دیگه رو پیش‌شانند، می‌تونیم بگیم که این دو شکل با هم هم‌نهشت‌ان...

نکته: در دو شکل هم‌نهشت همه ی اجزای متناظر با هم برابرند... (هم ضلع‌ها، هم زاویه‌ها)

حالت‌های هم‌نهشتی دو مثلث:

دو مثلث به یکی از حالت‌های زیر با هم هم‌نهشت هستند:

۱- حالت پراپری سه ضلع (ض ض ض)

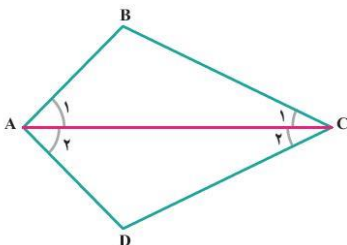
۲- حالت پراپری دو ضلع و زاویه ی بین آنها (ض ز ض)

۳- حالت پراپری دو زاویه و ضلع بین (ز ض ز)

فعالیت (صفحه ی ۳۹):

۱- در مسئله ی زیر فرض و حکم را بنویسید و اشکال استدلال داده شده را بیابید، سپس استدلال درستی برای آن بنویسید.

مسئله: در شکل زیر پاره خط AC نیمساز زاویه ی A است. و اضلاع AB و AD برابرند. ثابت کنید مثلث‌های ABC و ADC هم‌نهشت‌اند.





اپوريجان محمدبن احمد پيرونى:

دانشمند، ریاضی دان، ستاره شناس، تقویم شناس، انسان شناس، تاریخ نگار، گاه نگار و طبیعی دان ایرانی سده ی چهارم و پنجم هجری شمسی.

دانش نامه ی علوم چاپ مسکو اپوريجان را « دانشمند همه ی قرون و اعصار، نامیده . در بسیاری از کشورهای جهان نام ایشان را پر دانشگاه ها، دانشکده ها، تالارها و کتابخانه ها قرار داده اند و لقب «استاد جاوید» را به ایشان داده اند.

فصل چہارم:

توان و ریشہ

قانون توان منفی:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n, \quad a \neq 0, n \in N$$

فعالیت (صفحه ۶۰):

جدول زیر را در نظر بگیرید و به سوالات پاسخ دهید:

۱۶	۸	۴	۲	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{32} = \frac{1}{2^5}$
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0					

الف) عددهای سطر اول جدول با هم چه ارتباطی دارند؟

ب) هر یک از عددهای سطر دوم چه رابطه‌ای با عدد بالای آن دارد؟

ج) توان‌های عددهای سطر دوم تا 2^0 با یکدیگر چه رابطه‌ای دارند؟

د) این الگو را ادامه دهید و در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

ه) به کمک جدول، تساوی‌های زیر را کامل کنید؟

$$2^{-3} =$$

$$2^{-4} =$$

$$2^{-5} =$$

مثال:

$$7^{-2} = \left(\frac{7}{3}\right)^{-4} =$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-2} = (-2)^{-3} =$$

کار در کلاس (صفحه ی ۶):

۱- مانند نمونه پاسخ را به صورت عدد توان دار بنویسید:

$$8^{-2} = \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

$$\left(\frac{7}{3}\right)^{-2} =$$

$$\left(-\frac{7}{4}\right)^{-4} =$$

$$-6^{-3} =$$

۲- عبارت های زیر را مانند نمونه به هم وصل کنید؛ ($x \neq 0, y \neq 0$)

$$r^{-2} \quad x^{-1} \quad (xy)^{-1} \quad (-2)^2 \quad \left(\frac{1}{8}\right)^{-3} \quad \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} \quad xy^{-1} \quad \left(\frac{r}{8}\right)^{-1}$$

$$\frac{1}{x} \quad 8^3 \quad \frac{1}{4} \quad \frac{y}{x} \quad \frac{1}{xy} \quad \frac{x}{y} \quad \frac{8}{r} \quad r$$

تکلیف در منزل:

۳- حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت بنویسید:

$$\text{الف)} \left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} =$$

$$\text{ب)} 2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1} =$$

$$\text{ج)} -(-8)^2 =$$

$$\text{د)} -(-8)^{-2} =$$

ه) $-5^{-2} =$

و) $11^{-2} =$

ز) $\frac{(-3)^4}{3} =$

ح) $-\frac{1}{2^{-2}} =$

ط) $(\frac{2}{3})^{-2} + (\frac{3}{2})^2 =$

ث) $2^4 - 2^{-1} =$

قوانين توان:

۱) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

۲) $\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}$

۳) $a^m \cdot b^m = (ab)^m$

۴) $\frac{a^m}{b^m} = a^m \div b^m = (\frac{a}{b})^m$

۵) $(a^m)^n = a^{mn}$

۶) $a^{-m} = \frac{1}{a^m} = (\frac{1}{a})^m$

کار در کلاس (صفحه ی ۶۲):

حاصل هر یک از عبارت های زیر را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید: $(b, x, y \neq 0)$

$$\delta^{-7} \times \delta^{10} =$$

$$(-4)^{-9} \times (-4)^{-1} =$$

$$\left(-\frac{3}{8}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{8}\right)^{-9} =$$

$$(\sqrt{7})^4 \times (\sqrt{7})^{-7} =$$

$$b^{-2} \times b^{-3} =$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-7} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{11} =$$

کار در کلاس (صفحه ی ۶۳):

حاصل عبارت های زیر را به صورت توان دار بنویسید.

$$\text{الف) } \frac{7^{10}}{7^5} =$$

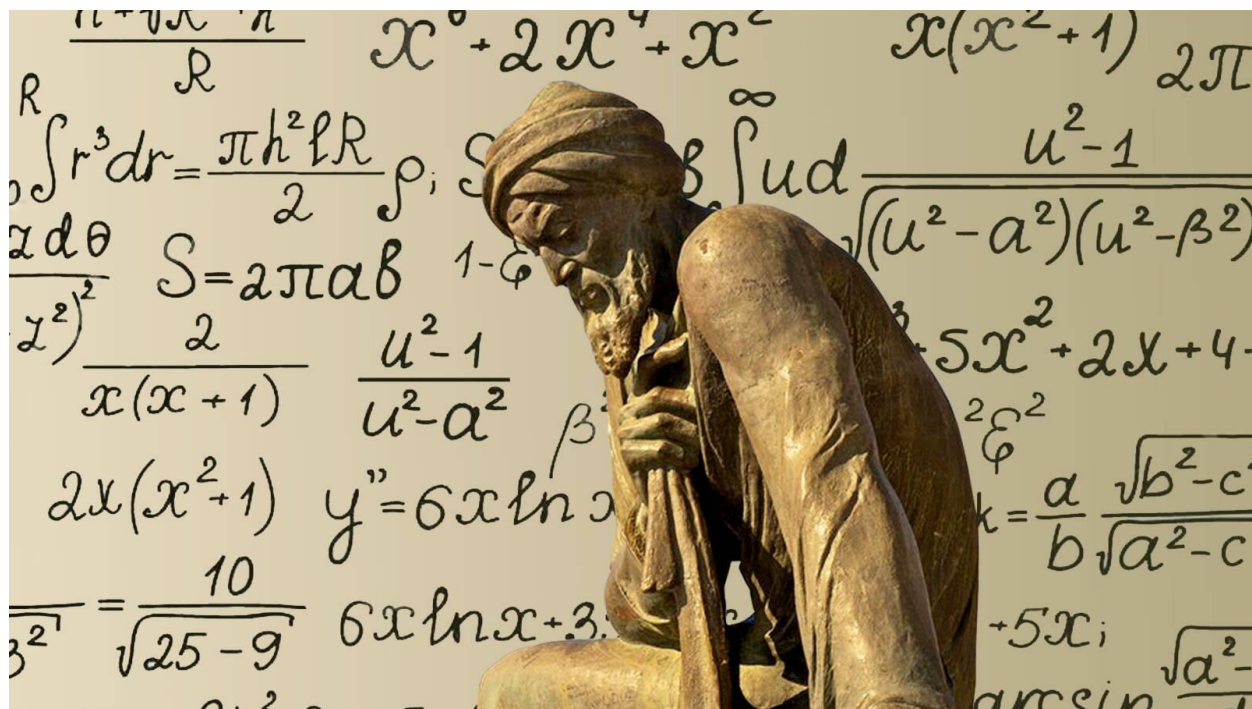
$$\text{ب) } 2^{-2} \times 2^{-7} =$$

$$\text{ج) } \left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \times 12^{-3} =$$

$$\text{د) } \left[\left(-\frac{2}{8}\right)^{-2} \right]^{-1}$$

$$\text{ه) } \frac{2^8 \times 2^{10}}{2^4 \times 2^6} =$$

$$\text{و) } \frac{x^5 \cdot y^2 \cdot z}{x^{-2} \cdot y^7 \cdot z^3} =$$



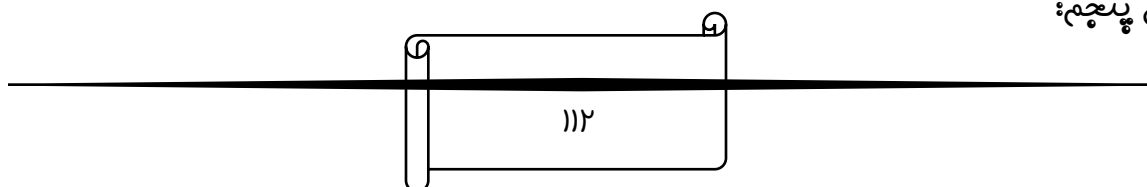
محمد بن موسیٰ خوارزمی:

ریاضیدان، ستاره شناس، فیلسوف، جغرافی دان و مورخ شهیر ایرانی در دوره ی عباسیان است.

شهرت علمی ایشان مربوط به کارهایی است که در ریاضیات، به ویژه در رشته جبر انجام داده است. به طوریکه هیچ یک از ریاضیدانان سده ی میانه مانند وی در فکر ریاضی تأثیر نداشته اند و وی را «پدر جبر» نامیده اند.

واژه جبر را اروپاییان بطور کلی از کتاب خوارزمی و اصطلاح امروزی الگوریتم (Algorithmus) از نام خوارزمی گرفته شده است.

فصل پنجم:



عبارت های چپری

عبارت های چپری و مفهوم اتحاد:

- هر عبارتی که به صورت حاصلضرب یک عدد حقیقی در توان های صحیح و مثبت یک یا چند متغیر باشد، تک جمله ای نامیده می شود...
- همه ی تک جمله ای ها رو همیشه در هم ضرب کرد، به این ترتیب که اول تعیین علامت میکنیم، بعد اعداد رو در هم ضرب می کنیم و بعدش متغیرها رو با رعایت قانون اعداد توان دار، در هم ضرب می کنیم.
- فقط تک جمله ای هایی رو همیشه با هم جمع یا از هم کم کرد که متغیرهای اون کاملاً مثل هم باشه (تک جمله ای مشابه باشن).

فعالیت (صفحه ی ۷۹):

(- حاصل عبارت های زیر را مانند نمونه به دست آورید:

$$1) 2(-4x \times 7x^2) = 2(-28x^3) = -56x^3$$

$$2) \left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = \frac{8}{27}x^6y^3$$

$$3) (-3x^3)^2 \left(\frac{1}{5}x^2\right)^4 =$$

$$4) \left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab) \left(\frac{-2}{3}a^2c^5\right) =$$

$$5) 2(\delta xy^4)^2(-2x^5y^2) =$$

$$6) (2x^2y)(3x^2y^3) + xy^3(-5x^3y) =$$

درجه ی چند جمله ای نسبت به متغیرها:

در تک جمله ای $\delta a^2 x^3 y$ ، توان متغیر a برابر با ۲ است. بنابراین درجه ی این تک جمله ای نسبت به متغیر a برابر با ۲ است. به همین ترتیب درجه نسبت به x ، ۳ و درجه نسبت به y ، ۱ و درجه نسبت به دو متغیر x ، y را برابر با $3+1=4$ تعریف می کنیم...

۲- جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

تک جمله ای	متغیرها	درجه نسبت به x	درجه نسبت به y	درجه نسبت به x, y
$\sqrt{3} a^3 x^2 y^4$	a, x, y	۲	۴	$2+4=6$
$\delta x^r y^s z^t$				
$-12x^3u$				
$\frac{3}{\delta}$				

تک جمله ای های متشابه و غیر متشابه:

تک جمله ای های $3x^2y^3$ ، δx^3y^2 را تک جمله ای های غیر متشابه می گویند...

وقتی تعدادی جمله رو با هم جمع چپری کنیم، حاصل، چند جمله ای است. چند جمله ای می تواند تک جمله ای یا جمع چپری چند تک جمله ای غیر متشابه باشد.

مثال:

$$4x^2 - 4x + 1, x^2 - 2x, \frac{2}{3}ax^2y - \frac{2}{3}axy^2 - axy, 3x^4$$

نکته:

در هر چند جمله ای، درجه ی نسبت به یک متغیر را برابر با بزرگ ترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می کنیم...

برای مثال در چند جمله ای $-2xy^3 + x^2y - 1$ درجه ی تک جمله ای های آن نسبت به y برابر ۳ است. همچنین درجه ی نسبت به چند متغیر را، بزرگ ترین درجه ی تک جمله ای های آن نسبت به متغیرهای مورد نظر تعریف می کنیم.

توی جمله ی بالا درجه نسبت به x, y برابر با ۴ است.

معمولا در چند جمله ای ها، جملات را نسبت به توان های نزولی (از بزرگ به کوچک) یک متغیر مرتب می کنند.

۳- چند جمله ای های زیر را نسبت به متغیر x مرتب کنید:

الف) $3x^2 + 5 - 2x + 2x^3 =$

ب) $-3bxy^3 + ax^2y - 4bx^3y^2$

ج) $\frac{1}{y}x^2y^2 - 2xy^3 + 3x^3y - 4$

کار در کلاس (صفحه ی ۸۰):

عبارت های چپری زیر را ساده و سپس آنها را نسبت به توان های نزولی x مرتب کنید.

الف) $-5a^2 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2)$

ب) $-5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - (3a^2 - 4ax)]$

ج) $(4x + 5x^2)(x^3 - x + 1) =$

د) $(x + x^2)(x^2 + x^3 - 2) =$

$$5)(x^2 - 2x + 1)(x^2 + x^3 - 2) =$$

فعالیت (صفحه ۸):

۱- به ازای مقادیر داده شده برای x ، جدول زیر را کامل کنید:

x	x^2	$6x$	$x^2 + 6x + 9$	$(x + 3)^2$
۰				
۵				
$\frac{3}{2}$				

مقدارهای دو ستون آخر جدول را با هم مقایسه کنید. نتیجه چیست؟

حاصل عبارت های جدول را برای چند مقدار دیگر x ادامه دهید.

با توجه به مقادیر به دست آمده در دو ستون آخر جدول، چه حدسی می زنید؟

تعریف اتحاد:

اگر دو عبارت چپری طوری باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهاشون، حاصل یکسانی داشته باشند، پرابری چپری حاصل از آنها را اتحاد چپری می نامیم.

۲- حاصل عبارت های زیر را مانند نمونه به دست آورید:

$$الف) (a + 4)^2 = (a + 4)(a + 4) = a^2 + 4a + 4a + 16$$



اقلیدوس (Euclid):

اقلیدوس حدود ۳۰۰ سال پیش از میلاد مسیح زندگی می کرده و او را پدر علم هندسه می دانند. وی یونانی بود. ایشان نویسنده ی موفق ترین کتاب درسی تاریخ ، اصول (Elements) است. که این کتاب شامل نظریه های هندسه ، نظریه ی اعداد و چپر مقدماتی است. در کتاب اصول ، اقلیدس همه ی دستاوردهای پیشینیان در هندسه را گردآوری کرده است و به شکلی جدید نظم بخشیده و از خود نیز مطالبی به آنها افزوده است.

فصل هشتم:

حجم و مساحت

تعریف دایره:

دایره مجموعه ی نقاطی از صفحه است که همه ی نقطه ها از یک نقطه در همون صفحه به نام مرکز به یک فاصله ی ثابت و مشخص هستند و به این اندازه ی ثابت، شعاع دایره می گوئیم.

تعریف کره:

مجموعه نقاطی از فضا است که از یک نقطه در فضا به نام مرکز کره به یک فاصله ی ثابت و مشخص هستند و به این اندازه شعاع کره گفته میشود.

حجم کره:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

کار در کلاس (صفحه ی ۱۳۲):

۱- کره ای در استوانه ای به قطر قاعده و ارتفاع ۰ سانتی متر محاط شده است.

الف) حجم کره را به دست آورید.

ب) حجم استوانه را به دست آورید؛

ج) حجم فضای بین کره و استوانه را به دست آورید؛

۲- حجم نیم کره ای به شعاع ۰ (سانتی متر) را به دست آورید؛

مساحت کره:

$$S = 4\pi R^2$$

کار در کلاس (صفحه ی ۱۳۳):

۱- مساحت یک کلاه (عرق چین) به شکل رویه ی نیم کره به شعاع ۰ (سانتی متر) را پیدا کنید.



۲- می خواهیم یک نیم کره ی چوبی توپر به شعاع ۱۰ سانتی متر را رنگ کنیم. مساحت کل قسمت رنگ شده را پیدا کنید.

پین معاسبه ی مساحت کل نیم کره ی چوبی توپر و مساحت رویه ی عرق چین چه تفاوتی هست؟

تمرین (صفحه ی ۱۳۴):

ا- قطر تقریبی کره ی زمین حدود ۱۲۸۰۰ کیلومتر است.

الف) قطر و شعاع کره ی زمین را بر حسب کیلومتر با نماد علمی بنویسید؟

ب) مساحت تقریبی رویه (سطح) کره ی زمین را بر حسب کیلومتر مربع با نماد علمی بنویسید؟

تکلیف در منزل:

ج) مساحت کشور جمهوری اسلامی ایران حدود ۱۶۴۸۰۰۰ کیلومتر مربع است. مساحت ایران چه کسری از مساحت کره ی زمین است؟ این نسبت را با درصد نشان دهید؟

۲- یک کپسول گاز از قرار گرفتن یک نیمکره روی یک استوانه به صورت زیر درست شده است. اگر قطر دایره ی قاعده ی کپسول ۶۰ سانتی متر و ارتفاع آن یک متر باشد، حجم کپسول را بر حسب متر مکعب به دست آورید؟



اگر بخواهیم سطح کل این کپسول را رنگ کنیم، چند کیلوگرم رنگ لازم است؟ به شرط اینکه رنگ آمیزی هر متر مربع به ۱۰۰ گرم رنگ نیاز داشته باشد؟

۳- پیمانه ای به شکل نیمکره و به قطر دهانه ی ۲۴ سانتی متر را از آب پر و آب آن را در لیوانی استوانه ای شکل با همان قطر خالی می کنیم. آب در لیوان تا چه ارتفاعی بالا می آید؟

