



مرکز نوآوری های آموزشی مرآت

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

آزمون

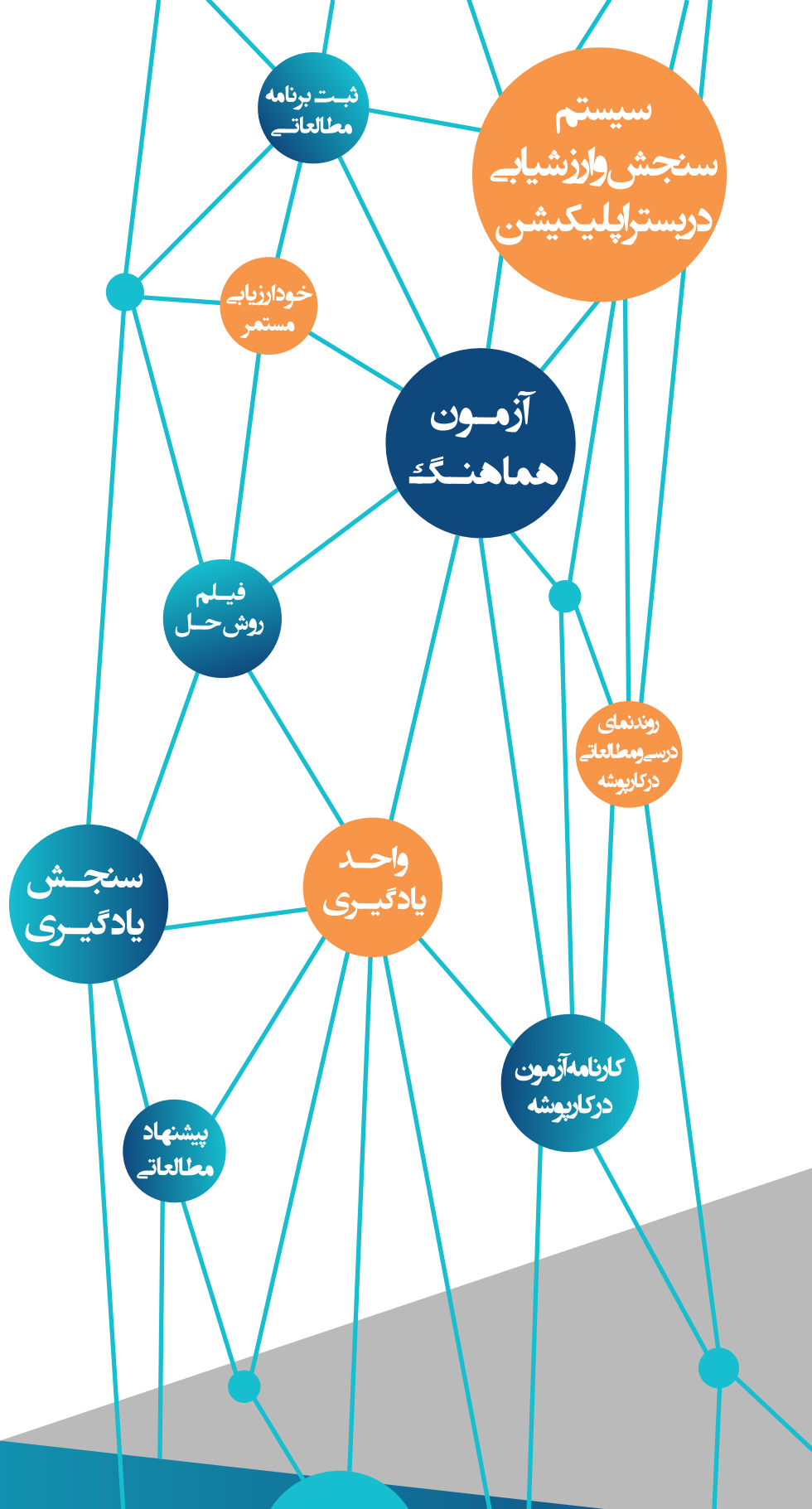
هماهنگ

شماره

۲

دفترچه سوال و پاسخ

یازدهم ریاضی



ردیف	مواد آزمون	تعداد سوال	محتوای آزمون
۱	حسابان	۱۵	فصل ۱ و فصل ۲ (درس ۱)
۲	هندسه	۱۰	فصل ۱
۳	آمار و احتمال	۱۰	فصل ۱
۴	فیزیک	۲۰	فصل ۱ (تا ابتدای خازن)
۵	شیمی	۱۵	فصل ۱

درس خواندن هدفمند



با اپلیکیشن مرآت
meraati.ir



کیفیت بخشی آموزش مدرسه

فصل
فصل ۱: جبر و معادلهواحد یادگیری
درس ۴: قدرمطلق و ویژگی‌های آنزیرواحد یادگیری
ویژگی‌های قدرمطلقحیطه شناختی
مقدماتی۱. کدام یک از ویژگی‌های زیر به ازای تمام مقادیر حقیقی a

برقرار است؟

① $|a| > 0$

② $|a^2| = |a|^2$

③ $\sqrt{a^2} = |a|$

④ $|a| \leq a$

پاسخ

۲

میدانید

قدرمطلق عدد a به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

مطابق تعریف قدرمطلق گزینه «۲» درست است زیرا هر دو طرف تساوی برابر a^2 هستند (a^2 عددی نامنفی است و وجود یا عدم وجود قدرمطلق تأثیری در آن ندارد).
همچنین چه a عددی مثبت باشد، چه عددی منفی $|a|^2$ با a^2 برابر است:

$$|a|^2 = \begin{cases} a^2 & a \geq 0 \\ (-a)^2 & a < 0 \end{cases} = \begin{cases} a^2 & a \geq 0 \\ a^2 & a < 0 \end{cases} = a^2$$

سایر گزینه‌ها در حالت کلی درست نیستند.

گزینه «۱»: اگر a برابر صفر باشد، نامساوی برقرار نیست. حالت درست این ویژگی $|a| \geq 0$ است.

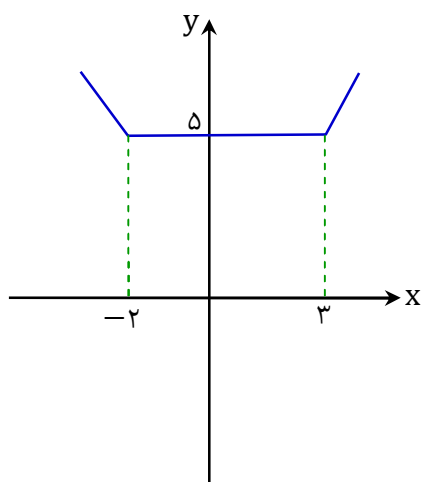
گزینه «۳»: برای اعداد منفی، رادیکال تعریف نشده است و اگر $a < 0$ ، عبارت $\sqrt{a}$ بی‌معنی است. حالت درست این ویژگی به صورت $\sqrt{a^2} = |a|$ است.

گزینه «۴»: برای اعداد منفی، قدرمطلق از خود آن عدد بیشتر است، زیرا $|a|$ مثبت و a منفی است. حالت درست این ویژگی به صورت $|a| \geq a$ است.

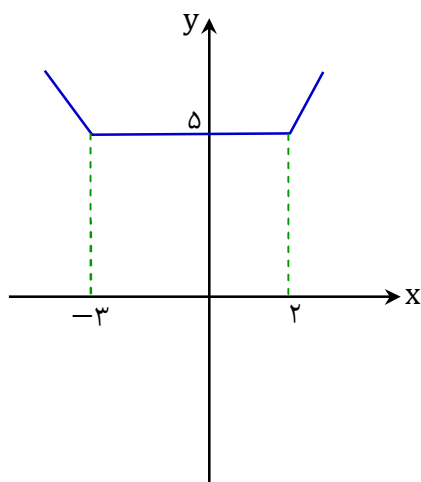
فیلم پاسخ



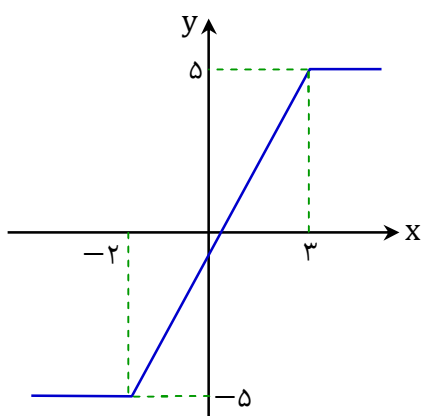
۲. نمودار تابع $y = |x - 2| + |x + 3|$ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



۱



۲



۳

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۴: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

زیرواحد یادگیری

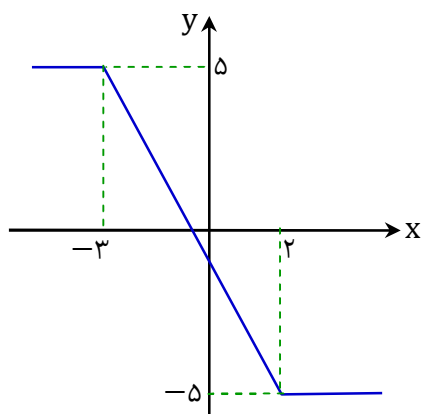
رسم توابع قدرمطلق

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ





۴

پاسخ

۲ ابتدا ضابطه تابع را بدون قدرمطلق بازنویسی می‌کنیم:

$$y = |x - 2| + |x + 3|$$

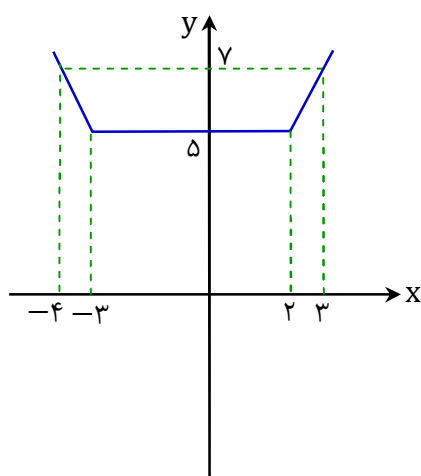
$$= \begin{cases} (x - 2) + (x + 3) & x \geq 2 \\ -(x - 2) + (x + 3) & -3 \leq x < 2 \\ -(x - 2) - (x + 3) & x < -3 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 2x + 1 & x \geq 2 \\ 5 & -3 \leq x < 2 \\ -2x - 1 & x < -3 \end{cases}$$

نمودار ۳ خط داده شده را با استفاده از نقاط کمکی رسم می‌کنیم:

$$y = 2x + 1 \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & 2 & 3 & \\ \hline y & 5 & 7 & \\ \hline \end{array}$$

$$y = -2x - 1 \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & -3 & -4 & \\ \hline y & 5 & 7 & \\ \hline \end{array}$$



۳ دو خط به معادلات $y = mx + 1$ و $3x - 2y + 7 = 0$ بر

یکدیگر عمود هستند، مقدار m کدام است؟

- ۱ $\frac{2}{3}$
- ۲ $-\frac{2}{3}$
- ۳ $\frac{3}{2}$
- ۴ $-\frac{3}{2}$

پاسخ

۲

میدانید

اگر دو خط بر یکدیگر عمود باشند، شیب یکی قرینه و معکوس دیگری است.

میدانید

در تابع $y = ax + b$ ، شیب خط برابر a است.

برای یافتن شیب خط $3x - 2y + 7 = 0$ ، ابتدا آن را به صورت صریح بازنویسی می‌کنیم:

$$3x - 2y + 7 = 0 \Rightarrow 2y = 3x + 7 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$

پس شیب خط برابر $\frac{3}{2}$ است.

از طرفی شیب خط $y = mx + 1$ برابر m است. برای آن که این دو خط بر یکدیگر عمود باشند، باید m ، قرینه و معکوس $\frac{3}{2}$ باشد:

$$m = \frac{-1}{\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}$$

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۵: آشنایی با هندسه تحلیلی

زیرواحد یادگیری

شرط عمود بودن دو خط

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴. در تابع f با ضابطه $f(x) = 3x$ و دامنه $(-2, 2]$ ، هم دامنه تابع کدام می‌تواند باشد؟

① $[0, 4]$

② $(-2, 2]$

③ $(-8, 8]$

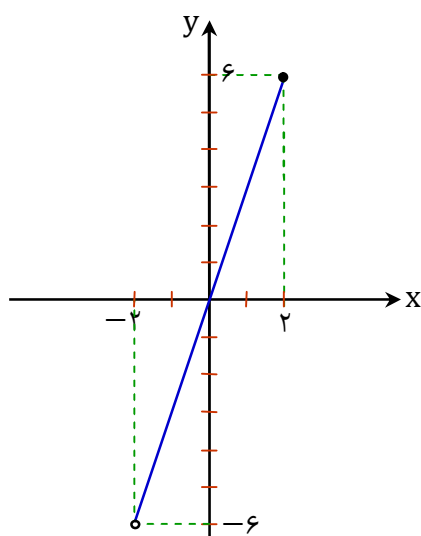
④ $[-6, 0]$

پاسخ

۳

میدانید

هم‌دامنه هر تابع می‌تواند هر مجموعه‌ای شامل برد آن تابع باشد. نمودار خط $y = 3x$ با دامنه $(-2, 2]$ به صورت زیر است. بنابراین برد این تابع برابر $[-6, 6]$ است.



هم‌دامنه این تابع باید مجموعه‌ای باشد که برد تابع زیرمجموعه آن باشد. بین گزینه‌های داده شده فقط گزینه «۳» این شرط را دارد، زیرا:
 $(-6, 6] \subseteq (-8, 8]$

فیلم پاسخ



۵ اگر دو تابع $f(x) = \sqrt{x} - 2$ و $g(x) = \frac{x+a}{\sqrt{x}+2}$ با یکدیگر برابر باشند، مقدار a کدام است؟

- ۱ ۱
۲ -۴
۳ -۱
۴ ۴

پاسخ

۲

میدانید

برای آن که دو تابع f و g ، برابر باشند باید اولاً دامنه دو تابع f و g برابر باشد، ثانیاً به ازای هر x در دامنه تابع، $f(x)$ با $g(x)$ برابر باشد.

روش اول: دامنه هر دو تابع برابر $D_f = D_g = [0, +\infty)$ است، برای آن که دو تابع برابر باشند، باید ضابطه دو تابع نیز با یکدیگر برابر باشد، پس ضابطه دو تابع را با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \sqrt{x} - 2 = \frac{x+a}{\sqrt{x}+2}$$

$$\Rightarrow x + a = (\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)$$

$$\Rightarrow x + a = \sqrt{x}^2 - 2^2 \Rightarrow x + a = x - 4 \Rightarrow a = -4$$

روش دوم: به ازای هر مقدار نامنفی x باید $f(x)$ با $g(x)$ برابر باشد. می‌توان با جایگذاری یک عدد دلخواه، مقدار a را پیدا کرد. مثلاً به ازای $x = 1$ داریم:

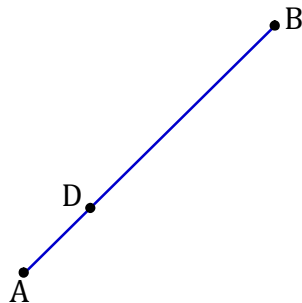
$$f(1) = g(1) \Rightarrow \sqrt{1} - 2 = \frac{1+a}{\sqrt{1}+2}$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{a+1}{3} \Rightarrow a+1 = -3 \Rightarrow a = -4$$

فیلم پاسخ



۶ در شکل زیر نقطه D روی پاره خط AB به گونه ای قرار دارد که $BD = ۳AD$ اگر $A(-۱, ۲)$ و $B(۷, ۶)$ مجموع مختصات نقطه D کدام است؟



- ۱) ۷
۲) ۶
۳) ۵
۴) ۴

پاسخ

۴

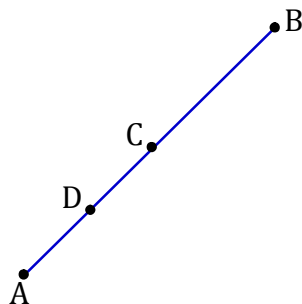
میدانید

مختصات نقطه C وسط دو نقطه A و B ؛ به صورت زیر است:

$$C\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

مختصات نقطه C وسط دو نقطه $A(-۱, ۲)$ و $B(۷, ۶)$ به صورت زیر است:

$$C\left(\frac{۷-۱}{2}, \frac{۶+۲}{2}\right) \Rightarrow C(۳, ۴)$$



از آن جا که نقطه D به گونه ای است که $BD = ۳AD$ پس نقطه D وسط پاره خط AC است، زیرا:

فیلم پاسخ



$$\left. \begin{aligned} \frac{AD}{BD} = \frac{1}{3} &\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{4} \\ \frac{AC}{BC} = 1 &\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AD = DC$$

بنابراین مختصات نقطه D وسط نقطه A(-۱,۲) و C(۳,۴) برابر است با:

$$D\left(\frac{-۱+۳}{۲}, \frac{۲+۴}{۲}\right) \Rightarrow D(۱,۳)$$

پس مجموع مختصات نقطه D برابر است با:

$$x_D + y_D = ۱ + ۳ = ۴$$

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۵: آشنایی با هندسه تحلیلی

زیر واحد یادگیری

مختصات وسط پاره خط

حیطه شناختی

پیشرفته

فصل
فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری
درس ۵: آشنایی با هندسه تحلیلی

زیرواحد یادگیری
فاصله بین دو نقطه

حیطه شناختی
مقدماتی

۷. نقطه $P(a, 11)$ روی عمودمنصف پاره خط واصل بین دو نقطه $A(0, -3)$ و $B(6, 15)$ قرار دارد. مقدار a کدام است؟

۱) -12

۲) 12

۳) -10

۴) 10

پاسخ

۱

بدانید

هر نقطه روی عمودمنصف، فاصله اش از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

میدانید

فاصله نقطه $A(x_A, y_A)$ از نقطه $B(x_B, y_B)$ برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

نقطه P روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد، پس فاصله P از A با فاصله P از B برابر است:

$$AP = BP \Rightarrow \sqrt{(a - 0)^2 + (11 - (-3))^2}$$

$$= \sqrt{(a - 6)^2 + (11 - 15)^2}$$

$$\Rightarrow a^2 + 14^2 = (a - 6)^2 + 4^2$$

$$\Rightarrow a^2 + 196 = a^2 - 12a + 36 + 16$$

$$\Rightarrow 12a = 52 - 196$$

$$\Rightarrow 12a = -144 \Rightarrow a = -12$$

فیلم پاسخ



۸. مجموع ریشه‌های معادله $|2x - 4| + x = |x + 3| + 3$

کدام است؟

① -۶

② -۵

③ ۳

④ ۴

پاسخ

۴

میدانید

تعریف قدرمطلق عدد a به صورت زیر است:

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

می‌خواهیم دو عبارت قدرمطلق $|x + 3|$ و $|2x - 4|$ را با توجه به جدول تعیین علامت زیر بدون قدرمطلق بازنویسی کنیم:

x	-۳	۲
$2x - 4$	-	+
$x + 3$	-	+

بنابراین معادله قدرمطلق را در سه حالت زیر حل می‌کنیم:

$$x \geq 2: (2x - 4) + x = (x + 3) + 3$$

$$\Rightarrow 3x - 4 = x + 6$$

$$\Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5 \quad \checkmark$$

$$-3 \leq x < 2: -(2x - 4) + x = (x + 3) + 3$$

$$\Rightarrow -x + 4 = x + 6 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1 \quad \checkmark$$

$$x < -3: -(2x - 4) + x = -(x + 3) + 3$$

$$\Rightarrow -x + 4 = -x \Rightarrow 4 = 0 \quad \times$$

هر دو جواب به دست آمده از معادله‌های اول و دوم قابل قبول است،

زیرا در محدوده موردنظر قرار دارد.

بنابراین معادله دارای دو جواب $x = 5$ و $x = -1$ است که

مجموع آن‌ها برابر $4 = 5 - 1$ است.

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری
درس ۳: معادلات گویا و گنگ

زیر واحد یادگیری
معادلات شامل عبارات گویا

حیطه شناختی
مقدماتی

۹. اگر در یک مستطیل با طول L و عرض W داشته باشیم:
 $\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L}$ ، آن گاه می‌گوییم در این مستطیل نسبت طلایی
برقرار است. اگر محیط یک قاب مستطیل شکل با نسبت طلایی
برابر ۴ متر باشد، اندازه عرض این قاب کدام است؟

① $3 - \sqrt{5}$

② $3 + \sqrt{5}$

③ $3 - 2\sqrt{5}$

④ $3 + 2\sqrt{5}$

پاسخ

① اگر طول و عرض قاب مستطیل شکل با نسبت طلایی را
به ترتیب L و W بنامیم، با توجه به این که محیط مستطیل برابر ۴
است، پس:

$$2L + 2W = 4 \Rightarrow 2(L + W) = 4$$

$$\Rightarrow L + W = 2 \Rightarrow L = 2 - W$$

با توجه به این که در مستطیل نسبت طلایی برقرار است، پس:

$$\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L} \Rightarrow \frac{2-W}{W} = \frac{2}{2-W} \xrightarrow{\times W(2-W)}$$

$$(2-W)^2 = 2W \Rightarrow 4 + W^2 - 4W = 2W$$

$$\Rightarrow W^2 - 6W + 4 = 0 \Rightarrow W = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 4}}{2 \times 1}$$

$$\Rightarrow W = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} \Rightarrow W = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2} \Rightarrow W = 3 \pm \sqrt{5}$$

اگر $W = 3 + \sqrt{5}$ آن گاه $L = -1 - \sqrt{5}$ که غیر قابل قبول است.

پس $W = 3 - \sqrt{5}$ و $L = -1 + \sqrt{5}$ که قابل قبول است.

بنابراین عرض مستطیل برابر $3 - \sqrt{5}$ است.

فیلم پاسخ



۱۰. اگر $x = -2$ یکی از ریشه‌های معادله $x^3 - x^2 - 11x - 10 = 0$ باشد،

مجموع سایر ریشه‌های این معادله کدام است؟

۱) ۵

۲) -۵

۳) ۳

۴) -۳

پاسخ

۳

بدانید

اگر $x = \alpha$ ریشه معادله $p(x) = 0$ باشد، چند جمله‌ای $p(x)$ بر $x - \alpha$ بخش پذیر است.

میدانید

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، با شرط $\Delta > 0$ مجموع ریشه‌ها برابر است با:

$$S = \frac{-b}{a}$$

$x = -2$ ریشه معادله $x^3 - x^2 - 11x - 10 = 0$ است، پس چند جمله‌ای $p(x) = x^3 - x^2 - 11x - 10$ بر $x + 2$ بخش پذیر است. با انجام عمل تقسیم، عامل دیگر $p(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 11x - 10 & x + 2 \\ -(x^3 + 2x^2) & \\ \hline -3x^2 - 11x - 10 & \\ -(-3x^2 - 6x) & \\ \hline -5x - 10 & \\ -(-5x - 10) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

بنابراین $p(x) = (x + 2)(x^2 - 3x - 5)$ ، پس معادله $p(x) = 0$ به جز ریشه $x = -2$ ، دو ریشه دیگر دارد که ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ هستند.

مجموع این دو ریشه برابر است با:

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3$$

فیلم پاسخ



۱۱. فاصله نقطه $A(2, -3)$ از خط به معادله $3x + 4y = k$ برابر

۳ است. مجموع مقادیر ممکن برای k کدام است؟

۱) ۱۲ -

۲) ۱۴

۳) ۱۰

۴) ۱۶ -

پاسخ

۱

میدانید

فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط به معادله $ax + by + c = 0$

برابر است با:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

فاصله نقطه $A(2, -3)$ از خط به معادله $3x + 4y - k = 0$

برابر ۳ است، پس:

$$\frac{|3 \times 2 + 4 \times (-3) - k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \Rightarrow \frac{|6 - 12 - k|}{\sqrt{25}} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{|-6 - k|}{5} = 3 \Rightarrow |k + 6| = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k + 6 = 15 \Rightarrow k = 9 \\ k + 6 = -15 \Rightarrow k = -21 \end{cases}$$

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای k برابر است با:

$$-21 + 9 = -12$$

فیلم پاسخ



۱۲. اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2 + 6x - 3 = 0$

باشند، مقدار $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

۱) ۶

۲) -۶

۳) ۸

۴) -۸

پاسخ

۴

میدانید

اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای دو ریشه باشد،
آن‌گاه مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$S = \frac{-b}{a}, P = \frac{c}{a}$$

با توجه به روابط بین ریشه‌ها، درباره ریشه‌های معادله $2x^2 + 6x - 3 = 0$
داریم:

$$\alpha + \beta = \frac{-6}{2} = -3, \alpha\beta = -\frac{3}{2}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{(-3)^2 - 2 \times (-\frac{3}{2})}{-\frac{3}{2}} \\ &= \frac{9 + 3}{-\frac{3}{2}} = \frac{12}{-\frac{3}{2}} = \frac{-24}{3} = -8 \end{aligned}$$

فیلم پاسخ



۱۳. کدام یک از توابع زیر فقط داری دو صفر است؟

۱) $y = x^2 - 9x$

۲) $y = 3x^2 + x^2 - 4x$

۳) $y = x^4 - 5x^2 - 6$

۴) $y = x^4 - 5x^2 + 6$

پاسخ

۳

میدانید

صفرهای تابع $y = f(x)$ ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ هستند.

تعداد صفرهای هر کدام از گزینه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

گزینه «۱»: $x^2 - 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 9) = 0$

$\Rightarrow x(x - 3)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = 0, 3, -3$

گزینه «۲»: $3x^2 + x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(3x^2 + x - 4) = 0$

$\Rightarrow x(x - 1)(3x + 4) = 0 \Rightarrow x = 0, 1, -\frac{4}{3}$

گزینه «۳»: $x^4 - 5x^2 - 6 = 0 \Rightarrow (x^2 - 6)(x^2 + 1) = 0$

$\Rightarrow x^2 = 6$ یا $x^2 = -1$ غلط $\Rightarrow x^2 = 6 \Rightarrow x = \pm\sqrt{6}$

گزینه «۴»: $x^4 - 5x^2 + 6 = 0 \Rightarrow (x^2 - 2)(x^2 - 3) = 0$

$\Rightarrow x^2 = 2$ یا $x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{3}$

بنابراین تنها تابع معرفی شده در گزینه «۳»، فقط دو صفر دارد.

فیلم پاسخ



۱۴. در دنباله با جمله عمومی $a_n = 3n - 11$ ، مقدار مجموع

$a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + \dots + a_{50}$ کدام است؟

۱) ۱۶۰۰

۲) ۱۶۷۵

۳) ۳۲۰۰

۴) ۳۳۵۰

پاسخ

۲

میدانید

مجموع n جمله ابتدایی دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدر نسبت d برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

در دنباله $a_n = 3n - 11$ ، قدر نسبت برابر $d = 3$ است.

اگر فقط جملات با شماره زوج را در نظر بگیریم، یعنی دنباله

$a_2, a_4, \dots, a_{50}$.

جمله اول این دنباله برابر $-5 = 3 \times 2 - 11 = a_2$ بوده و قدرنسبت برابر $2d = 6$ است.

همچنین تعداد جملات این دنباله برابر $\frac{50}{2} = 25$ است. پس حاصل مجموع خواسته شده برابر است با:

$$\begin{aligned} a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{50} &= \frac{25}{2} (2 \times (-5) + 24 \times 6) \\ &= 25 \times (-5 + 24 \times 3) \\ &= 25 \times (67) = 1675 \end{aligned}$$

فیلم پاسخ



۱۵. در یک دنباله هندسی، مجموع ۱۰ جمله ابتدایی دنباله برابر صفر و مجموع ۵ جمله ابتدایی برابر ۷ است. جمله دوم این دنباله هندسی کدام است؟

۱) ۱۴

۲) -۱۴

۳) ۷

۴) -۷

پاسخ

۴

میدانید

مجموع n جمله ابتدایی یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q برابر است:

$$S_n = a_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

مجموع ۱۰ جمله ابتدایی این دنباله هندسی برابر صفر است، پس:

$$S_{10} = 0 \Rightarrow a_1 \left(\frac{q^{10} - 1}{q - 1} \right) = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \text{ یا } q^{10} = 1$$

$$\Rightarrow a_1 = 0 \text{ یا } q = \pm 1$$

در دنباله هندسی، جمله اول نمی‌تواند برابر صفر باشد، هم‌چنین اگر $q = 1$ ، دنباله ثابت است و از آنجا که جملات دنباله هندسی نمی‌تواند برابر صفر باشد، پس مجموع جملات نیز نمی‌تواند برابر صفر باشد، پس $q = -1$ تنها جواب قابل قبول است.

ضمناً مجموع ۵ جمله ابتدایی این دنباله هندسی برابر ۷ است، پس:

$$S_5 = 7 \Rightarrow a_1 \left(\frac{q^5 - 1}{q - 1} \right) = 7 \Rightarrow a_1 \left(\frac{(-1)^5 - 1}{-1 - 1} \right) = 7$$

$$\Rightarrow a_1 \left(\frac{-2}{-2} \right) = 7 \Rightarrow a_1 = 7$$

بنابراین جمله دوم این دنباله برابر است با:

$$a_2 = a_1 q = 7 \times (-1) = -7$$

فیلم پاسخ



۱۶. در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $5\sqrt{3}$ شعاع دایره محاطی خارجی کدام است؟

۱) ۵/۵

۲) ۷/۵

۳) ۸

۴) ۸/۲

پاسخ

۲

نکته

شعاع دایره محاطی خارجی مثلث ΔABC مماس بر ضلع BC برابر

$$r_a = \frac{S}{p-a}$$

است با:

نکته

مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

در مثلث متساوی‌الاضلاع همه اضلاع برابرند، پس تمام شعاع دایره‌های محاطی خارجی با هم برابر است.

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (5\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 3 = \frac{75}{4} \sqrt{3}$$

$$محیط = 2p = 15\sqrt{3} \Rightarrow p = \frac{15}{2} \sqrt{3}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a} \Rightarrow r = \frac{\frac{75}{4} \sqrt{3}}{\frac{15}{2} \sqrt{3} - 5\sqrt{3}} = \frac{\frac{75}{4}}{\frac{5}{2}} = 7/5$$

فصل

فصل ۱: دایره

واحد یادگیری

درس ۳: چندضلعی‌های محاطی و محیطی

زیرواحد یادگیری

شعاع دایره‌های محاطی داخلی، محاطی

خارجی و محیطی در مثلث متساوی‌الاضلاع

و قائم‌الزاویه

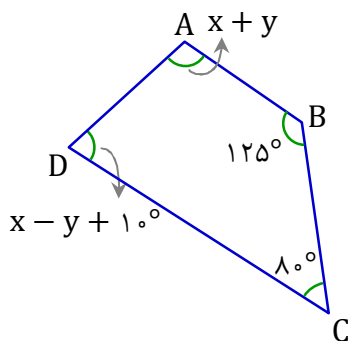
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۷. اگر چهار ضلعی ABCD محاطی باشد، مقدار x کدام است؟



۱) 75°

۲) $72/5^\circ$

۳) 70°

۴) $68/5^\circ$

پاسخ

۲

نکته

در هر چهارضلعی محاطی مجموع زوایای مقابل 180° است.

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y + 10^\circ + 125^\circ = 180^\circ \Rightarrow x - y = 45^\circ \\ x + y + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + y = 100^\circ \end{cases}$$

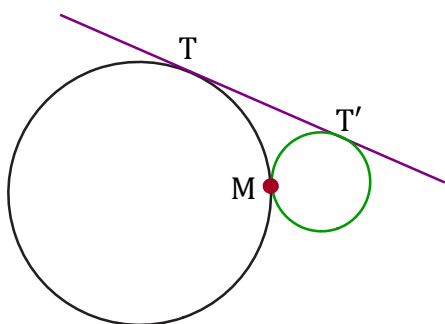
$$\xrightarrow{+} 2x = 145^\circ \Rightarrow x = \frac{145^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow x = 72/5^\circ$$

فیلم پاسخ

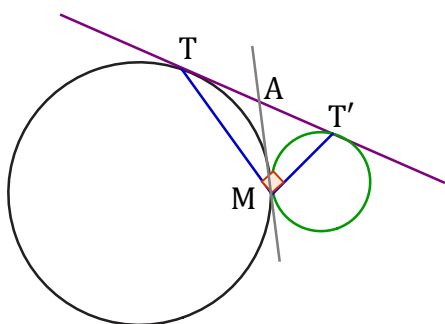


۱۸. در شکل زیر دو دایره مماس خارجی و TT' مماس مشترک خارجی آن‌هاست. زاویه $\widehat{TMT'}$ چند درجه است؟

۱. 60° ۲. 75° ۳. 90° ۴. 105°

پاسخ

۳. از M مماس مشترک داخلی دو دایره را رسم می‌کنیم.



نکته

اگر از هر نقطه خارج دایره دو مماس بر دایره رسم شود طول دو مماس مساوی است.

$$\left. \begin{array}{l} AT = AM \\ AM = AT' \end{array} \right\} \Rightarrow AT = AT' = AM$$

در مثلث $\triangle TMT'$ میانه AM با نصف TT' (وتر) مساوی شده است $\Rightarrow$

$\triangle MTT'$ قائم‌الزاویه است $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \widehat{TMT'} = 90^\circ$$

فیلم پاسخ



۱۹. دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۶ و طول خط‌المركزین $OO' = ۱۰$ در نظر بگیرید. محل تلاقی مماس مشترک‌های داخلی چه فاصله‌ای از مرکز دایره کوچکتر دارد؟

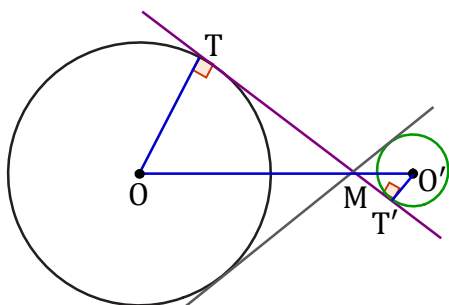
۱ ۱/۶

۲ ۲

۳ ۲/۵

۴ ۲/۸

۳



$$\hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ, \angle TMO = \angle T'MO'$$

$$\Rightarrow \triangle MOT \sim \triangle M'O'T'$$

$$\Rightarrow \frac{OT}{O'T'} = \frac{OM}{MO'} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{OM}{O'M}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{3}{1+3} = \frac{OM}{OM+O'M} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{OM}{10}$$

$$\Rightarrow OM = \frac{15}{4} = 3.75$$

$$\Rightarrow O'M = 10 - 3.75 = 6.25$$

فصل

فصل ۱: دایره

واحد یادگیری

درس ۲: رابطه‌های طولی در دایره

زیر واحد یادگیری

مسائل ترکیبی

حیطه شناختی

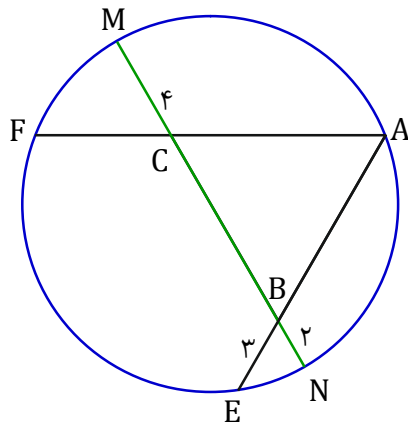
مقدماتی

پاسخ

فیلم پاسخ



۲۰. در شکل زیر مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الاضلاع است. اندازه CF کدام است؟



۱ ۵

۲ ۴/۸

۳ ۴/۵

۴ ۴

پاسخ

۱ فرض کنیم:

$$BC = AC = AB = x$$

$$\text{روابط طولی در دایره: } MB \times BN = AB \times BE$$

$$\Rightarrow (4 + x) \times 2 = x \times 3 \Rightarrow 8 + 2x = 3x \Rightarrow x = 8$$

$$\text{روابط طولی در دایره: } AC \times CF = MC \times CN$$

$$\Rightarrow x \times CF = 4 \times (x + 2)$$

$$\Rightarrow 8CF = 4 \times 10 \Rightarrow CF = 5$$

فیلم پاسخ



۲۱. کمترین و بیشترین فاصله نقطه A از محیط دایره‌ای به ترتیب مساوی ۴ و ۱۲ است. طول مماسی که از نقطه A بر دایره رسم می‌شود، چند برابر قطر دایره است؟

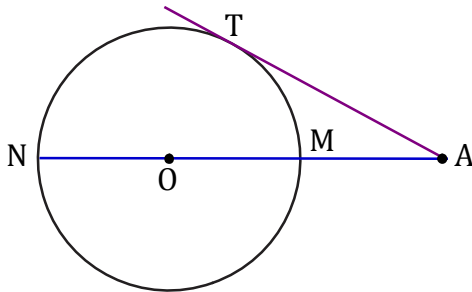
① $\sqrt{3}$

② $2\sqrt{3}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

۳



از A به مرکز دایره وصل می‌کنیم، نقطه M کمترین فاصله و نقطه N بیشترین فاصله را تا A دارد.

$$\begin{cases} AM = OA - r \Rightarrow 4 = OA - r \\ AN = OA + r \Rightarrow 12 = OA + r \end{cases} \xrightarrow{+} 2OA = 16$$

$$\Rightarrow OA = 8$$

$$\Rightarrow r = 4$$

$$AT^2 = AM \times AN \quad \text{روابط طولی در دایره}$$

$$\Rightarrow AT^2 = 4 \times 12 = 48$$

$$\Rightarrow AT = 4\sqrt{3}$$

$$\frac{AT}{2r} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پاسخ

فصل

فصل ۱: دایره

واحد یادگیری

درس ۲: رابطه‌های طولی در دایره

زیرواحد یادگیری

رابطه‌های طولی در دایره

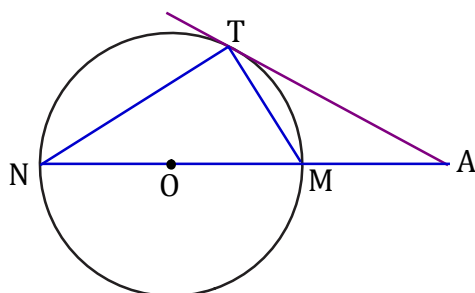
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲۲. در شکل زیر اگر $MT = AM$ باشد، اندازه کمان $\widehat{NT}$ چند درجه است؟



۱) 60°

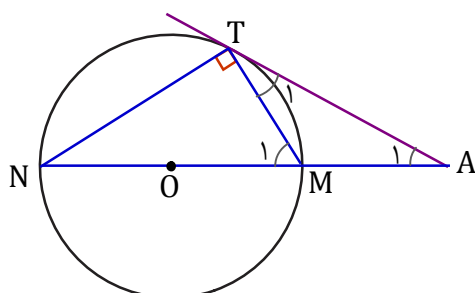
۲) 90°

۳) 120°

۴) 122°

پاسخ

۳



$$TM = MA \Rightarrow \widehat{T}_1 = \widehat{A}_1 = x \Rightarrow \widehat{TM} = 2x$$

$$\Delta TMA \text{ زاویه خارجی مثلث } \widehat{M}_1 = \widehat{T}_1 + \widehat{A}_1 = 2x$$

$$\Rightarrow \widehat{T} = 90^\circ \text{ زاویه محاطی } T \text{ مقابل به قطر است}$$

$$\widehat{TM} = 2x \Rightarrow \widehat{N} = \frac{\widehat{TM}}{2} = x \xrightarrow{\widehat{T}=90^\circ} x + 2x = 90^\circ$$

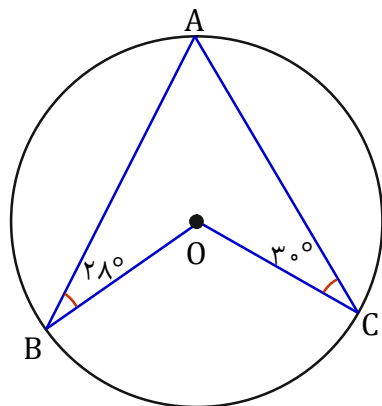
$$\Rightarrow 3x = 90^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{M}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{TN} = 120^\circ$$

فیلم پاسخ



۲۳. در شکل زیر اگر O مرکز دایره باشد، زاویه $\widehat{BOC}$ چند درجه است؟

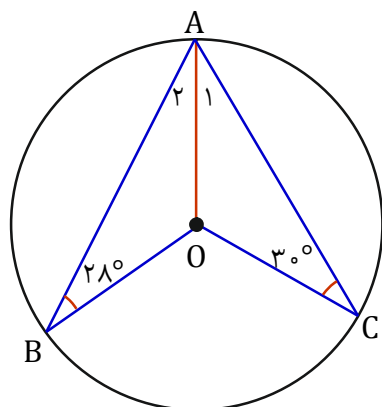
۱) 25° ۲) $27/5^\circ$ ۳) 116° ۴) 58°

پاسخ

۳

نکته

زاویه محاطی مساوی نصف کمان روبه‌رو به آن است.



$$\left. \begin{array}{l} AO = OC \Rightarrow \angle A_1 = 30^\circ \\ AO = OB \Rightarrow \angle A_2 = 28^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{A} = 58^\circ \xrightarrow{\text{محاطی}} \widehat{BC} = 116^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BOC} = \widehat{BC} = 116^\circ$$

فصل

فصل ۱: دایره

واحد یادگیری

درس ۱: مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره

زیرواحد یادگیری

زواياي مرکزی، محاطی و ظلّی

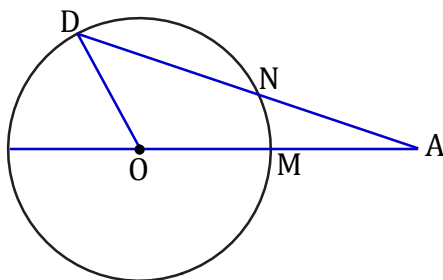
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ

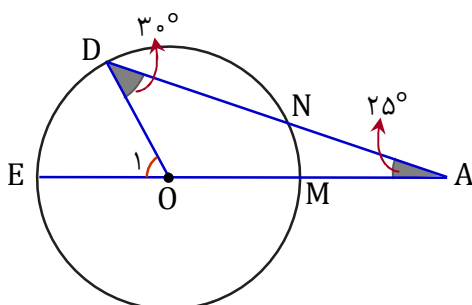


۲۴. در شکل زیر زاویه $\hat{A} = 25^\circ$ ، $\hat{D} = 30^\circ$ و نقطه O مرکز دایره است. کمان $\widehat{DN}$ چند درجه است؟

۱ 50° ۲ 55° ۳ 120° ۴ 125°

پاسخ

۳



$\widehat{DOA}$ زاویه خارجی مثلث $\widehat{DOA}$: $\widehat{O}_1 = \widehat{D} + \widehat{A} = 30^\circ + 25^\circ = 55^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{DE} = 55^\circ$$

$$\widehat{A} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{NM}}{2} \Rightarrow 25^\circ = \frac{55^\circ - \widehat{NM}}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{NM} = 5^\circ \Rightarrow \widehat{DN} = 180^\circ - (\widehat{NM} + \widehat{DE})$$

$$\Rightarrow \widehat{DN} = 180^\circ - (5^\circ + 55^\circ) = 120^\circ$$

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۱: دایره

واحد یادگیری

درس ۱: مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره

زیرواحد یادگیری

وضعیت نسبی خط و دایره، محیط و مساحت قطاع و کمان‌های اسیر

حیطه شناختی
مقدماتی

فیلم پاسخ



۲۵. خطی به فاصله ۴ واحد از مرکز دایره‌ای به شعاع ۸ عبور می‌کند.

طول وتری که توسط این خط داخل دایره ایجاد می‌شود کدام

است؟

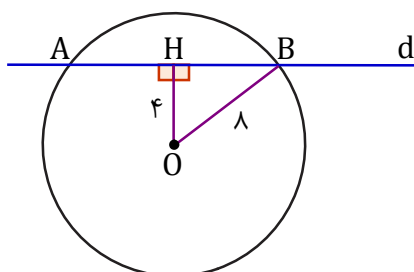
① $2\sqrt{3}$

② $4\sqrt{3}$

③ $6\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{3}$

۴



$$OB^2 = HB^2 + OH^2 \Rightarrow HB = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48}$$

$$\Rightarrow HB = 4\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2HB = 8\sqrt{3}$$

۲۶. اگر عکس گزاره $p \Rightarrow q \Rightarrow \sim q$ نادرست باشد، ارزش کدام گزاره

نادرست است؟

۱ $p \Leftrightarrow q$

۲ $q \Rightarrow p$

۳ $\sim p \vee q$

۴ $p \wedge \sim q$

پاسخ

۴. عکس گزاره $p \Rightarrow \sim q \Rightarrow \sim q$ معادل $p \Rightarrow \sim q$ است و هنگامی این

گزاره شرطی نادرست است که p درست و $\sim q$ نادرست باشد یعنی

q نیز درست است.

گزینه «۱»:

$$p \Leftrightarrow q \equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

گزینه «۲»:

$$p \Rightarrow q \equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

گزینه «۳»:

$$\sim p \vee q \equiv F \vee T \equiv T$$

گزینه «۴»:

$$p \wedge \sim q \equiv T \wedge F \equiv F$$

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۱: آشنایی با منطق ریاضی

زیر واحد یادگیری

ترکیب گزاره‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲۷. اگر $p \vee q$ نادرست باشد، چند تا از گزاره‌های زیر دارای

ارزش نادرست هستند؟

$$(1) \sim p \Rightarrow q$$

$$(2) \sim p \Leftrightarrow \sim q$$

$$(3) (\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge p)$$

$$(4) \sim(\sim q \vee p)$$

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ

۳. اگر $p \vee q$ نادرست باشد یعنی p و q هر دو نادرست هستند.

گزاره «۱»:

$$(\overset{T}{\sim p} \Rightarrow \overset{F}{\sim q}) \equiv F$$

گزاره «۲»:

$$(\overset{T}{\sim p} \Leftrightarrow \overset{T}{\sim q}) \equiv T$$

گزاره «۳»:

$$(\underbrace{\overset{T}{\sim p} \wedge \overset{F}{\sim q}}_F) \vee (\underbrace{\overset{T}{\sim q} \wedge \overset{F}{\sim p}}_F) \equiv F$$

گزاره «۴»:

$$\sim(\sim q \vee p) \equiv \sim(\underbrace{T \vee F}_T) \equiv F$$

فیلم پاسخ



۲۸. گزاره $(p \vee \sim q) \Rightarrow p$ معادل با کدام گزاره است؟

۱ $p \wedge q$

۲ $\sim p \Rightarrow q$

۳ $\sim q \Rightarrow \sim p$

۴ $\sim p \vee \sim q$

پاسخ

۲

$$\begin{aligned}(p \vee \sim q) \Rightarrow p &\equiv \sim(p \vee \sim q) \vee p \equiv (\sim p \wedge q) \vee p \\ &\equiv (\sim p \vee p) \wedge (q \vee p) \equiv T \wedge (q \vee p) \\ &\equiv p \vee q \equiv \begin{cases} \sim p \Rightarrow q \\ \sim q \Rightarrow p \end{cases}\end{aligned}$$

فیلم پاسخ



۲۹. کدام گزاره درست است؟

① $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 = 5$

② $\exists x \in \mathbb{Z}, x^2 \geq 5$

③ $\exists x \in \mathbb{N}, x < 1$

④ $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 \geq 2$

پاسخ

$$x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \notin \mathbb{Z}$$

$$x = 3 \Rightarrow x^2 \geq 5$$

$$x < 1 \Rightarrow x \notin \mathbb{N}$$

$$x = 1 \Rightarrow x^2 \not\geq 2$$

۲. گزینه «۱»: نادرست

گزینه «۲»: درست

گزینه «۳»: نادرست

گزینه «۴»: نادرست

فیلم پاسخ



۳۰. اگر $A = \{a, b, \{a\}, \emptyset\}$ باشد، کدام مورد صحیح نیست؟

① $\{\emptyset\} \subset A$

② $\{a, \{a\}\} \subset A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $\{a, \{\emptyset\}\} \subset A$

پاسخ

④ در گزینه «۴»، $\{\emptyset\}$ باید به شکل $\emptyset$ باشد تا $\{a, \emptyset\} \subset A$

رابطه‌ای درست شود.

$\emptyset = \{\}$ زیرمجموعه تمام مجموعه‌هاست پس گزینه «۳» درست است.

در گزینه «۱» $\emptyset \in A$ و به همین جهت $\{\emptyset\} \subset A$ صحیح است.

در گزینه «۲» $a \in A, \{a\} \in A$ پس $\{a, \{a\}\} \subset A$ صحیح است.

فیلم پاسخ



۳۱. اگر $A = \{1, 2, \{1, 2\}, \{1, \{1\}\}, \{\emptyset\}\}$ و $B = \{\emptyset, \{1\}, 1, 2\}$

آنگاه مجموعه $A - B$ چند زیرمجموعه غیر تهی دارد؟

۱) ۸

۲) ۱۶

۳) ۷

۴) ۱۵

۳

$$A - B = \{\{1, 2\}, \{1, \{1\}\}, \{\emptyset\}\}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} = 2^n = 2^3 = 8$$

$$\Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی} = 2^3 - 1 = 7$$



۳۲. اگر $A = \{۴, y - ۲, ۵\}$ و $B = \{۷, ۲ - x, z\}$ باشد و داشته

باشیم: $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ ، چند زوج مرتب (x, y) می‌توان ساخت؟

۱ ①

۲ ②

۳ ③

۴ ④

۲

$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{array} \right\} \Rightarrow A = B$$

دو حالت داریم:

$$\text{حالت اول: } \begin{cases} y - ۲ = ۷ \\ z = ۵ \\ ۲ - x = ۴ \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -۲, y = ۹, z = ۵$$

$$\text{حالت دوم: } \begin{cases} y - ۲ = ۷ \\ ۲ - x = ۵ \\ z = ۴ \end{cases} \Rightarrow x = -۳, y = ۹, z = ۴$$

چنانچه ملاحظه می‌شود (x, y) می‌تواند $(-۲, ۹)$ و $(-۳, ۹)$ باشد،

پس دو جواب داریم.

پاسخ

فیلم پاسخ



۳۳. متمم مجموعه $(A \cap B')' \cup (A - B) \cup (A - B')$ کدام است؟

① U (مجموعه مرجع)

② $\emptyset$

③ $A - B$

④ $B - A$

پاسخ

۲

$$\begin{aligned}
 & (A \cap B')' \cup (A - B) \cup (A - B') \\
 &= (A' \cup B) \cup (A \cap B') \cup (A \cap B) \\
 &= (A' \cup B) \cup \underbrace{(A \cap (B \cup B'))}_A \\
 &= (A' \cup B) \cup A = \underbrace{(A' \cup A)}_U \cup B = U \\
 &\xrightarrow{\text{متمم}} U' = \emptyset
 \end{aligned}$$

فیلم پاسخ



۳۴. اگر برای دو مجموعه A و B داشته باشیم: $B' \subseteq A'$ ، مجموعه

$[(A \cup C) \cup (A - B) \cup (A - C)]$ با کدام مجموعه برابر

است؟

۱ $A - C$

۲ $A \cup C$

۳ $A \cap C$

۴ $A \cap B \cap C$

پاسخ

۲

$$B' \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$$

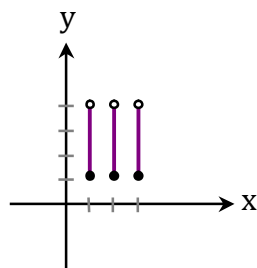
$$[(A \cup C) \cup (A - B) \cup (A - C)] = (A \cup C) \cup \emptyset \cup (A \cap C')$$

$$= (A \cup C) \cup (A \cap C') = ((A \cup C) \cup A) \cap ((A \cup C) \cup C')$$

$$= (A \cup C) \cap \overbrace{(A \cup C)}^U = A \cup C$$



۳۵. نمودار شکل زیر مربوط به کدام مجموعه است؟



① $[1, 3] \times [1, 4)$

② $\{1, 2, 3\} \times [1, 4)$

③ $[1, 3) \times \{1, 2, 3, 4\}$

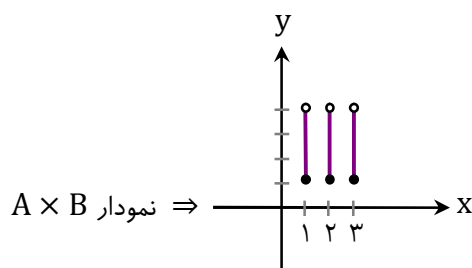
④ $\{1, 2, 3, 4\} \times [1, 3]$

پاسخ

۲ در مورد گزینه «۲» داریم:

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$$

$$\begin{aligned} & x = 1 \\ & = \{(x, y) | x = 2, 1 \leq y < 4\} \\ & x = 3 \end{aligned}$$



فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیرواحد یادگیری

ضرب دکارتی دو مجموعه

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۶. کدام گزینه در مورد بار الکتریکی نادرست است؟

- ① دو نوع بار الکتریکی (بار مثبت و بار منفی) توسط بنیامین فرانکلین نام گذاری شد.
- ② نوع باری که در دو جسم مختلف بر اثر مالش ایجاد می گردد، به جنس آن ها بستگی دارد.
- ③ باردار بودن یک جسم باردار به کمک الکتروسکوپ تعیین می شود ولی نوع بار به کمک الکتروسکوپ مشخص نمی شود.
- ④ انتقال پیام های عصبی در دستگاه اعصاب به صورت الکتریکی صورت می گیرد.

پاسخ

- ③ به کمک الکتروسکوپ باردار بودن و نوع بار یک جسم قابل تشخیص است اما اندازه بار به کمک الکتروسکوپ مشخص نمی شود.



۳۷. در جدول زیر، چهار جسم A، B، C و D در جدول سری الکتریسته مالشی (تریوالکتریک) نمایش داده شده است. کدام گزینه درست است؟

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۱. اگر A و C را به یکدیگر مالش دهیم، بار A منفی می‌شود.
۲. الکترون‌خواهی D بیشتر از الکترون‌خواهی B و C است.
۳. اگر B و D را به یکدیگر مالش دهیم و سپس در مقابل هم قرار دهیم، یکدیگر را دفع می‌کنند.
۴. اگر A و C به یکدیگر و B و D به یکدیگر مالش شوند، A و B یکدیگر را جذب می‌کنند.

پاسخ

۲

میدانید

در جدول سری الکتریسته مالشی، مواد پایین‌تر الکترون‌خواهی بیشتری دارند، در نتیجه در تماس دو ماده به یکدیگر، بار بالایی مثبت و بار پایینی منفی می‌شود. به این ترتیب در تماس A و C، A مثبت و C منفی است و در تماس B و D، B مثبت و D منفی است. پس B و D یکدیگر را جذب و A و B یکدیگر را دفع می‌کنند (نادرستی گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»). از طرفی چون D از B و C پایین‌تر است، الکترون‌خواهی آن از هر دو بیشتر است.

فصل

فصل ۱: الکتریسته ساکن

واحد یادگیری

بار الکتریکی / پایداری و کوانتیده بودن بار الکتریکی

زیرواحد یادگیری

پایداری و کوانتیده بودن بار

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۸. دو بار الکتریکی $q_1 = -1\text{ nC}$ و $q_2 = +4\text{ nC}$ در فاصله ۶ سانتی متری از یکدیگر قرار دارند. این دو ذره به یکدیگر نیرویی با اندازه میکرونیوتون وارد می کنند.

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

۱ ①

۲ ②

۱۰ ③

۲۰ ④

پاسخ

۳. با توجه به اینکه دو بار ناهمنام هستند پس نیروی بین آن دو ربایشی است و مقدار این نیرو براساس قانون کولن برابر است با:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

$$\Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 4 \times 10^{-18}}{36 \times 10^{-4}} = 10^{-5} \text{ N} = 10 \mu\text{N}$$

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

قانون کولن

زیر واحد یادگیری

قانون کولن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۹. بزرگی نیروی رانشی دو بار الکتریکی مثبت با اندازه‌های q و $2q$ در فاصله r برابر 0.04 N است. اگر $2\mu\text{C}$ به ذره با بار q اضافه کنیم و دو ذره را در فاصله $2r$ از هم قرار دهیم، بزرگی نیروی بین آن دو به 0.02 N می‌رسد. q چند میکروکولن است؟

۱ ۱

۲ ۲

۱/۵ ۳

۰/۵ ۴

پاسخ

۲ در حالت اول با توجه به قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q \times 2q|}{r^2} = 0.04 \rightarrow k \frac{q^2}{r^2} = 0.02$$

و در حالت دوم بار ذره‌ها $2q$ و $(q + 2) \times 10^{-6}$ است، پس خواهیم داشت:

$$F' = k \frac{|2q \times (q + 2 \times 10^{-6})|}{4r^2} = 0.02$$

$$\Rightarrow k \frac{q^2}{2r^2} + k \frac{q \times 10^{-6}}{r^2} = 0.02$$

$$\xrightarrow{k \frac{q^2}{r^2} = 0.02} 0.01 + k \frac{q \times 10^{-6}}{r^2} = 0.02$$

$$\Rightarrow k \frac{q \times 10^{-6}}{r^2} = 0.01$$

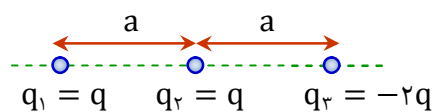
با تقسیم دو رابطه به دست آمده خواهیم داشت:

$$\frac{k \frac{q^2}{r^2}}{k \frac{q \times 10^{-6}}{r^2}} = \frac{0.02}{0.01} \Rightarrow q = 2 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q = 2\mu\text{C}$$

فیلم پاسخ



۴۰. سه ذره باردار مطابق شکل در فاصله‌های مساوی در کنار یکدیگر قرار دارند. نیروی خالص وارد بر بار q_1 در کدام جهت است؟



۱. به سمت چپ

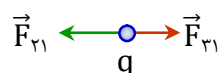
۲. به سمت راست

۳. صفر است

۴. اگر q مثبت باشد، به سمت چپ و اگر q منفی باشد به سمت راست خواهد بود.

پاسخ

۱. به بار q_1 دو نیروی F_{21} و F_{31} وارد می‌شود. نیروی بین q_1 و q_2 دافعه و نیروی بین q_1 و q_3 جاذبه است:



مقدار نیروها طبق قانون کولن برابر است با:

$$F_{21} = k \frac{q_1^2}{a^2}, F_{31} = k \frac{q_1^2}{2a^2}$$

با توجه به اینکه $F_{31} < F_{21}$ است، پس برآیند نیروهای وارد بر q_1 به سمت چپ است.

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیک ساکن

واحد یادگیری

قانون کولن

زیرواحد یادگیری

برهم‌نهی بارهای روی یک خط (بیش از دو بار)

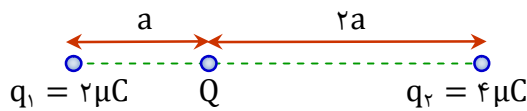
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۴۱. مطابق شکل، بار نقطه‌ای مثبت Q روی خط واصل بارهای $q_1 = +2\mu C$ و $q_2 = +4\mu C$ واقع شده است و اندازه نیروی خالص وارد بر آن F است. اگر بار Q ثابت و جای بارهای q_1 و q_2 با یکدیگر عوض شود، اندازه نیروی خالص وارد بر بار Q برابر F' می‌شود. نسبت $\frac{F'}{F}$ کدام است؟



۱ (۱)

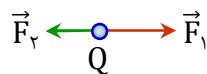
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ

۴. در حالت اول نیروهای وارد بر بار Q برابر است با:

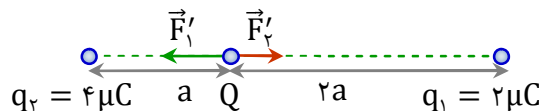


$$F_1 = k \frac{2Q \times 10^{-6}}{a^2} = 2k \frac{Q}{a^2} \times 10^{-6}$$

$$F_2 = k \frac{4Q \times 10^{-6}}{4a^2} = k \frac{Q}{a^2} \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow F = F_1 - F_2 = k \frac{Q}{a^2} \times 10^{-6}$$

در حالت دوم نیروها به صورت زیر می‌شود:



$$F'_1 = k \frac{2Q \times 10^{-6}}{4a^2} = \frac{1}{2} k \frac{Q}{a^2} \times 10^{-6}$$

$$F'_2 = k \frac{4Q \times 10^{-6}}{a^2} = 4k \frac{Q}{a^2} \times 10^{-6}$$

$$F' = F'_2 - F'_1 = \frac{7}{2} k \frac{Q}{a^2} \times 10^{-6} = \frac{7}{2} F$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{7}{2}$$

فصل
فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری
قانون کولن

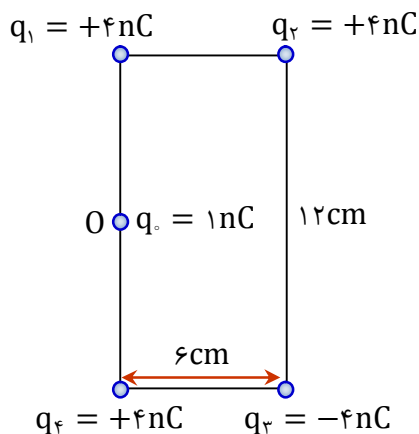
زیر واحد یادگیری
برهم‌نهی بارهای روی یک خط (بیش از دو بار)

حیطه شناختی
پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۲. چهار بار نقطه‌ای مطابق شکل در رئوس یک مستطیل قرار دارند. نیروی خالص وارد بر بار q_2 واقع در نقطه O وسط ضلع مستطیل چند میکرونیوتون (μN) است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)



۱) ۵

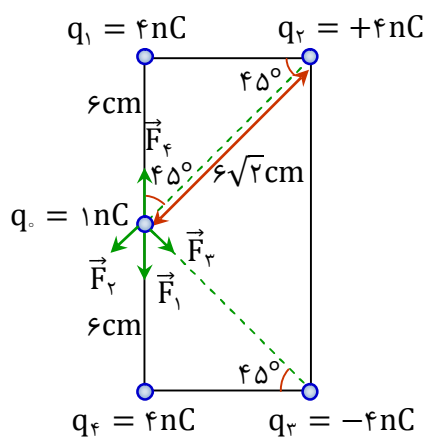
۲) $5\sqrt{2}$

۳) ۱۰

۴) $10\sqrt{2}$

پاسخ

۲. نیرویی که هر یک از بارها به q_2 وارد می‌کنند مطابق شکل زیر است:



دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_4$ یکدیگر را خنثی می‌کنند زیرا هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند. دو نیروی $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ نیز برهم عمود هستند، بنابراین خواهیم داشت:

فیلم پاسخ

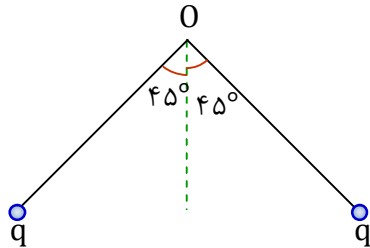


$$F_r = F_r = k \frac{|q_r q_o|}{r_r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-9} \times 10^{-9}}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-9} \times 10^{-9}}{36 \times 2 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-6} \text{ N} = 5 \mu\text{N}$$

$$F_T = \sqrt{F_r^2 + F_r^2} = 5\sqrt{2} \mu\text{N}$$

۴۳. دو گلوله مشابه باردار با بارهای مساوی 200 nC به کمک دو نخ با طول‌های مساوی 1 m از نقطه O آویزان هستند و به دلیل نیروی دافعه بین آنها مطابق شکل قرار دارند. نیروی کشش نخ‌ها چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



۱) 9×10^{-5}

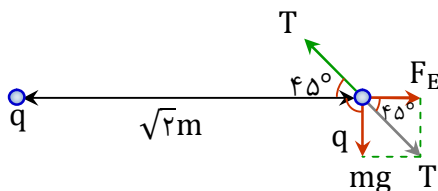
۲) 18×10^{-5}

۳) $9\sqrt{2} \times 10^{-5}$

۴) $18\sqrt{2} \times 10^{-5}$

پاسخ

۴



فاصله دو گلوله از هم برابر $\sqrt{2}m$ است. پس طبق قانون کولن نیروی الکتریکی بین دو بار برابر است با:

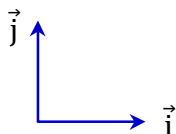
$$F_E = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(200 \times 10^{-9})^2}{(\sqrt{2})^2} = 18 \times 10^{-5} \text{ N}$$

مطابق شکل، به هر گلوله ۳ نیرو وارد می‌شود که برابند F_E و mg باید T را خنثی کند و چون زاویه نخ‌ها با افق 45° است، پس خواهیم داشت:

$$\cos 45^\circ = \frac{F_E}{T} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{F_E}{T} \Rightarrow T = \sqrt{2} F_E = 18\sqrt{2} \times 10^{-5} \text{ N}$$



۴۴. نیروی وارد بر یک بار آزمون (بار بسیار کوچک و مثبت) در یک نقطه برابر $\vec{F} = 6 \times 10^{-5} \text{N} \vec{i} - 8 \times 10^{-5} \text{N} \vec{j}$ است. میدان الکتریکی در محل بار آزمون کدام گزینه می‌تواند باشد؟ (a و b اعدادی مثبت هستند).



① $a\vec{i} + b\vec{j}$

② $-a\vec{i} - b\vec{j}$

③ $-a\vec{i} + b\vec{j}$

④ $a\vec{i} - b\vec{j}$

پاسخ

۴

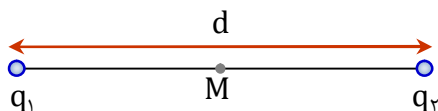
میدان‌بند

بنا به تعریف، میدان الکتریکی کمیتی برداری است که اندازه آن برابر $E = \frac{F}{q}$ و جهت آن همان جهت نیروی وارد بر بار آزمون است. با توجه به اینکه مؤلفه افقی نیرو مثبت و مؤلفه عمودی نیرو منفی و میدان و نیرو هم‌جهت هستند، پس باید مؤلفه افقی میدان مثبت و مؤلفه عمودی میدان منفی باشد.

فیلم پاسخ



۴۵. دو ذره باردار با بارهای $q_1 = 3\mu\text{C}$ و $q_2 = -6\mu\text{C}$ با فاصله d از هم مطابق شکل بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر اندازه میدان خالص در وسط دو بار $\frac{4000}{\text{C}} \text{ N}$ باشد، فاصله d چند متر است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



۱) ۳

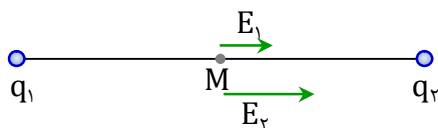
۲) ۴/۵

۳) ۹

۴) ۱۸

پاسخ

۳. میدان حاصل از دو بار در نقطه M به صورت زیر است:



$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6}}{(\frac{d}{2})^2} = \frac{36 \times 3}{d^2} \times 10^3$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6}}{(\frac{d}{2})^2} = \frac{36 \times 6}{d^2} \times 10^3$$

$$E_T = E_1 + E_2 \Rightarrow 4000 = \frac{36 \times 3 \times 10^3}{d^2} + \frac{36 \times 6 \times 10^3}{d^2}$$

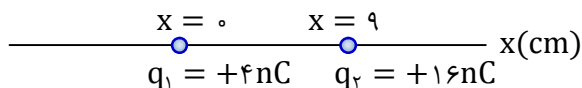
$$= \frac{36 \times 9 \times 10^3}{d^2}$$

$$\Rightarrow d^2 = 81 \Rightarrow d = 9\text{m}$$

فیلم پاسخ



۴۶. مطابق شکل، دو ذره با بارهای $q_1 = +4\text{nC}$ و $q_2 = +16\text{nC}$ در فاصله ۹ سانتی متری از هم روی محور ثابت شده‌اند. اندازه و جهت میدان‌های ناشی از دو بار در نقطه M با هم برابر است. طول نقطه M کدام است؟ (بار q_1 در مبدأ قرار دارد).



۱. $x_M = 18\text{cm}$

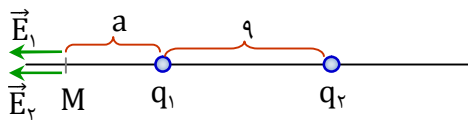
۲. $x_M = -9\text{cm}$

۳. $x_M = 3\text{cm}$

۴. $x_M = -3\text{cm}$

پاسخ

۲. در مکان‌های $x < 0$ و $x > 9$ دو میدان هم‌جهت هستند و چون اندازه بار q_1 کمتر از اندازه بار q_2 است، پس این نقطه به بار q_1 نزدیک‌تر است و در نقاط با طول منفی ($x < 0$) قرار دارد:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{a^2} = \frac{16}{(a+9)^2} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{2}{a+9}$$

$$\Rightarrow 2a = a + 9 \Rightarrow a = 9\text{cm}$$

پس طول نقطه M برابر $x = -9\text{cm}$ است.

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیرواحد یادگیری

محاسبه میدان یک یا چند بار در یک نقطه (میدان‌ها در یک امتداد باشند)

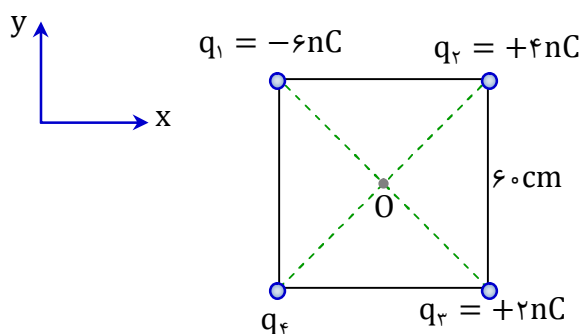
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۷. در شکل زیر، چهار ذره باردار در رأس‌های مربعی ثابت شده‌اند. میدان الکتریکی خالص در نقطه O (مرکز مربع) در جهت مثبت محور y است. بار q_f چند نانوکولن و اندازه میدان خالص در نقطه O چند $\frac{N}{C}$ است؟ $k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$ و ضلع مربع 60 cm است.



$$E_T = 400\sqrt{2} \frac{N}{C}, q_f = 12nC \quad (1)$$

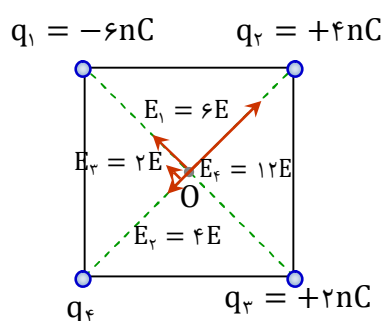
$$E_T = 400 \frac{N}{C}, q_f = 12nC \quad (2)$$

$$E_T = 400\sqrt{2} \frac{N}{C}, q_f = 6nC \quad (3)$$

$$E_T = 400 \frac{N}{C}, q_f = 6nC \quad (4)$$

پاسخ

۱



فاصله بارها تا نقطه O برابر $30\sqrt{2}$ سانتی‌متر است. اگر بزرگی میدان حاصل از بار $1nC$ در نقطه O برابر E باشد، میدان‌های حاصل از بارهای q_1 ، q_2 و q_3 به ترتیب برابر $6E$ ، $4E$ و $2E$ در جهت‌های مطابق شکل خواهد بود (زیرا اندازه میدان با اندازه بار متناسب است).

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیرواحد یادگیری

محاسبه میدان چند بار در یک نقطه (میدان‌ها در یک امتداد نباشند)

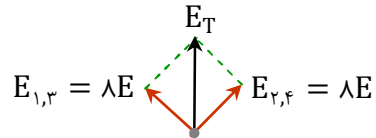
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



حال برای اینکه برابری نیروها به سمت مثبت y باشد لازم است، میدان q_f برابر $12E$ و در جهت نشان داده شده در شکل باشد تا برابری $\vec{E}_2$ و $\vec{E}_4$ به صورت $8E$ و برابر $E_{1,3}$ باشد. به این ترتیب خواهیم داشت:



$$q_f = +12nC$$

$$E = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-9}}{(30 \times \sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 50 \frac{N}{C}$$

$$E_T = 8E\sqrt{2} = 8 \times 50\sqrt{2} = 400\sqrt{2} \frac{N}{C}$$

فیزیک

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیرواحد یادگیری

محاسبه میدان چند بار در یک نقطه (میدانها در یک امتداد نباشند)

حیطه شناختی

پیشرفته

۴۸. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد خطوط میدان الکتریکی درست است؟

- (a) تجسم واقعی خطوط میدان در فضاست، بنابراین طرحی سه‌بعدی دارد.
- (b) میدان الکتریکی در هر نقطه بر خطوط میدان عمود است.
- (c) ممکن است خطوط میدان در برخی از نقاط یکدیگر را قطع کنند.

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴ صفر

پاسخ

۱

میدانید

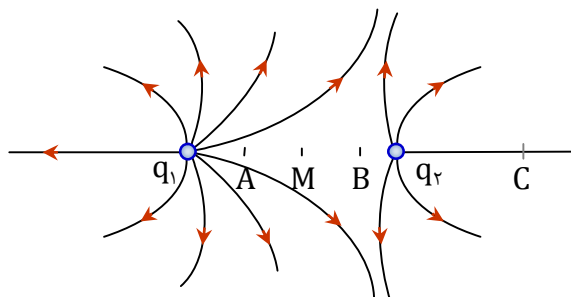
قاعده‌های رسم خطوط میدان عبارتند از:

- ۱- در هر نقطه، بردار میدان الکتریکی باید مماس بر خط میدان عبوری از آن نقطه و در همان جهت باشد.
 - ۲- میزان تراکم خطوط میدان در هر نقطه از فضا نشان‌دهنده اندازه میدان در آن ناحیه است.
 - ۳- در آرایشی از بارها، خطوط میدان الکتریکی از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند.
 - ۴- خطوط میدان، هرگز یکدیگر را قطع نمی‌کنند.
 - ۵- تجسم واقعی خطوط میدان در فضاست و طرحی سه‌بعدی دارد.
- به این ترتیب، عبارت a درست و عبارت‌های b و c نادرست هستند.

فیلم پاسخ



۴۹. خطوط میدان الکتریکی دو ذره باردار q_1 و q_2 مطابق شکل زیر است و نقطه M وسط دو ذره قرار دارد. در کدام یک از نقاط زیر، ممکن است اندازه میدان برایند دو بار صفر باشد؟



- A ①
B ②
C ③
M ④

پاسخ

۲. با توجه به خطوط میدان، روشن می‌شود که هر دو بار مثبت و $|q_1| > |q_2|$ است، در نتیجه میدان روی خط واصل دو بار در نقطه‌ای نزدیک بار کوچک‌تر (q_2) صفر می‌شود. بنابراین در نقطه B ممکن است میدان صفر بشود.

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیر واحد یادگیری

خطوط میدان الکتریکی

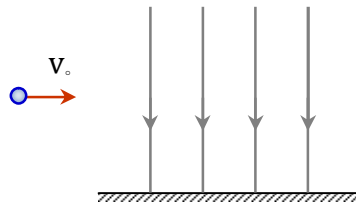
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۰ ذره‌ای به جرم 50 mg (میلی گرم) با تندی v_0 موازی سطح زمین وارد میدان الکتریکی یکنواختی با اندازه $2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ می‌شود که عمود بر سطح زمین و به سمت پایین است. بار این ذره چند نانوکولن باشد تا ذره بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۱ $+2/5$

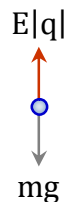
۲ $-2/5$

۳ $+5$

۴ -5

پاسخ

۲ به ذره دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. برای اینکه ذره منحرف نشود، باید این دو نیرو یکدیگر را خنثی کنند:



$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^5 \times |q| = 50 \times 10^{-6} \times 10$$

$$\Rightarrow |q| = 25 \times 10^{-11} \text{ C} = 2/5 \text{ nC}$$

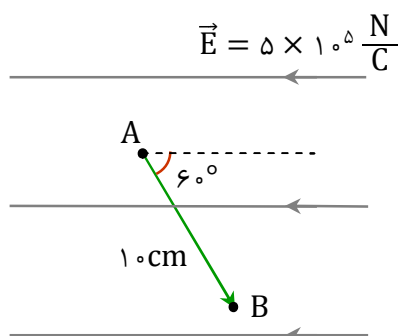
از طرفی، با توجه به اینکه جهت نیروی الکتریکی خلاف جهت میدان است، پس بار ذره منفی است:

$$q = -2/5 \text{ nC}$$

فیلم پاسخ



۵۱ ذره باردار q درون میدان یکنواخت E از نقطه A تا B جابه‌جا شده است. اگر کار نیروی الکتریکی در این جابه‌جایی $-۰/۶$ باشد، بار q چند میکروکولن است؟ ($\cos 60^\circ = ۰/۵$)



۴۸ ①

-۴۸ ②

۲۴ ③

-۲۴ ④

پاسخ

۳ با توجه به رابطه $W = E|q|\overline{AB}\cos\theta$ و اینکه کار نیروی الکتریکی منفی است، پس زاویه نیروی الکتریکی و جابه‌جایی منفی است، در نتیجه علامت بار ذره مثبت است. از طرفی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} W &= |q| \times E \times \overline{AB} \times \cos\theta \\ \Rightarrow -۰/۶ &= |q| \times ۵ \times ۱۰^۵ \times ۰/۱ \times -۰/۵ \\ \Rightarrow |q| &= ۲/۴ \times ۱۰^{-۵} C = ۲۴ \mu C \\ \Rightarrow q &= +۲۴ \mu C \end{aligned}$$

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

انرژی پتانسیل الکتریکی / پتانسیل الکتریکی / میدان الکتریکی در داخل رساناها

زیرواحد یادگیری

کار نیروی میدان و مفهوم انرژی پتانسیل الکتریکی / اختلاف پتانسیل الکتریکی و پتانسیل الکتریکی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۲ بار الکتریکی q را در یک میدان الکتریکی از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌کنیم. انرژی جنبشی آن در نقطه A برابر 20 mJ و تندی آن در نقطه B ، $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ بیشتر از تندی آن در نقطه A است. اگر در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی آن 10 mJ افزایش یافته و کار نیروی خارجی $50 \text{ mJ} +$ باشد، تندی اولیه ذره (در نقطه A) چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲۰

۲) ۴۰

۳) $20(\sqrt{3} - 1)$

۴) $20(\sqrt{3} + 1)$

پاسخ

۴

میدانید

طبق قضیه کار-انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_t = W_E + W_{\text{خارجی}} = \Delta K$$

$$W_E = -\Delta U$$

بنابراین با توجه به قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{خارجی}} + W_E &= \Delta K \\ W_E &= -\Delta U = -10 \text{ mJ} \end{aligned} \right\} \Rightarrow +50 - 10 = K_f - 20$$

$$\Rightarrow K_f = 60 \text{ mJ}$$

از طرفی، در مورد نسبت دو انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\frac{K_f}{K_i} = \left(\frac{v_f}{v_i}\right)^2 \Rightarrow \frac{60}{20} = \left(\frac{v_1 + 40}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{v_1 + 40}{v_1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}v_1 - v_1 = 40 \Rightarrow v_1 = \frac{40}{\sqrt{3}-1} = 20(\sqrt{3} + 1) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

انرژی پتانسیل الکتریکی / پتانسیل الکتریکی / میدان الکتریکی در داخل رساناها

زیرواحد یادگیری

کار نیروی میدان و مفهوم انرژی پتانسیل الکتریکی / اختلاف پتانسیل الکتریکی و پتانسیل الکتریکی

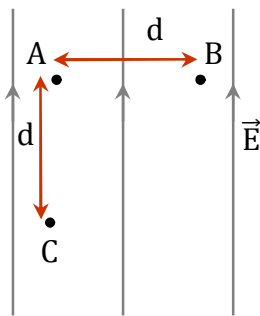
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۳ مطابق شکل، سه نقطه A، B و C درون میدان الکتریکی یکنواخت E قرار دارند. کدام یک از روابط زیر درست است؟



۱) $V_A - V_B = Ed$

۲) $V_A - V_B = -Ed$

۳) $V_A - V_C = Ed$

۴) $V_A - V_C = -Ed$

پاسخ

۴

میدانید

اختلاف پتانسیل دو نقطه درون میدان الکتریکی یکنواخت از رابطه $|\Delta V| = Ed$ به دست می‌آید. از طرفی، اگر در جهت خطوط میدان حرکت کنیم، پتانسیل کاهش و اگر عمود بر خطوط میدان حرکت کنیم پتانسیل ثابت می‌ماند.

دو نقطه A و B هم‌پتانسیل هستند، پس $V_A - V_B = 0$. در بین دو نقطه A و C پتانسیل C بیشتر از A است، پس حاصل $V_A - V_C = -Ed$ مقدار منفی است، بنابراین خواهد بود.

فیزیک

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

انرژی پتانسیل الکتریکی / پتانسیل الکتریکی

/ میدان الکتریکی در داخل رساناها

زیر واحد یادگیری

رابطه پتانسیل الکتریکی با میدان (رابطه

کیفی و کمی)

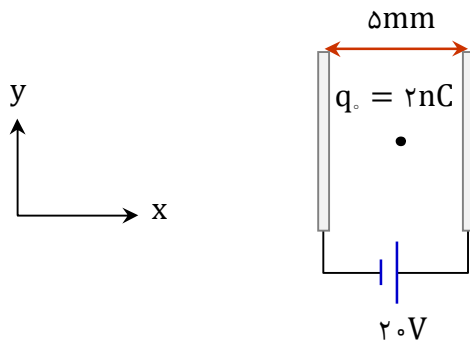
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۴ دو صفحه موازی به فاصله 5mm به یک باتری مطابق شکل وصل شده‌اند و بین صفحات میدان یکنواختی ایجاد شده است. اگر ذره‌ای با بار $q_0 = 2\text{nC}$ بین دو صفحه قرار گیرد، نیروی الکتریکی وارد بر آن برابر کدام گزینه است؟



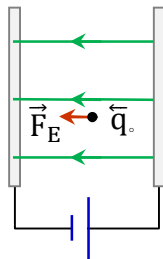
- ① $(8 \times 10^{-6}\text{N})\vec{i}$
 ② $-(8 \times 10^{-6}\text{N})\vec{i}$
 ③ $(4 \times 10^{-6}\text{N})\vec{i}$
 ④ $-(4 \times 10^{-6}\text{N})\vec{i}$

پاسخ

۲ اگر اندازه میدان بین دو صفحه E باشد، اندازه میدان برابر است با:

$$|\Delta V| = Ed \Rightarrow 20 = E \times 5 \times 10^{-3} \Rightarrow E = 4000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

با توجه به اینکه با حرکت در جهت میدان، پتانسیل کاهش می‌یابد، پس جهت میدان از راست به چپ است و با توجه به مثبت بودن بار q_0 ، جهت نیروی وارد بر ذره به سمت چپ خواهد بود.



$$F_E = E|q| \Rightarrow F = 4000 \times 2 \times 10^{-9} = 8 \times 10^{-6}\text{N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_E = -(8 \times 10^{-6}\text{N})\vec{i}$$

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

انرژی پتانسیل الکتریکی / پتانسیل الکتریکی

/ میدان الکتریکی در داخل رساناها

زیرواحد یادگیری

رابطه پتانسیل الکتریکی با میدان (رابطه

کیفی و کمی)

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۵ بار الکتریکی داده شده به یک جسم رسانا در سطح آن توزیع می‌شود و پس از رسیدن به تعادل الکترواستاتیکی، میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر

- ① خارجی - می‌شود
- ② خارجی - نمی‌شود
- ③ داخلی - می‌شود
- ④ داخلی - نمی‌شود

پاسخ

① آزمایش فاراده نشان می‌دهد که بار اضافه داده شده به یک رسانا، روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود و در شرایط تعادل الکترواستاتیکی، میدان الکتریکی در داخل رسانا صفر می‌شود.

فیزیک

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

انرژی پتانسیل الکتریکی / پتانسیل الکتریکی

/ میدان الکتریکی در داخل رساناها

زیرواحد یادگیری

توزیع بار الکتریکی در رساناها / جسم رسانا

در میدان الکتریکی / چگالی سطحی بار

الکتریکی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۶. بزرگ‌ترین چالش استفاده از فلز طلا چیست؟

- ۱) استخراج آن پسماند بسیار زیادی تولید می‌کند.
- ۲) نرم بودن و چکش‌خواری آن
- ۳) رسانایی الکتریکی بالا و حفظ آن در شرایط دمایی گوناگون
- ۴) واکنش ندادن آن با گازهای موجود در هواکره

پاسخ

۱

میدانید

چون مقدار طلا در معادن بسیار کم است، استخراج آن پسماند بسیار زیادی تولید می‌کند که این امر آثار زیان‌بار زیست محیطی زیادی به همراه دارد. سایر گزینه‌ها از ویژگی‌های مثبت طلاست نه چالش استفاده از آن.

فیلم پاسخ



۵۷ کدام مطلب نادرست است؟

- ① هرگاه مقدار گاز متان در هوای معدن به بیش از ۵ درصد برسد، احتمال انفجار آن وجود خواهد داشت.
- ② حدود ۶۶ درصد سوخت از طریق خطوط لوله به مراکز توزیع و استفاده آن انتقال می‌یابد.
- ③ درصد بنزین و خوراک پتروشیمی در نفت برنت دریای شمال بیشتر از درصد نفت کوره در این نوع نفت است.
- ④ هنگام سوختن زغال سنگ، فراورده‌هایی ایجاد می‌شود که در ساختار همه آن‌ها اتم اکسیژن وجود دارد.

پاسخ

۳

میدانید

درصد بنزین و خوراک پتروشیمی در نفت برنت دریای شمال نسبت به سایر انواع نفت‌ها بیشتر است ولی در خود این نوع نفت درصد بنزین و خوراک پتروشیمی ۲۳٪ و درصد نفت کوره ۳۸٪ است.

میدانید

وقتی زغال سنگ می‌سوزد، بخار آب (H_2O)، کربن مونوکسید (CO)، کربن دی‌اکسید (CO_2)، نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) و گوگرد دی‌اکسید (SO_2) تولید می‌شود که همه آن‌ها دارای اتم اکسیژن در ساختار خود هستند.

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

آلکن‌ها / آلکین‌ها / هیدروکربن‌های حلقوی

/ نفت، ماده‌ای که اقتصاد جهان را دگرگون

ساخت

زیرواحد یادگیری

نفت و اقتصاد جهان

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

جریان فلز بین محیط زیست و جامعه / چرخه عمر

۵۸ در ارزیابی چرخه عمر پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی، چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) در مرحله تولید پاکت کاغذی، آب به مقدار زیاد و برخی مواد شیمیایی مضر برای محیط زیست مصرف می‌شود؛ در حالی که در تولید کیسه پلاستیکی، انرژی زیادی مصرف می‌شود.

ب) در مرحله توزیع و مصرف، حمل و نقل ماده خام در پاکت کاغذی و کیسه پلاستیکی سبب آلودگی هوا می‌شود.

پ) بر اثر دفن کردن پاکت کاغذی، کاغذ تجزیه شده و باعث تولید متان و آلودگی هوا می‌شود. در حالی که دفن کردن کیسه پلاستیکی به دلیل تجزیه نشدن آن، سبب آلودگی خاک می‌شود.

ت) در مرحله بازیافت، حمل و نقل پسماندهای کاغذی سبب آلودگی هوا می‌شود؛ همچنین حمل و نقل پسماندهای پلاستیکی و ذوب کردن آنها باعث مصرف انرژی و آلودگی هوا می‌شود.

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

پاسخ

۴ همه موارد درست هستند.

بدانید

ارزیابی چرخه عمر این دو ماده نشان می‌دهد که کیسه‌های پلاستیکی به دلیل ماندگار بودن زیان بیشتری به طبیعت می‌رسانند.

فیلم پاسخ



۶۰ کدام گزینه نادرست است؟ (عنصرهای تناوب هفتم را در نظر بگیرید.)

- ① عنصرهای گروه ۱۴ همگی رسانای الکتریکی هستند.
- ② سدیم و سیلیسیم مانند هم سطح صیقلی دارند.
- ③ در عنصرهای گروه ۱۴ و عنصرهای دوره سوم، در مجموع ۵ عنصر توانایی تشکیل کاتیون دارند.
- ④ از ژرمانیم می‌توانیم سیم‌های بسیار نازک تهیه کنیم.

پاسخ

۴

میدانید

در گروه چهاردهم کربن نافلز است که تنها نافلز رسانای جریان برق است. Si و Ge شبه‌فلز و Sn و Pb نیز فلز هستند. شبه‌فلزها و فلزها هم رسانا هستند.

میدانید

شبه‌فلزها همانند فلزها جلای فلزی دارند. سدیم فلز و سیلیسیم شبه‌فلز است. در گروه چهاردهم Sn و Pb و در دوره سوم Na، Mg و Al (در مجموع ۵ عنصر) فلز هستند و در واکنش کاتیون تشکیل می‌دهند.

میدانید

ژرمانیم یک شبه‌فلز است که بر اثر ضربه خرد می‌شود؛ چکش‌خوار و شکل‌پذیر نیست.

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

مقدمه / الگوها و روندها در رفتار مواد و عنصرها / رفتار عنصرها و شعاع اتم / دنیایی رنگی با عنصرهای دسته d

زیرواحد یادگیری

عنصرهای گروه ۱۴ و عنصرهای دوره ۳ و خواص آنها

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۱ در مورد عنصرهای گروه‌های ۱، ۲ و ۱۷ چند عبارت نادرست است؟

الف) هالوژن‌ها در هر تناوب فعال‌ترین نافلز هستند (به‌جز تناوب اول).

ب) شدت واکنش پتاسیم با آب از شدت واکنش کلسیم با آب بیش‌تر است.

پ) هالوژن‌ها هنگام واکنش با فلزها یون پایدار یک بار منفی (یون هالید) تشکیل می‌دهند.

ت) رنگ شعله حاصل از واکنش فلز سدیم با گاز کلر، قرمز است.

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

پاسخ

۱

میدانید

در هر تناوب کوچک‌ترین شعاع را هالوژن‌ها دارند و فعال‌ترین نافلز هستند. (در تناوب اول هالوژن وجود ندارد).

میدانید

در یک دوره، شعاع فلز قلیایی بزرگ‌تر از شعاع فلز قلیایی خاکی همان دوره است، پس فلزهایی قوی‌تر هستند.

میدانید

هالوژن‌ها یک ستون تا گاز نجیب فاصله دارند، پس یون یک بار منفی تشکیل می‌دهند.

فقط عبارت «ت» نادرست است. رنگ شعله فلز سدیم و ترکیب‌های آن، زرد است.

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

مقدمه / الگوها و روندها در رفتار مواد و عنصرها / رفتار عنصرها و شعاع اتم / دنیایی رنگی با عنصرهای دسته d

زیرواحد یادگیری

ویژگی‌های فلزهای گروه II، او هالوژن‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۲ اگر عنصر X بتواند در ترکیب‌هایش هم یون X^{2+} و هم یون X^{3+} تشکیل دهد، X می‌تواند چند عنصر از عنصرهای زیر باشد؟
($_{27}\text{Co}$, $_{26}\text{Fe}$, $_{24}\text{Cr}$, $_{29}\text{Cu}$, $_{30}\text{Zn}$, $_{23}\text{V}$)

۱ ۲

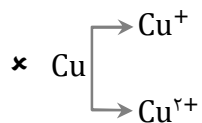
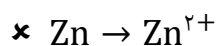
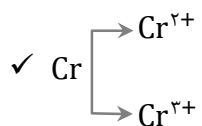
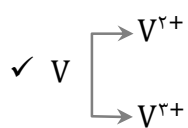
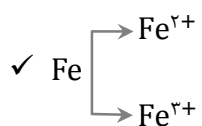
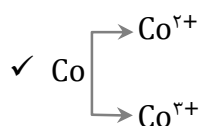
۲ ۳

۳ ۴

۴ ۵

۳

پاسخ



فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

مقدمه / الگوها و روندها در رفتار مواد و

عنصرها / رفتار عنصرها و شعاع اتم / دنیایی

رنگی با عنصرهای دسته d

زیرواحد یادگیری

عنصرهای دسته d و خواص آنها

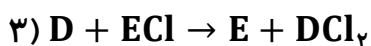
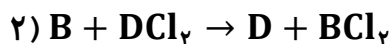
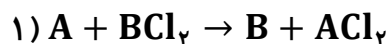
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۳ با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب نادرست است؟

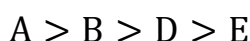


① B می‌تواند E را از ترکیباتش خارج کند.

② A و B به ترتیب می‌توانند یک فلز قلیایی و قلیایی خاکی باشند.

③ D نمی‌تواند A را از ترکیباتش خارج کند.

④ ترتیب واکنش‌پذیری این چهار عنصر به صورت زیر است:

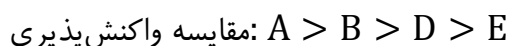


پاسخ

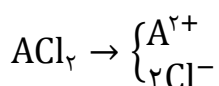
۲

میدانید

هر عنصر که بتواند عنصر دیگر را از ترکیباتش خارج کند، فعال‌تر (واکنش‌پذیرتر) است، پس ترتیب واکنش‌پذیری عناصرها به صورت زیر است:



گزینه «۲» نادرست است، چون یون پایدار فلزهای قلیایی، A^+ است نه A^{2+}



فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

عناصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

زیرواحد یادگیری

شناسایی یون‌های فلزی در یک نمونه / مقایسه واکنش‌پذیری فلزات

حیطه شناختی

پیشرفته

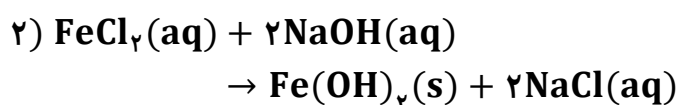
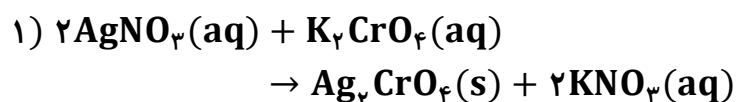
فیلم پاسخ



عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

شناسایی یون‌های فلزی در یک نمونه / مقایسه واکنش‌پذیری فلزات

۶۴ در دو آزمایش جداگانه ابتدا مقداری محلول نقره نیترات و محلول پتاسیم کرومات را به هم اضافه می‌کنیم که رسوب نارنجی رنگ نقره کرومات ایجاد می‌شود. در آزمایش دوم مقداری محلول آهن (II) کلرید و محلول سود را به هم اضافه می‌کنیم که رسوب سبز رنگ آهن (II) هیدروکسید ایجاد می‌شود. با توجه به آن چند مورد از مطالب زیر درست است؟



(آ) برای شناسایی یون نقره از یون کرومات استفاده می‌کنیم.
(ب) در آزمایش اول فقط یون نیترات یون ناظر و تماشاجی است و در واکنش شرکت نمی‌کند.
(پ) برای شناسایی یون هیدروکسید می‌توانیم از یون آهن (II) استفاده کنیم.
(ت) در آزمایش دوم مقدار و علامت یون سدیم و یون کلرید در محلول تغییر نمی‌کند.

۱ ①

۲ ②

۳ ③

۴ ④

۳

بدانید

برای شناسایی هر یون از یون با بار مخالف آن استفاده می‌کنیم به طوری که با آن رسوب تولید کند.
به این ترتیب عبارت‌های آ و پ درست هستند.

فیلم پاسخ



عبارت «ت» هم درست است چون یون‌های آهن (II) و هیدروکسید از محلول به شکل رسوب خارج می‌شوند و فقط یون‌های Na^+ و Cl^- در محلول باقی می‌مانند.

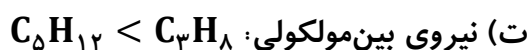
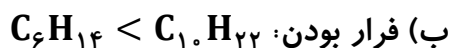
فقط عبارت «ب» نادرست است. چون یون نیترات و یون پتاسیم یون ناظر هستند.

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

شناسایی یون‌های فلزی در یک نمونه / مقایسه واکنش‌پذیری فلزات

۶۵ در کدام موارد، ویژگی آلکان‌ها (در شرایط یکسان) به درستی مقایسه شده‌اند؟



۱) ب و پ

۲) الف و ب

۳) پ و ت

۴) الف و پ

پاسخ

۴

میدانید

هر چه تعداد اتم‌های کربن در یک هیدروکربن بیشتر باشد، جرم مولکولی آن بیشتر است و نیروی بین مولکولی قوی‌تر دارد، پس نقطه جوش آن بالاتر، میزان فرار بودن آن کمتر و چسبندگی آن بیشتر است.

بررسی مقایسه‌های نادرست:

ب) شمار اتم‌های کربن $C_{10}H_{22}$ بیشتر است در نتیجه نیروی بین مولکولی آن بیشتر و در نتیجه فراریت آن کمتر است.

ت) شمار اتم‌های کربن C_5H_{12} بیشتر است، در نتیجه نیروی بین مولکولی آن بیشتر است.

فیلم پاسخ



۶۶ در مورد هیدروکربن‌های حلقوی و هیدروکربن‌های راست‌زنجیر با یک پیوند سه‌گانه، چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) سرگروه ترکیبات آروماتیک، همانند آلکین‌ها، سیرنشده است.

ب) تعداد اتم‌های هیدروژن نفتالن و چهارمین عضو خانواده آلکین‌ها برابر است.

پ) هر مول بنزن با ۳ مول گاز هیدروژن سیر شده و تبدیل به سیکلوهگزان می‌شود.

ت) درصد جرمی هیدروژن در سیکلوهگزان ۱۴/۲۸٪ است.

۱ ①

۲ ②

۳ ③

۴ ④

پاسخ

۴ همه عبارت‌ها درست هستند.

میدانید

سرگروه ترکیبات آروماتیک بنزن با ساختار زیر است.



عبارت الف) بنزن سیرنشده است. آلکین‌ها هم به دلیل وجود پیوند سه‌گانه سیرنشده هستند.

بدانید

فرمول عمومی آلکین‌ها C_nH_{2n-2} است که حداقل n در آن‌ها برابر ۲ است. ($n \geq 2$)

عبارت ب) چهارمین عضو آلکین‌ها C_5H_8 است و فرمول مولکولی نفتالن هم $C_{10}H_8$ است، بنابراین شمار اتم‌های هیدروژن برابری دارند.

بدانید

هر مول پیوند دوگانه با یک مول گاز هیدروژن سیر می‌شود.

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

آلکین‌ها / آلکین‌ها / هیدروکربن‌های حلقوی
/ نفت، ماده‌ای که اقتصاد جهان را دگرگون ساخت

زیرواحد یادگیری

هیدروکربن‌های حلقوی

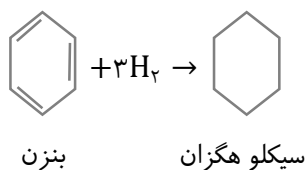
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



عبارت پ) بنزن دارای ۳ پیوند دوگانه است بنابراین هر مول آن با ۳ مول گاز هیدروژن سیر می‌شود.



بدانید

فرمول عمومی سیکلو آلکان‌ها C_nH_{2n} است. ($n \geq 3$)
عبارت ت) فرمول مولکولی سیکلو هگزان C_6H_{12} است بنابراین درصد جرمی هیدروژن در آن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی H} = \frac{12 \times 1}{(6 \times 12 + 12 \times 1)} \times 100 = 14/28\%$$

نکته

در سیکلو آلکان‌ها با تغییر شمار اتم‌های کربن، درصد جرمی هیدروژن تغییری نمی‌کند و نسبت آن همیشه برابر است.

$$\text{درصد جرمی هیدروژن} = \frac{2n}{14n} \times 100 = 14/28\%$$

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

آلکن‌ها / آلکین‌ها / هیدروکربن‌های حلقوی / نفت، ماده‌ای که اقتصاد جهان را دگرگون ساخت

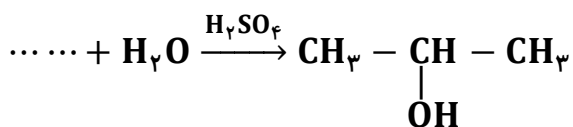
زیرواحد یادگیری

هیدروکربن‌های حلقوی

حیطه شناختی

پیشرفته

۶۷ با توجه به واکنش زیر در مورد مادهٔ اولیه کدام گزینه درست است؟



① یک ترکیب سیر شده است.

② نام آن پروپن است.

③ ۱۰ پیوند کووالانسی در ساختار این ترکیب وجود دارد.

④ این ترکیب فقط توانایی واکنش با آب را دارد.

پاسخ

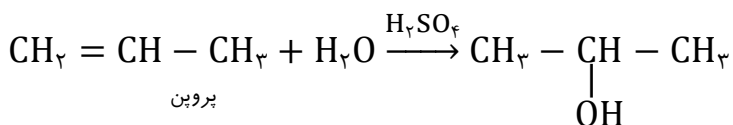
۲

میدانید

ترکیبات سیر شده مانند آلکان‌ها در واکنش‌های بسیار کمی شرکت می‌کنند. (مثل واکنش‌های سوختن)

گزینهٔ «۱» نادرست؛ یک ترکیب سیر نشده است.

گزینهٔ «۲» درست؛



بدانید

تعداد پیوندهای کووالانسی در آلکن‌ها از فرمول $3n$ به دست می‌آید. (n شمار اتم‌های کربن آلکن است.)

گزینهٔ «۳» نادرست؛

$$\text{شمار پیوندهای کووالانسی} = 3n = 3 \times 3 = 9$$

گزینهٔ «۴» نادرست؛ آلکن‌ها واکنش‌پذیر هستند چون سیر نشده هستند و با خیلی از مواد واکنش می‌دهند.

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

آلکن‌ها / آلکین‌ها / هیدروکربن‌های حلقوی

/ نفت، ماده‌ای که اقتصاد جهان را دگرگون

ساخت

زیر واحد یادگیری

آلکن‌ها و نامگذاری آنها

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۸ در یک آلکان نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به تعداد اتم‌های کربن برابر $2/5$ است. نام ساختاری از آن که دارای یک شاخه متیل است، در کدام گزینه آمده است؟

① - ۲ متیل پنتان

② متیل بوتان

③ - ۳ متیل هگزان

④ متیل پروپان

پاسخ

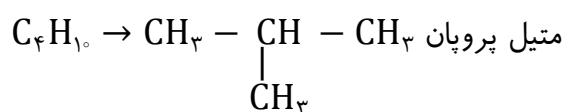
۴

میدانید

فرمول عمومی آلکان‌ها C_nH_{2n+2} است.

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های H}}{\text{تعداد اتم‌های C}} = \frac{2n+2}{n} = 2/5 \Rightarrow 2/5n = 2n + 2$$

$$\Rightarrow 0/5n = 2 \Rightarrow n = 4$$



بدانید

چون فقط یک موقعیت برای گروه متیل روی زنجیر اصلی وجود دارد، لازم نیست عدد ۲ برای نشان دادن موقعیت شاخه ذکر شود.

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

نفت / کربن / آلکان‌ها / نامگذاری آلکان‌ها

زیرواحد یادگیری

آلکان‌ها و نامگذاری آنها

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۹ از تجزیه ۸۰g پتاسیم کلرات ناخالص ۵ لیتر گاز تولید می‌شود؛ اگر بازده درصدی واکنش ۶۰٪ باشد، درصد خلوص پتاسیم کلرات کدام است؟ (در شرایط واکنش حجم مولی گازها ۲۰ L است)

(KClO₃: ۱۲۲/۵ g. mol⁻¹)



(معادله موازنه نیست)

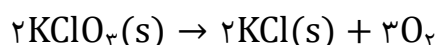
۱ ۴۲/۵

۲ ۵۸/۲

۳ ۴۷/۳

۴ ۵۹/۱

پاسخ



$$\begin{aligned} 5\text{L O}_2(\text{عملی}) \times \frac{100 \text{ نظری}}{60 \text{ عملی}} \times \frac{1 \text{mol O}_2}{20 \text{L O}_2} \times \frac{2 \text{mol KClO}_3}{3 \text{mol O}_2} \\ \times \frac{122/5 \text{g KClO}_3}{1 \text{mol KClO}_3} = 34/02 \text{g} \end{aligned}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{34/02}{80} \times 100 = 42/5\%$$

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

زیر واحد یادگیری

درصد خلوص و بازده درصدی در استوکیومتری

حیطه شناختی

پیشرفته

۱

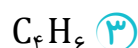
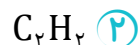
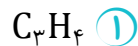
فیلم پاسخ



۷۰. از سوختن کامل ۲۰۰ گرم از یک آلکین با خلوص ۲۶ درصد،

۳۶ گرم آب تولید می‌شود؛ فرمول مولکولی این آلکین کدام است؟

($H = 1, C = 12, O = 16; g. mol^{-1}$)



پاسخ

۲

بدانید

جرم مولی عمومی آلکین‌ها $(14n - 2)g$ است.

میدانید

فرمول عمومی آلکین‌ها به شکل C_nH_{2n-2} است و از سوختن کامل هر مول آن $(n - 1)$ مول آب تولید می‌شود.

$$36g H_2O = 200g \text{ آلکین} \times \frac{26}{100} \times \frac{1 \text{ mol آلکین}}{(14n-2)g \text{ آلکین}}$$

$$\times \frac{(n-1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol آلکین}} \times \frac{18g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{2 \times 26 \times (n-1)}{14n-2} \Rightarrow 26n - 26 = 14n - 2$$

$$(26 - 14)n = 24$$

$$n = 2 \Rightarrow C_2H_2 \text{ اتیلن}$$

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

آلکن‌ها / آلکین‌ها / هیدروکربن‌های حلقوی

/ نفت، ماده‌ای که اقتصاد جهان را دگرگون

ساخت

زیرواحد یادگیری

آلکین‌ها

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ

