

$$\left. \begin{aligned} x = \alpha &\rightarrow x - \alpha = 0 \\ x = \beta &\rightarrow x - \beta = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow (x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

بنابراین

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \rightarrow x^2 - \left(-\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a} = 0$$

$$\alpha + \beta = (\alpha + \beta) - 2\alpha\beta = S - 2P$$

$$\alpha + \beta = S - 2PS$$

$$\left\{ \begin{aligned} S &= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \\ P &= \alpha\beta = \frac{c}{a} \end{aligned} \right.$$

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha + \beta &= S - 2P \\ \alpha + \beta &= S - 2PS \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha + \beta &= 9 \\ \alpha\beta &= 2 \end{aligned} \right.$$

در معادله $x^2 - 9x + 2 = 0$ ، α, β ریشه ها.

الف) $\frac{1}{\alpha^2 + 2} + \frac{1}{\beta^2 + 2}$

برای α : $\alpha^2 - 9\alpha + 2 = 0$

$$\alpha^2 + 2 = 9\alpha$$

$$= \frac{1}{9\alpha} + \frac{1}{9\beta} = \frac{\beta + \alpha}{9\alpha\beta} = \frac{S}{9P} = \frac{1}{6}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \beta^2 - 9\beta + 2 &= 0 \\ \beta^2 + 2 &= 9\beta \end{aligned} \right.$$

$$A = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \Rightarrow A^2 = \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 2\sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\beta}{\alpha}} =$$

$$A = \pm 2$$

مقدار

$$A^2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} + 2 = \frac{S^2 - 2P}{P} + 2 = \frac{81 - 4}{2} + 2 = 37$$

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$x^2 - 8x + 1 = 0$$

معادله درجه دوم بنویسید، ریشه ها

$$2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}$$

$$S = 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$

$$P = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

نسبت $\frac{b}{a}$ و $\frac{c}{a}$: اگر در معادله k برادر دیگری باشد داریم :

$$\frac{b}{a} = \frac{(k+1)}{k}$$

اگر α, β ریشه های معادله $x^2 - 4x + \xi = 0$ بنویسید که ریشه های:

$$\alpha + \beta = 4, \alpha\beta = \xi$$

الف) از سه برابر ریشه های معادله فوق ۲ واحد کمیده

$$3\alpha - 2, 3\beta - 2$$

$$S = (3\alpha - 2) + (3\beta - 2) = 3(\alpha + \beta) - 4 = 12$$

$$P = (3\alpha - 2)(3\beta - 2) = 9\alpha\beta - 6\alpha - 6\beta + 4 = 3\xi - 24 + 4 = \xi - 20$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \rightarrow x^2 - 12x + \xi - 20 = 0$$

ب) $x = 3\alpha - 2 \Rightarrow \frac{x+2}{3} = \alpha$

$$\left(\frac{x+2}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{x+2}{3}\right) + \xi = 0$$

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{9} - \frac{4x + 8}{3} + \xi = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 - 12x - 24 + 9\xi = 0$$

$$x^2 - 8x + 9\xi - 20 = 0$$

ج) ریشه های معکوس که ریشه های معادله فوق باشند
کافرات جی ۵، ۴ را عوض کنیم:

$$\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$$

$$S = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{4}{\xi} = \frac{4}{3}$$

$$P = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{\xi}$$

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{\xi} = 0 \rightarrow 3\xi x^2 - 4x + 1 = 0$$

د) ریشه های قرینه ریشه های معادله فوق باشند.

$$-\alpha, -\beta$$

$$S = (-\alpha) + (-\beta) = -(\alpha + \beta) = -4 \rightarrow x^2 + 4x + \xi = 0$$

$$P = (-\alpha)(-\beta) = \alpha\beta = \xi$$

کافرات علامت ۶ را قرینه کنیم.

