



سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

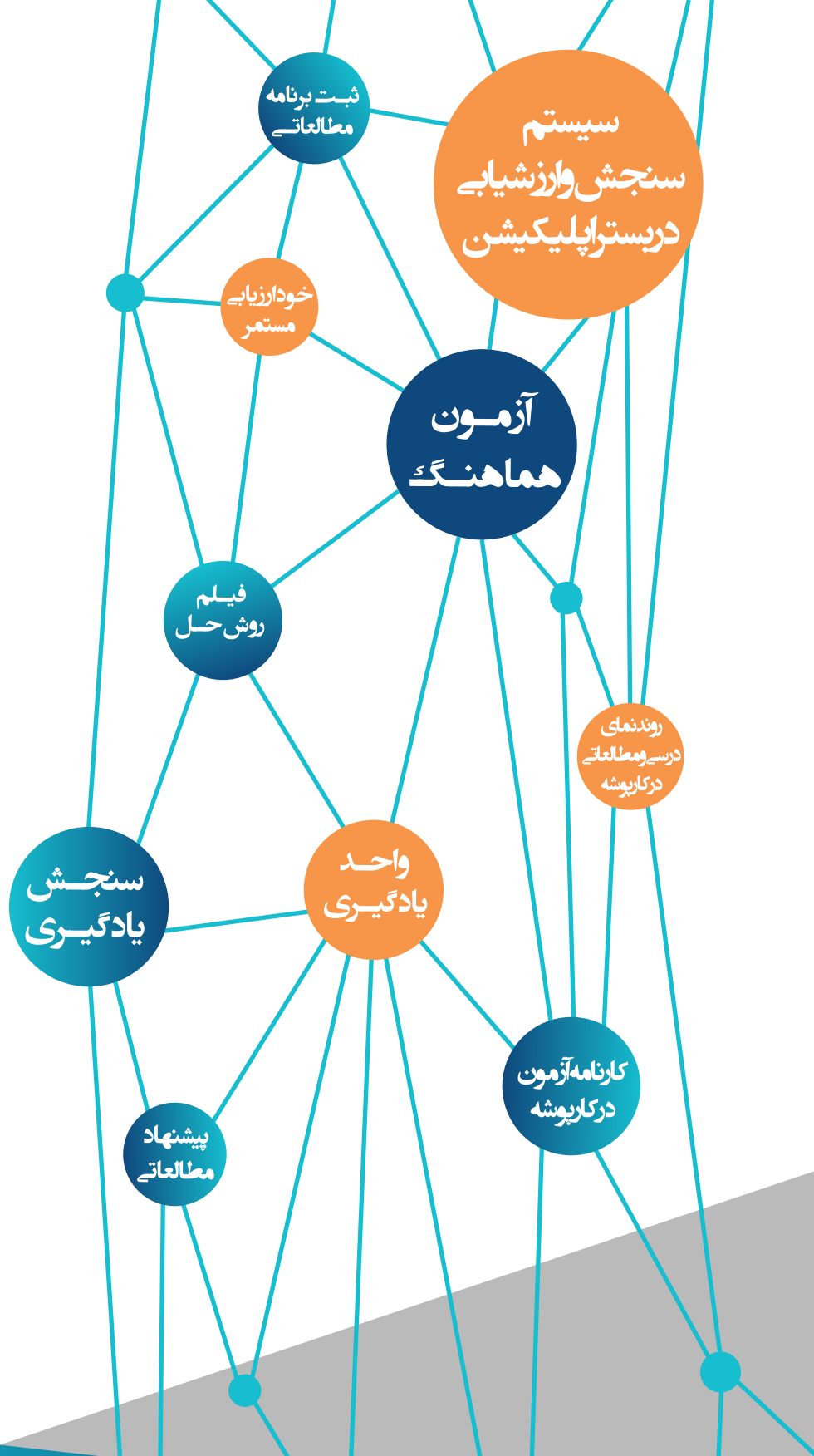
آزمون

هماهنگ

شماره

۲

دفترچه سوال و پاسخ
دوازدهم ریاضی



ردیف	مواد آزمون	تعداد سوال	محتوای آزمون دوازدهم	محتوای آزمون دهم و یازدهم
۱	حسابان	۲۰	فصل های ۱ و ۲	ریاضی ۱: فصل های ۲ و ۷ حسابان ۱: فصل ۴
۲	هندسه	۱۰	فصل ۱	هندسه ۱: فصل های ۳ و ۴
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	فصل ۱	آمار و احتمال: فصل ۲
۴	فیزیک	۳۵	فصل های ۱ و ۲	فیزیک ۱: فصل های ۳ و ۵
۵	شیمی	۳۰	فصل ۱ و فصل ۲ (تا ابتدای واکنش های شیمیایی و سفر هدایت شده الکترون ها)	شیمی ۱: فصل ۲ (از ابتدای واکنش های شیمیایی و قانون پایستگی جرم تا پایان فصل) و فصل ۳

درس خواندن هدفمند



با اپلیکیشن مرآت
meraati.ir



کیفیت بخشی آموزش مدرسه

فصل
فصل ۱: تابع

واحد یادگیری

درس ۱: تبدیل نمودار توابع

زیر واحد یادگیری

تبدیل نمودار تابع

حیطه شناختی

مقدماتی

۱. تابع $f(x) = \sqrt{x+2}$ را ابتدا در راستای محور x ها، $\frac{1}{4}$ برابرکرده و سپس یک واحد به راست برده و نسبت به محور x ها و y ها قرینه کرده ایم. ضابطه تابع جدید کدام است؟

۱ $y = -\sqrt{-2x+4}$

۲ $y = -\sqrt{-2x}$

۳ $y = \sqrt{2x-4}$

۴ $y = -\sqrt{-2x+1}$

پاسخ

۲ ابتدا به جای x ، $2x$ قرار داده و سپس به جای x ، $x-1$ قرارمی دهیم و به جای x ، $-x$ و بعد کلاً تابع را در منفی ضرب می کنیم.

$$\sqrt{x+2} \xrightarrow{x \rightarrow 2x} \sqrt{2x+2} \xrightarrow{x \rightarrow x-1} \sqrt{2(x-1)+2}$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow -x} \sqrt{-2x} \xrightarrow{\times(-1)} -\sqrt{-2x}$$

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۱: تابعواحد یادگیری
درس ۱: تبدیل نمودار توابعزیر واحد یادگیری
تبدیل نمودار تابعحیطه شناختی
پیشرفته

۲. اگر دامنه تابع $y_1 = \frac{1}{4}f(2x-1) + 5$ به صورت $[\alpha, \beta]$ و دامنه تابع $y_2 = -f(\frac{x-1}{3}) - 2$ به صورت $[-2, 1]$ باشد، $\alpha - \beta$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$
② $-\frac{1}{2}$
③ ۱
④ -۱

پاسخ

۲ می‌دانید، محدوده ورودی تابع f با تغییرات خطی آن همواره ثابت است.

ورودی تابع y_1 :

$$\alpha \leq x \leq \beta \Rightarrow 2\alpha - 1 \leq 2x - 1 \leq 2\beta - 1$$

ورودی تابع y_2 :

$$-2 \leq x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{x-1}{3} \leq 0$$

محدوده ورودی‌ها باید یکسان باشند و داریم:

$$2\alpha - 1 = -1, 2\beta - 1 = 0$$

$$\alpha = 0, \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha - \beta = -\frac{1}{2}$$

فیلم پاسخ



۳ اگر تابع $f(x) = (a^2 - 4)x^3 + 3a - 1$ اکیداً نزولی باشد،
 a چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد؟

۱ ①

۲ ②

۳ ③

۵ ④

پاسخ

۳ می‌دانیم تابع x^3 اکیداً صعودی است، پس باید ضریب x^3 در
 آن منفی باشد تا $f(x)$ اکیداً نزولی شود:

$$a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2$$

پس مقادیر صحیح a می‌تواند $-1, 0, 1$ شود.

دقت کنید که $3a - 1$ که به $(a^2 - 4)x^3$ اضافه شده، تأثیری در
 یکنوایی آن ندارد.

فیلم پاسخ



۴. تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & x \geq 1 \\ 4x - 3a & x < 1 \end{cases}$ اکیداً صعودی است. اگر a عددی صحیح باشد، مقدار $f(-2)$ کدام است؟

① -۸

② -۱۰

③ -۱۲

④ -۱۴

پاسخ

۴ ابتدا باید ضابطه اول اکیداً صعودی باشد، پس رأس سهمی نباید در فاصله $x \geq 1$ قرار گیرد و داریم:

$$\frac{a}{2} = \text{طول رأس سهمی} \Rightarrow a \leq 2$$

ضابطه دوم اکیداً صعودی است اما در دو طرف نقطه مرزی $x = 1$ نیز باید تابع اکیداً صعودی باشد. یعنی:

$$4 - 3a \leq 1 - a \Rightarrow \frac{3}{2} \leq a$$

پس $\frac{3}{2} \leq a \leq 2$ و در نتیجه تنها a صحیح برابر ۲ خواهد بود.

$$f(-2) = -8 - 6 = -14$$

فیلم پاسخ



۵ اگر تابع $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ بخش پذیر باشد، باقی مانده

تابع $2 + f^2\left(\frac{x}{2}\right) + xf(x)$ بر $x - 2$ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ

۳ با توجه به قضیه تقسیم، داریم:

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)q(x) + r$$

$$f(1) = 0, f(2) = 0$$

میدانید

باقی مانده تقسیم تابع $g(x)$ بر $x - a$ برابر است با $g(a)$.

باقی مانده تقسیم $2 + f^2\left(\frac{x}{2}\right) + xf(x)$ بر $x - 2$ برابر $g(2)$ است:

$$R = g(2) = 2f(2) + f^2(1) + 2 = 2$$

فیلم پاسخ



فصل ۲: مثلثات

واحد یادگیری

درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی)

زیرواحد یادگیری

دوره تناوب و نمودار توابع شامل سینوس و

کسینوس

حیطه شناختی

مقدماتی

۶ در تابع $f(x) = -2\cos(\pi x) + 1$ اگر مقادیر ماکزیمم و مینیمم و دوره تناوب تابع به ترتیب a ، b و c باشند، حاصل abc کدام است؟

① -۶

② ۶

③ ۳

④ -۳

پاسخ

۱

میدانید

$$\max(a\cos u + c) = |a| + c$$

$$\min(a\cos u + c) = -|a| + c$$

$$\max = |-2| + 1 = 3 = a$$

$$\min = -|-2| + 1 = -1 = b$$

$$c = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ دوره تناوب}$$

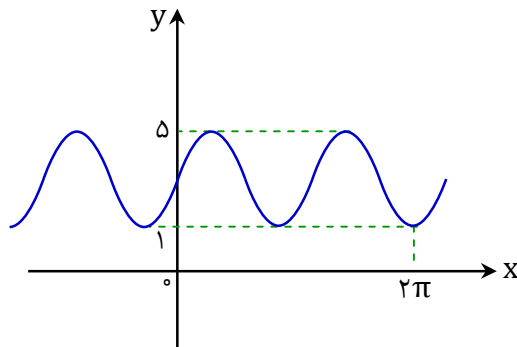
پس داریم:

$$abc = -6$$

فیلم پاسخ



۷. اگر نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ به صورت زیر باشد، حاصل $2ab + c$ کدام است؟



۱ -۴

۲ ۴

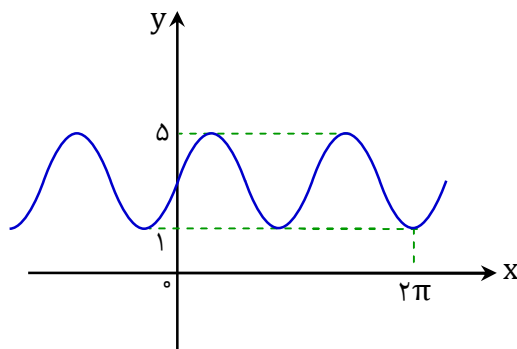
۳ ۱۰

۴ -۱۰

پاسخ

۳ ابتدا ضابطه تابع را ساده می کنیم:

$$f(u) = a \sin(bx) + c$$



با توجه به شکل داده شده، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \max &= |a| + c = 5 \\ \min &= -|a| + c = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow c = 3, |a| = 2$$

تابع مشابه $\sin x$ است، پس $a, b > 0$ اگر $a = 2$ فرض شود پس b مثبت خواهد بود:

2π نقطه مینیمم دوم تابع بعد از صفر است:

$$2 \sin(2\pi b) + 3 = 1$$

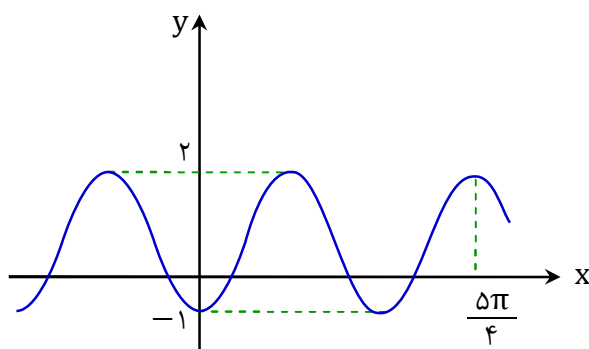
$$\Rightarrow \sin(2\pi b) = -1 \Rightarrow 2\pi b = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

فیلم پاسخ



$$2ab + c = 7 + 3 = 10$$

۸. نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx) + c$ به صورت زیر است. مقدار $f(\frac{5\pi}{36})$ کدام است؟



۱. $-\frac{1}{4}$

۲. $\frac{1}{4}$

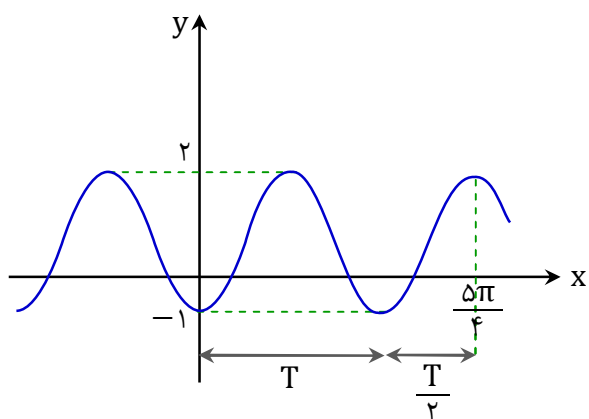
۳. $\frac{-3\sqrt{3}+2}{4}$

۴. $\frac{3\sqrt{3}-2}{4}$

پاسخ

۱

$$\left. \begin{array}{l} \max = |a| + c = 2 \\ \min = -|a| + c = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow |a| = \frac{3}{2}, c = \frac{1}{2}$$



با توجه به شکل، دوره تناوب را به دست می آوریم:

$$\frac{3T}{2} = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow T = \frac{5\pi}{6} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{12}{5}$$

نمودار برعکس $\cos x$ است، پس $a < 0$ و داریم: $a = -\frac{3}{2}$

$$f(x) = -\frac{3}{2} \cos\left(\frac{12}{5}x\right) + \frac{1}{2}$$

فصل

فصل ۲: مثلثات

واحد یادگیری

درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی)

زیرواحد یادگیری

دوره تناوب و نمودار توابع شامل سینوس و

کسینوس

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



$$\Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{36}\right) = -\frac{3}{2} \cos \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۹. تابع $f(x) = -3\tan(2x)$ در کدام بازه زیر اکیداً یکنوا نمی‌باشد؟

① $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$

② $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$

③ $(-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4})$

④ $(-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$

پاسخ

۴

میدانید

تابع $\tan u$ در بازه‌ای به صورت $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$ اکیداً یکنواست.

$$k\pi - \frac{\pi}{2} < 2x < k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{4} < x < \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$k = 1: (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ اکیداً نزولی

$k = 0: (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ اکیداً نزولی

$k = -1: (-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4})$ اکیداً نزولی

در گزینه «۴» در طرفین $\frac{\pi}{4}$ تابع غیر یکنوا خواهد بود.

فیلم پاسخ



۱۰. مجموع جواب‌های معادله $\sin(3x) = \frac{1}{2}$ در بازه $(-\pi, 0)$

کدام است؟

۱) $-\frac{\pi}{2}$

۲) $-\frac{4\pi}{3}$

۳) $-\frac{5\pi}{3}$

۴) $-\pi$

۴

$$\sin(3x) = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{18} \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{5\pi}{18} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

حال با عدد دادن به k ، جواب‌های در فاصله $(-\pi, 0)$ را به دست می‌آوریم:

$$-\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{18}, -\frac{2\pi}{3} + \frac{5\pi}{18}$$

$$\Rightarrow \text{جمع جواب‌ها} = -\frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = -\pi$$

پاسخ

فیلم پاسخ



۱۱. معادله $\cos 2x - \sin x = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

پاسخ

۳

میدانید

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\cos 2x - \sin x = 1 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x - \sin x = 1$$

$$\Rightarrow \sin x(2\sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس در فاصله $[0, 2\pi]$ دارای جواب‌های $0, \pi, 2\pi, \frac{7\pi}{6}, 2\pi - \frac{\pi}{6}$ خواهد بود.

فیلم پاسخ



۱۲. جواب کلی $\tan(6x) = \tan(2x)$ به کدام صورت است؟

$(k \in \mathbb{Z})$

① $\frac{k\pi}{4}$

② $\frac{k\pi}{2}$

③ $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

④ $k\pi + \frac{\pi}{2}$

پاسخ

۲

میدانید

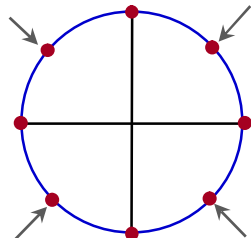
$$\tan x = \tan \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

$$\tan 6x = \tan 2x \Rightarrow 6x = k\pi + 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} \quad k \in \mathbb{Z}$$

اما باید دامنه معادله اولیه را چک کنیم.

نقاطی که با فلش مشخص شده‌اند، در دامنه معادله قرار نمی‌گیرند،

پس باید آنها را از دسته جواب حذف کنیم.



دسته جواب نهایی: $x = \frac{k\pi}{2}$

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۲: مثلثاتواحد یادگیری
درس ۲: معادلات مثلثاتیزیر واحد یادگیری
تانژانت مجموع دو زاویهحیطه شناختی
پیشرفته۱۳. اگر $\tan(\alpha + \beta) = 3$ و $\tan(2\alpha + \beta) = 2$ آن گاه $\tan\beta$

کدام است؟

① $\frac{11}{2}$

② ۶

③ $\frac{13}{2}$

④ ۷

پاسخ

۱

میدانید

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} \quad , \quad \tan(x-y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$$

$$\tan 2(\alpha + \beta) = \frac{2 \tan(\alpha + \beta)}{1 - \tan^2(\alpha + \beta)} = \frac{6}{1-9} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$\tan \beta = \tan(2(\alpha + \beta) - (2\alpha + \beta))$$

$$= \frac{\tan 2(\alpha + \beta) - \tan(2\alpha + \beta)}{1 + \tan 2(\alpha + \beta) \tan(2\alpha + \beta)}$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{-\frac{3}{4} - 2}{1 - \frac{3}{2}} = \frac{-\frac{11}{4}}{-\frac{1}{2}} = \frac{11}{2}$$

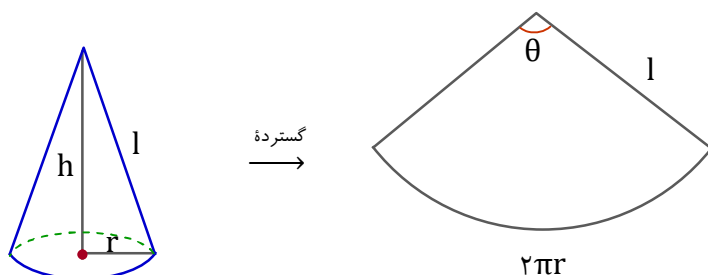
فیلم پاسخ



۱۴. اگر شعاع قاعده مخروطی ۸ واحد و ارتفاع آن ۶ واحد باشد، اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده این مخروط چند رادیان است؟

- ۱ $\frac{2\pi}{5}$
- ۲ $\frac{\pi}{3}$
- ۳ $\frac{4\pi}{3}$
- ۴ $\frac{8\pi}{5}$

۴



$$l^2 = h^2 + r^2 = 36 + 64 \Rightarrow l = 10$$

در شکل گسترده مخروط داریم:

$$\underbrace{2\pi r}_{\text{طول کمان}} = l \cdot \theta$$

طول کمان

$$\Rightarrow 2\pi \times 8 = 10 \cdot \theta \Rightarrow \theta = \frac{16\pi}{10} = \frac{8\pi}{5}$$

فیلم پاسخ



۱۵. اگر $\cot \alpha = 3$ آنگاه حاصل $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) - 2\cos(\pi + \alpha)}{-3\sin(3\pi + \alpha) - \cos(\frac{5\pi}{2} + \alpha)}$

کدام است؟

① $\frac{3}{4}$

② $\frac{1}{4}$

③ $-\frac{3}{4}$

④ $-\frac{1}{4}$

پاسخ

① با توجه به زوایای متمم و مکمل نسبت‌های مثلثاتی را ساده

می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) - 2\cos(\pi + \alpha)}{-3\sin(3\pi + \alpha) - \cos(\frac{5\pi}{2} + \alpha)} &= \frac{-\cos\alpha + 2\cos\alpha}{3\sin\alpha + \sin\alpha} = \frac{\cos\alpha}{4\sin\alpha} \\ &= \frac{1}{4} \cot\alpha = \frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

فیلم پاسخ



۱۶. معادله $|\sin x| = \cos x + 1$ در بازه $[-\pi, \pi]$ چند جواب دارد؟

۱ ①

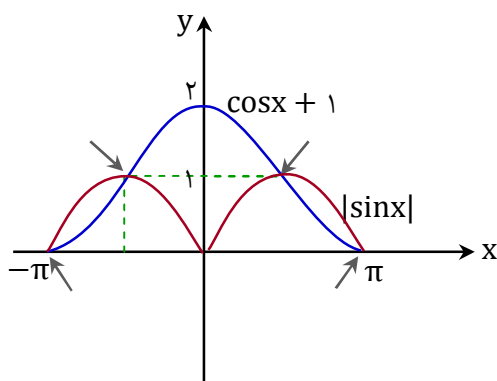
۲ ②

۳ ③

۴ ④

پاسخ

۴ نمودار طرفین تساوی را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و نقاط تقاطع را پیدا می‌کنیم:



با توجه به شکل می‌بینیم که در ۴ نقطه تقاطع دارند.

فیلم پاسخ



۱۷. اگر $\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$ و $\cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{4}$ آنگاه حاصل

$\sin \alpha \cdot \sin \beta$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{12}$
- ۲ $-\frac{1}{12}$
- ۳ $\frac{1}{24}$
- ۴ $-\frac{1}{24}$

پاسخ

۴

میدانید

$$\begin{cases} \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

با تفاضل دو رابطه فوق داریم:

$$\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = -2 \sin \alpha \sin \beta \Rightarrow \sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{24}$$

فیلم پاسخ



۱۸. اگر $1 \leq \sin \alpha < \frac{1}{4}$ آنگاه کدام عدد زیر نمی‌تواند

باشد؟

۱) ۰/۹

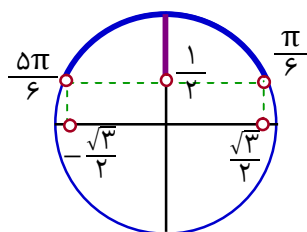
۲) ۰/۷

۳) ۰/۵

۴) ۰/۱

پاسخ

۱ دایره مثلثاتی را رسم می‌کنیم و روی محور سینوس‌ها محدوده سینوس را مشخص کرده و روی دایره تصویر می‌کنیم و محدوده α را به دست آورده و سپس مقادیر قابل قبول برای $\cos \alpha$ را تعیین می‌کنیم:



پس محدوده $\cos \alpha$ فاصله $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ خواهد بود، یعنی تقریباً $(-0/85, 0/85)$.

فیلم پاسخ



۱۹. اگر دو تاس را با هم بیندازیم، چقدر احتمال دارد که مجموع دو

تاس کمتر از ۱۱ باشد؟

- ① $\frac{11}{12}$
 ② $\frac{1}{12}$
 ③ $\frac{5}{36}$
 ④ $\frac{11}{36}$

پاسخ

۱ می‌دانیم مجموع دو تاس از ۲ تا ۱۲ می‌تواند باشد و چون تعداد حالت‌هایی که کمتر از ۱۱ است، زیاد است، می‌توان از پیشامد متمم استفاده کرد.

پیشامد مجموع کمتر از ۱۱: A

$A' = \{(5,6), (6,5), (6,6)\}$ = پیشامد مجموع بزرگ‌تر یا مساوی ۱۱: A'

$$P(A') = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A')$$

$$= 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

فیلم پاسخ



۲۰. از بین متغیرهای زیر، تعداد a تا کمی پیوسته و b تا کیفی

اسمی است. مقدار $b - a$ کدام است؟

«گروه خونی - تعداد فرزندان - میزان لذت بردن از نقاشی -

رنگ چشم - سرعت خودرو - وزن یک فرد»

۱) ۱ -

۲) صفر

۳) ۱

۴) ۲

پاسخ

۲

میدانید

۱) متغیر گسسته، متغیری است کمی که مقادیر آن پیوسته نباشد.

۲) متغیر پیوسته، متغیری است کمی که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین آنها را نیز بتواند اختیار کند.

۳) متغیر ترتیبی، متغیری است کیفی که در آن نوعی ترتیب وجود داشته باشد.

۴) متغیر اسمی، متغیری است کیفی که ترتیب در آن اهمیتی ندارد. با توجه به تعاریف فوق، گروه خونی کیفی اسمی - تعداد فرزندان کمی گسسته - میزان لذت بردن از نقاشی کیفی ترتیبی - رنگ چشم کیفی اسمی - سرعت خودرو کمی پیوسته و وزن یک فرد کمی پیوسته است.

$$a = 2, b = 2 \Rightarrow b - a = 0$$

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۳: چندضلعی‌ها

واحد یادگیری

درس ۲: مساحت و کاربردهای آن

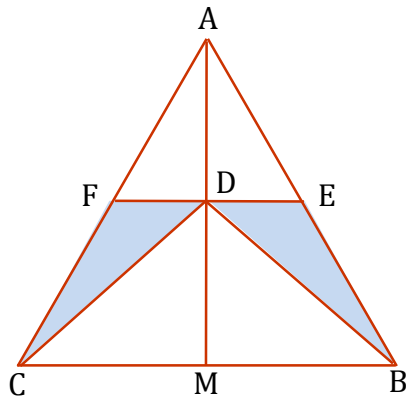
زیرواحد یادگیری

ویژگی‌های مبانه و قضیه ویویانی و نتایج آن

حیطه شناختی

مقدماتی

۲۱. در شکل زیر اگر F وسط AC را به نقطه D وسط میانه AM و از آن جا به وسط AB وصل کنیم، مساحت قسمت هاشورخورده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۱. $\frac{1}{2}$
۲. $\frac{1}{4}$
۳. $\frac{1}{8}$
۴. $\frac{3}{8}$

پاسخ

۲

نکته

می‌دانیم با رسم هر میانه، مثلث به دو مثلث هم مساحت تبدیل می‌شود.

$$\text{میانه } DE \Rightarrow S_{\triangle DEB} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADB}$$

$$\xrightarrow{\text{میانه } BD} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} S_{\triangle AMB} \xrightarrow{\text{میانه } AM} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle DEB} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC} \quad \left. \begin{array}{l} \\ S_{\triangle DFC} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC} \text{ به همین ترتیب} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} S_{\text{هاشورخورده}} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$

فیلم پاسخ



۲۲. از یک نقطه خارج یک صفحه خط موازی با صفحه و خط عمود بر صفحه P می‌توان رسم کرد.

① بی‌شمار، بی‌شمار

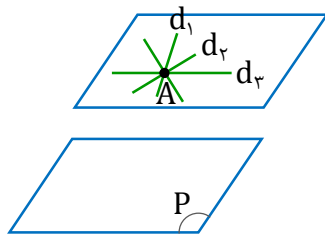
② یک، بی‌شمار

③ یک، یک

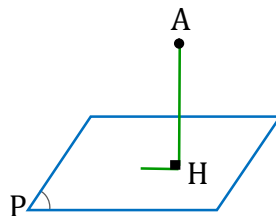
④ بی‌شمار، یک

پاسخ

۴. از یک نقطه خارج صفحه P بی‌شمار خط موازی صفحه P رسم می‌شود و همگی داخل صفحه‌ای موازی صفحه P قرار دارند.



و از یک نقطه خارج صفحه P ، فقط یک خط عمود بر صفحه P رسم می‌شود.



فصل

فصل ۴: تجسم فضایی

واحد یادگیری

درس ۱: خط، نقطه و صفحه

زیرواحد یادگیری

تعامد

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۳: چندضلعی‌ها

واحد یادگیری

درس ۱: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها

زیرواحد یادگیری

چندضلعی محدب و تعداد قطرهای آن و
مجموع زوایای داخلی و خارجی آنها

حیطه شناختی
مقدماتی

۳۳. تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب سه برابر تعداد اضلاع آن است. تعداد قطرهای گذرنده از دو رأس متوالی آن کدام است؟

۱۰ ①

۱۱ ②

۱۲ ③

۱۴ ④

پاسخ

۳

نکته

تعداد قطرهای هر n ضلعی محدب برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

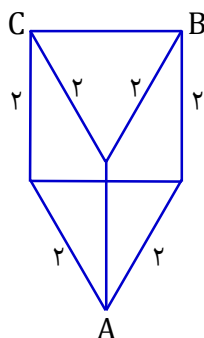
$$\frac{n(n-3)}{2} = 3n \Rightarrow n - 3 = 6 \Rightarrow n = 9$$

از هر رأس n ضلعی محدب، $n - 3$ قطر می‌توان رسم کرد و از ۲ رأس متوالی $2(n - 3)$ قطر می‌توان رسم کرد، پس در یک ۹ ضلعی محدب $2 \times (9 - 3) = 12$ قطر از دو رأس متوالی می‌توان رسم کرد.

فیلم پاسخ



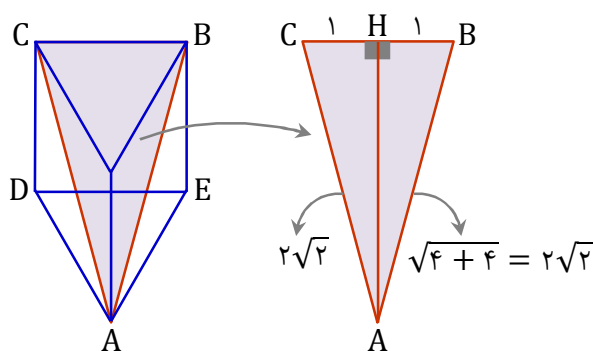
۲۴. در منشور قائم زیر همه یال‌ها مساوی ۲ واحد هستند. مساحت مقطعی که صفحه‌ی گذرا از نقاط A، B و C با منشور ایجاد می‌کند، چند برابر مساحت یک‌وجه جانبی است؟



- ① $\frac{\sqrt{7}}{4}$
 ② $2\sqrt{7}$
 ③ $\sqrt{8}$
 ④ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

پاسخ

۱ سطح مقطع صفحه‌ای که از نقاط A، B و C بگذرد به شکل زیر است:



مطابق شکل سطح مقطع برش خورده، یک مثلث متساوی‌الساقین می‌شود.

$$AH = \sqrt{AB^2 - HB^2} = \sqrt{8 - 1} = \sqrt{7}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times CB = \frac{1}{2} \times \sqrt{7} \times 2 = \sqrt{7}$$

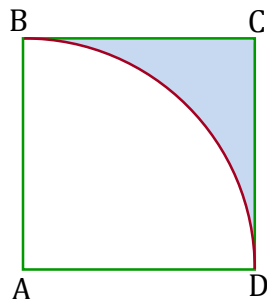
$$\text{مساحت یک وجه جانبی} = 2^2 = 4$$

$$\frac{\text{مساحت سطح مقطع}}{\text{مساحت یک وجه جانبی}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

فیلم پاسخ



۲۵. در شکل زیر از مربعی به ضلع ۲، ربع دایره‌ای را برمی‌داریم. حجم حاصل از دوران قسمت هاشورخورده حول ضلع AB چقدر است؟



① $\frac{5\pi}{3}$

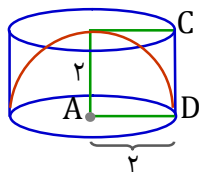
② 2π

③ $\frac{8\pi}{3}$

④ 4π

پاسخ

۳. مطابق شکل، حجم حاصل از دوران قسمت هاشورخورده حول ضلع AB با حجم استوانه‌ای به شعاع قاعده و ارتفاع ۲ واحد، که حجم یک نیم کره به شعاع ۲ واحد از آن کم شده است.



$$\text{حجم قسمت رنگی} = \underbrace{\pi r^2 h}_{\text{حجم استوانه}} - \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3}_{\text{نصف حجم کره}}$$

$$\Rightarrow \text{حجم قسمت رنگی} = \pi \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 8$$

$$= 8\pi - \frac{16\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$$

فیلم پاسخ



۲۶. اگر $[i^2 + 2j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a & b \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + [j]_{2 \times 2}$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

۱) ۶

۲) ۵

۳) ۸

۴) ۷

۲

$$[i^2 + 2j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$[j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+1 & b+2 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+1=3 \Rightarrow a=2 \\ b+2=5 \Rightarrow b=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b=5$$

پاسخ

فیلم پاسخ



$$۲۷. \text{ در تساوی } \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & -۲ \\ ۰ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ & ۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ -۵ \\ a \end{bmatrix} = ۰$$

مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) -۲

پاسخ

۳

$$\begin{bmatrix} ۲ & ۱ & -۲ \\ ۰ & -۱ & ۱ \\ ۱ & ۰ & ۳ \end{bmatrix}_{۱ \times ۳} \begin{bmatrix} ۱ \\ -۵ \\ a \end{bmatrix}_{۳ \times ۱} = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ - a & -۷ + a \end{bmatrix}_{۱ \times ۳}$$

$$\begin{bmatrix} ۳ & ۲ - a & -۷ + a \end{bmatrix}_{۱ \times ۳} \begin{bmatrix} ۱ \\ -۵ \\ a \end{bmatrix}_{۳ \times ۱} = ۰$$

$$\Rightarrow ۳ - ۱۰ + ۵a - ۷a + a^2 = ۰ \Rightarrow a^2 - ۲a - ۷ = ۰$$

$$\Rightarrow a = \text{مجموع مقادیر ممکن برای } a = \frac{-(-۲)}{۱} = ۲$$

فیلم پاسخ



۲۸. اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $A - 2I$ کدام است؟

- ① -23
 ② 13
 ③ -13
 ④ 23

۱

پاسخ

$$A - 2I = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

بسط از سطر اول

$$|A - 2I| = -3(0 + 1) - 1(0 + 2) + 3(-2 - 4)$$

$$= -3 - 2 - 18 = -23$$

فیلم پاسخ



۲۹. اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} m+1 & m-4 \\ m & m-1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد،
دترمینان $\begin{bmatrix} m & m-1 \\ m+2 & 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

① ۲

② $\frac{27}{16}$ ③ $\frac{14}{16}$ ④ $\frac{27}{31}$

پاسخ

۴

نکته

اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، $|A| = ad - bc$

و شرط وارون پذیری ماتریس A آن است که $|A| \neq 0$

$$(m+1)(m-1) - (m-4)(m) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 - (m^2 - 4m) = 0$$

$$\Rightarrow 4m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} m & m-1 \\ m+2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \\ \frac{9}{4} & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{27}{16} = \frac{31}{16}$$

فیلم پاسخ



۳۰. اگر در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = 5 \\ a'x + b'y = -2 \end{cases}$

$\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $2x + y$ کدام است؟

۱) -۵

۲) -۷

۳) -۹

۴) ۹

۳

$$\begin{aligned} AX = B &\xrightarrow{A^{-1} \times} X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -9 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = 9 \end{cases} &\Rightarrow 2x + y = -18 + 9 = -9 \end{aligned}$$

پاسخ

فیلم پاسخ



۳۱. درستی کدام یک از گزاره‌های زیر را نمی‌توان با مثال نقض رد کرد؟

- ① برای هر عدد طبیعی بزرگتر از ۱، عدد $2^{2^n} + 1$ عددی اول است.
- ② اگر α و β اعدادی گنگ و $\alpha + \beta$ عددی گویا باشد، آنگاه $\alpha + 3\beta$ گنگ است.
- ③ اگر α و β دو عدد گنگ باشند ولی جمع آنها گویا باشد لزوماً α و β قرینه هم هستند.
- ④ عدد $n^2 + 31n + 31$ به ازای هر عدد طبیعی n همیشه عددی اول است.

پاسخ

② در گزینه «۱» اگر $n = 5$ باشد $2^{32} + 1$ مطابق درسنامه کتاب درسی به شکل $641 \times 6700417 = 2^{32} + 1$ تجزیه می‌شود و دیگر عددی اول نیست.

در گزینه «۲»: به کمک برهان خلف می‌توان درستی مسأله را ثابت کرد.

$$\left. \begin{array}{l} (\alpha + \beta) \in \mathbb{Q} : \text{فرض} \\ (\alpha + 3\beta) \in \mathbb{Q} : \text{فرض خلف} \end{array} \right| \rightarrow 2\beta \in \mathbb{Q} \Rightarrow \beta \in \mathbb{Q}$$

که با فرض در تناقض است.

در گزینه «۳»: اگر $\alpha = \sqrt{2} + 1$ و $\beta = -\sqrt{2} + 1$ باشد آنگاه $\alpha + \beta = 2$ و عددی گویا می‌شود و α و β قرینه هم نیستند.

در گزینه «۴»: اگر $n = 31$ انتخاب شود می‌توان از ۳۱ فاکتور گرفت: $\overbrace{(31 + 31 + 1)}^{63}$ که عددی مرکب می‌شود.

فیلم پاسخ



۳۲. اگر مجموعه اعداد صحیح را به چهار مجموعه:

$$A_1 = \{a \in \mathbb{Z} | a = 4k + 1\}, A_2 = \{a \in \mathbb{Z} | a = 4k\}$$

$$A_3 = \{a \in \mathbb{Z} | a = 4k + 3\} \text{ و } A_4 = \{a \in \mathbb{Z} | a = 4k + 2\}$$

افراز کرده باشیم، در کدام گزینه هر دو عدد متعلق به یک

افراز (به یک مجموعه) تعلق دارد؟

۱) ۱۷ و ۱۱۵

۲) ۲۰ و -۱۵

۳) -۱ و ۱۱

۴) -۲۰ و -۱۰

پاسخ

۳. دلیل رد گزینه «۱»:

$$\begin{cases} 17 = 4(\overset{4}{\uparrow} k) + 1 \Rightarrow 17 \in A_1 \\ 115 = 4(\underset{28}{\downarrow} k) + 3 \Rightarrow 115 \in A_3 \end{cases}$$

دلیل رد گزینه «۲»:

$$\begin{cases} 20 = 4(\overset{5}{\uparrow} k) \Rightarrow 20 \in A_2 \\ -15 = 4(\underset{-4}{\downarrow} k) + 1 \Rightarrow -15 \in A_1 \end{cases}$$

دلیل رد گزینه «۴»:

$$\begin{cases} -10 = 4(\overset{-3}{\uparrow} k) + 2 \Rightarrow -10 \in A_4 \\ -20 = 4(\underset{-5}{\downarrow} k) \Rightarrow -20 \in A_2 \end{cases}$$

دلیل درستی گزینه «۳»:

$$\begin{cases} 11 = 4(\overset{2}{\uparrow} k) + 3 \Rightarrow 11 \in A_3 \\ -1 = 4(\underset{(-1)}{\downarrow} k) + 3 \Rightarrow -1 \in A_3 \end{cases}$$

فیلم پاسخ



۳۳. اگر a عددی صحیح باشد به طوری که $۵a^2 - ۱۵ \equiv ۰ \pmod{۷}$ آنگاه
باقی مانده تقسیم a^6 بر ۷ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۴

$$\begin{aligned} 5a^2 - 15 &\equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow 5a^2 \equiv 15 \pmod{7} \xrightarrow[(5,7)=1]{\div 5} a^2 \equiv 3 \pmod{7} \xrightarrow{\text{توان } 3} a^6 \equiv 27 \pmod{7} \\ \Rightarrow a^6 &\equiv 27 \equiv 6 \pmod{7} \end{aligned}$$

فصل

فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد

واحد یادگیری

درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و

کاربردها

زیر واحد یادگیری

ویژگی‌های هم‌نهشتی

حیطه شناختی

پیشرفته

پاسخ

فیلم پاسخ



۳۴. به ازای چند مقدار دو رقمی طبیعی a معادله

$$(5a + 4)x + (2a + 3)y = 11 \text{ در } \mathbb{Z} \text{ جواب دارد؟}$$

۷۹ ①

۷۸ ②

۸۸ ③

۹۰ ④

پاسخ

۲

نکته

شرط لازم و کافی برای آنکه معادله $ax + by = c$ در $\mathbb{Z}$ جواب

داشته باشد آن است که $(a, b) | c$

$$\Rightarrow (5a + 4, 2a + 3) | 11$$

$$d | 5a + 4 \xrightarrow{\times 2} d | 10a + 8 \Rightarrow d | 7 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 7$$

$$d | 2a + 3 \xrightarrow{\times 5} d | 10a + 15$$

$$\xrightarrow{7 \nmid 11} d = 7 \text{ (غیر قابل قبول)} \Rightarrow d = 1$$

مقادیر دو رقمی که باعث می‌شود ب.م.م عدد ۷ شود را از کل اعداد

۲ رقمی کم می‌کنیم.

$$\Rightarrow 7 | 2a + 3 \Rightarrow 2a + 3 \equiv 0 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow 2a \equiv -3 \pmod{7} \Rightarrow 2a \equiv -3 + 7 \pmod{7}$$

$$\Rightarrow 2a \equiv 4 \pmod{7} \xrightarrow[\substack{\div 2 \\ (2, 7) = 1}]{\div 2} a \equiv 2 \pmod{7} \Rightarrow a = 7q + 2$$

$$10 \leq 7q + 2 \leq 99 \Rightarrow \frac{8}{7} \leq q \leq \frac{97}{7} \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} 2 \leq q \leq 13$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} = 13 - 2 + 1 = 12 \Rightarrow 90 - 12 = 78$$

به ازای ۷۸ مقدار دو رقمی طبیعی معادله سیاله قبل دارای جواب است.

فیلم پاسخ



۳۵. اگر عدد ۵ رقمی $\overline{bavb2}$ بر ۱۱ بخش پذیر باشد، باقی مانده عدد $\overline{bbaa}$ بر ۴ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ

۴

نکته

$$A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = (\overline{a_n a_{n-1} \dots a_2}) \times 100 + \overline{a_1 a_0}$$

$$\xrightarrow{100 \equiv 0 \pmod{4}} A \equiv \overline{a_1 a_0} \pmod{4}$$

نکته

$$A = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0} = a_0 + 10a_1 + 100a_2 + \dots + 10^n a_n$$

$$\Rightarrow A \equiv a_0 - 1a_1 + 1a_2 - 1a_3 + \dots$$

$$\Rightarrow \overline{bavb2} \equiv 0 \Rightarrow 2 - b + v - a + b \equiv 0$$

$$\Rightarrow a \equiv 2 \pmod{9} \Rightarrow a = 11q + 2 \xrightarrow{0 \leq a \leq 9} q = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \overline{bbaa} = \overline{bb22} \equiv 22 \equiv 4 \pmod{4}$$

فیلم پاسخ



۳۶. در پرتاب ۲ تاس احتمال آنکه اعداد روشده متوالی بوده و مجموعشان بیشتر از ۵ باشد کدام است؟

- ① $\frac{2}{7}$
 ② $\frac{4}{9}$
 ③ $\frac{1}{6}$
 ④ $\frac{5}{18}$

پاسخ

۳

میدانید

تعداد اعضای فضای نمونه پرتاب n تاس برابر 6^n است.

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$A = \{(3,4), (4,3), (5,4), (4,5), (5,6), (6,5)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

فصل

فصل ۲: احتمال

واحد یادگیری

درس ۱: مبانی احتمال

زیرواحد یادگیری

احتمال مقدماتی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۷. اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و

$$\frac{P(B)}{P(A)} = \frac{1}{4} \text{ و } P(A' \cap B) = \frac{1}{7}, P(A - B) = \frac{4}{7}$$

باشد، حاصل $P(A \cup B)$ کدام است؟

۱) $\frac{5}{7}$

۲) $\frac{4}{7}$

۳) $\frac{5}{14}$

۴) ۱

پاسخ

۴

نکته

برای هر دو مجموعه A و B داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

نکته

$$\begin{cases} P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \\ P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{7} = \overbrace{P(A)}^{2P(B)} - P(A \cap B) \\ \frac{1}{7} = P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفریق}} \frac{3}{7} = P(B) \Rightarrow P(A) = \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{7} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{6}{7} + \frac{3}{7} - \frac{2}{7} = 1$$

فیلم پاسخ



فصل ۲: احتمال

واحد یادگیری درس ۳: احتمال شرطی

زیر واحد یادگیری احتمال شرطی

حیطه شناختی پیشرفته

۳۸. اگر $P(B') = \frac{2}{5}$ و $P(B' \cap A) = \frac{1}{3}$ ، مقدار $P(B|A \cup B)$

کدام است؟

- ① $\frac{5}{14}$
- ② $\frac{9}{14}$
- ③ $\frac{7}{12}$
- ④ $\frac{3}{5}$

پاسخ

۲

نکته

$$\text{قانون جذب: } \begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases}$$

۳

نکته

$$P(A') = 1 - P(A), P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

۳

نکته

$$A - B = A \cap B'$$

$$P(B') = \frac{2}{5} \Rightarrow P(B) = \frac{3}{5}$$

$$P(B' \cap A) = P(A - B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ از طرفی}$$

$$= \overbrace{P(A) - P(A \cap B)}^{P(A-B)} + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{5} = \frac{14}{15}$$

$$P(B|A \cup B) = \frac{P(B \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = \frac{P(B)}{P(A \cup B)} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{14}{15}}$$

$$= \frac{3 \times 15}{5 \times 14} = \frac{9}{14}$$

فیلم پاسخ



۳۹. در ظرف A، ۴ لامپ سالم و ۳ لامپ معیوب و در ظرف B، ۳ لامپ سالم و یک لامپ معیوب موجود است. یک لامپ به طور تصادفی از جعبه A به جعبه B منتقل می‌کنیم، سپس از جعبه B لامپی برمی‌داریم. احتمال آنکه هر دو لامپ جابه‌جا شده معیوب باشند، کدام است؟

- ① $\frac{1}{17}$
- ② $\frac{5}{17}$
- ③ $\frac{6}{35}$
- ④ $\frac{11}{35}$

پاسخ

۳

نکته

قانون ضرب احتمالها: $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{3}{1}}{\binom{7}{1}} \times \frac{\binom{2}{1}}{\binom{5}{1}} = \frac{6}{35}$$

پیشامد معیوب بودن لامپ

پیشامد معیوب بودن

منتقل شده از A به B

لامپ برداشته شده از B

فیلم پاسخ



۴۰. دو ظرف داریم، در ظرف اول ۴ سیب زرد و یک سیب قرمز و در ظرف دوم ۳ سیب زرد و ۲ سیب قرمز موجود است. یکی از دو ظرف را انتخاب و از آن دو سیب خارج می‌کنیم. اگر این دو سیب زرد باشند، احتمال آنکه از ظرف اول خارج شده باشند کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$
- ۲) $\frac{1}{3}$
- ۳) $\frac{4}{5}$
- ۴) $\frac{2}{5}$

پاسخ

۱

میدانید

قاعده بیز:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

$$P(2 \text{ سیب زرد} | \text{از طرف اول}) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{5}{2}}}{\frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{5}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}}}$$

$$= \frac{0/6}{0/6 + 0/3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

فیلم پاسخ



۴۱. تندی یک موشک در مدت زمان معینی ۵۰ درصد افزایش یافته و در همین مدت، انرژی جنبشی موشک دو برابر شده است. جرم موشک در پایان این دوره چند برابر جرم موشک در ابتدای آن است؟

- ① $\frac{4}{5}$
 ② $\frac{8}{9}$
 ③ $\frac{3}{5}$
 ④ $\frac{1}{3}$

۲

پاسخ

$$(K = \frac{1}{2}mv^2) \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow[v_2 = \frac{1}{5}v_1]{K_2 = 2K_1} 2 = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{\frac{1}{25}} = \frac{8}{9}$$

فصل

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

انرژی جنبشی / کار انجام شده توسط نیروی

ثابت / کار و انرژی جنبشی

زیر واحد یادگیری

انرژی جنبشی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۴۲. جرمی به جرم 2 kg با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از مبدأ می‌گذرد. اگر نیروی خالص وارد بر این جسم در SI به صورت $\vec{F}_{\text{net}} = -20\vec{j}$ باشد و جسم به نقطه M با مختصات $(3\text{ m}, 5\text{ m})$ برسد، تندی جسم در نقطه M چند متر بر ثانیه است؟

① صفر

② $10\sqrt{2}$

③ ۲۰

④ $20\sqrt{2}$

پاسخ

① - با توجه به فرض تست، نیرو به صورت $\vec{F}_{\text{net}} = -20\vec{j}$ و جابه‌جایی به شکل $\vec{d} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ است. می‌دانیم نیرو در جابه‌جایی عمود بر راستایش کار انجام نمی‌دهد. (F_{net} در راستای قائم بوده و در امتداد $3\vec{i}$ کار انجام نمی‌دهد.) خوب است به نکته زیر دقت کنید:

بدانید

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} \\ \vec{d} = x\vec{i} + y\vec{j} \end{cases} \Rightarrow W = xF_x + yF_y$$

۲- کار نیروی خالص را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \vec{F}_{\text{net}} = -20\vec{j} \\ \vec{d} = 3\vec{i} + 5\vec{j} \end{cases} \Rightarrow W_t = 5 \times (-20) = -100\text{ J}$$

۳- با توجه به قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

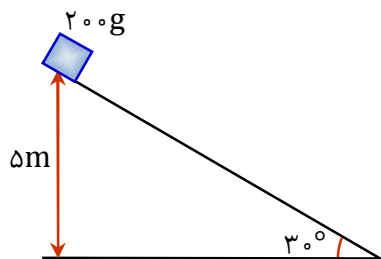
$$W_t = K_f - K_i$$

$$\Rightarrow -100 = \frac{1}{2} \times 2(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow{v_i=10} v_f = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فیلم پاسخ



۴۳. مطابق شکل، جسمی به جرم $200g$ از بالای سطح شیب‌دار نشان داده شده از حال سکون رها می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک با سطح در طول مسیر ثابت و برابر $0.5N$ باشد، وقتی جسم به ابتدای سطح شیب‌دار می‌رسد، تندی جسم چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



① $4\sqrt{5}$

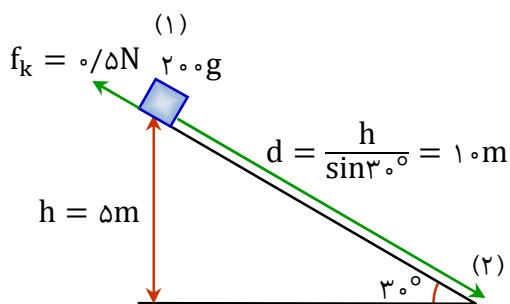
② 5

③ $5\sqrt{2}$

④ 10

پاسخ

۳. با توجه به رابطه کلی کار و تغییرات انرژی مکانیکی داریم: (به شکل دقت کنید).



$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh = W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 0.2 \times v_f^2 - 0.2 \times 10 \times 5 = 0.5 \times 10 \times (-1)$$

$$\Rightarrow 0.1v_f^2 - 10 = -5 \Rightarrow v_f^2 = 50 \Rightarrow v_f = 5\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

کار و انرژی درونی / توان

زیرواحد یادگیری

انرژی درونی و قانون پایستگی انرژی

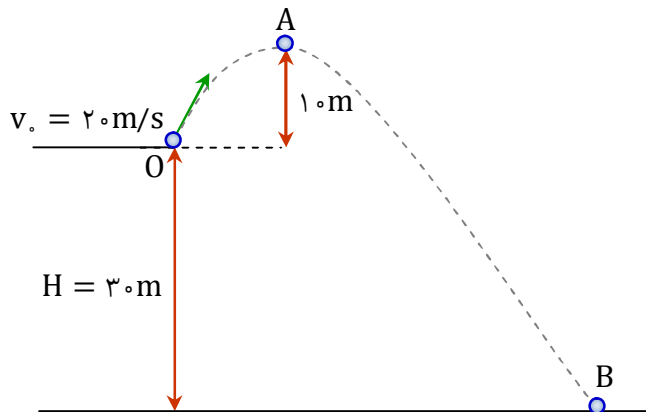
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۴۴. مطابق شکل جسمی در شرایط خلأ از نقطه A به سمت بالا پرتاب گردیده است. نسبت تندی جسم در لحظه عبور از نقطه A به تندی جسم در لحظه برخورد به سطح زمین (نقطه B) چقدر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- ① $\frac{1}{2}$
 ② $\frac{\sqrt{3}}{5}$
 ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

پاسخ

۴

بدانید

اگر جسمی در شرایط خلأ پرتاب شود، با توجه به اصل پایستگی انرژی داریم: (v_d معرف تندی در ارتفاع کمتر و v_u معرف تندی در ارتفاع بالاتر است و h اختلاف ارتفاع این دو نقطه)

$$v_d^2 - v_u^2 = 2gh$$

با توجه به رابطه بیان شده، به سادگی تندی در نقطه A و تندی در لحظه برخورد به زمین (B) را تعیین می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_0^2 - v_A^2 = 2gh_{OA} \Rightarrow 4.0 - v_A^2 = 2.0 \\ \Rightarrow v_A = 1.0\sqrt{2} \frac{m}{s} \\ v_B^2 - v_0^2 = 2gh_{OB} \Rightarrow v_B^2 - 4.0 = 6.0 \\ \Rightarrow v_B = 1.0\sqrt{10} \frac{m}{s} \end{cases}$$

فیلم پاسخ



$$\Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{10\sqrt{2}}{10\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۴۵. تلمبه برقی که توان ورودی آن $W = 8000$ است، در هر دقیقه 2 m^3 آب را از چاهی به عمق 16 m بالا کشیده و با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ آن را فواره می‌کند. بازده این پمپ چند درصد است؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۱) ۵۲/۵

۲) ۶۲

۳) ۷۵

۴) ۸۷/۵

پاسخ

۴. ۱- ابتدا جرم آب خارج شده از چاه را به دست می‌آوریم:

$$(1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

$$m = \rho \times V = 1000 \times 2 = 2000 \text{ kg}$$

۲- کار انجام شده توسط تلمبه صرف افزایش ارتفاع و همچنین دادن سرعت به آب شده است:

$$W = U + K = mgh + \frac{1}{2} mv^2$$

$$= 2000 \times 10 \times 16 + \frac{1}{2} \times 2000 \times (10)^2 = 420 \text{ kJ}$$

۳- توان مفید این تلمبه را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{420 \times 10^3}{60} = 7 \text{ kW}$$

۴-

$$\eta = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{7000}{8000} \times 100 = 87.5\%$$

(راندمان - بازده)

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

کار و انرژی درونی / توان

زیر واحد یادگیری

توان / بازده

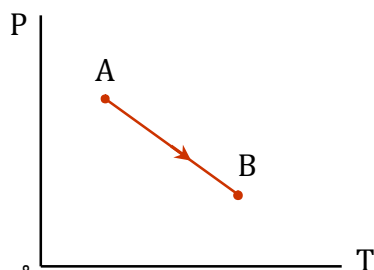
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



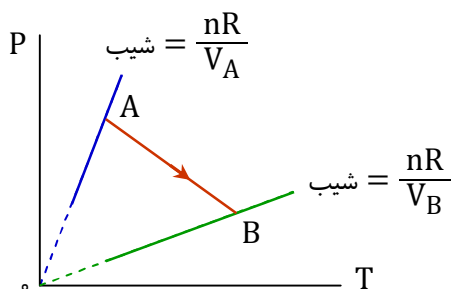
۴۶. در شکل زیر، فرایند یک گاز کامل از A تا B دیده می‌شود. در این فرایند، گاز و انرژی درونی گاز یافته است.



۱. گرما دریافت کرده، افزایش
۲. گرما از دست داده، افزایش
۳. گرما دریافت کرده، کاهش
۴. گرما از دست داده، کاهش

پاسخ

۱



۱- با توجه به خطوط رسم شده که از دو نقطه A و B می‌گذرد، روشن است که حجم گاز در طی فرایند افزایش یافته است که به معنای این است که گاز روی محیط کار انجام داده است. بنابراین داریم:

$$W_{AB} < 0$$

۲- به سادگی با توجه به نمودار مشخص است دمای گاز در فرایند افزایش یافته است که به معنای افزایش انرژی درونی گاز است:

$$\Delta U > 0$$

۳- حال با استفاده از قانون اول ترمودینامیک خواهیم داشت:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\Delta U > 0]{W < 0} Q > 0$$

که به معنای این است که گاز گرما دریافت کرده است.

فصل

فصل ۵: ترمودینامیک

واحد یادگیری

معادله حالت و فرایندهای ترمودینامیکی
ایستوار / تبادل انرژی / انرژی درونی و
قانون اول ترمودینامیک / برخی از فرایندهای
ترمودینامیکی

زیرواحد یادگیری

فرایند هم‌حجم (معادله - نمودار)

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۵: ترمودینامیک

واحد یادگیری

معادله حالت و فرایندهای ترمودینامیکی
ایستوار / تبادل انرژی / انرژی درونی و
قانون اول ترمودینامیک / برخی از فرایندهای
ترمودینامیکی

زیرواحد یادگیری

فرایند هم‌فشار (معادله - نمودار)

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



پاسخ

۴۷. حجم گازی را در فشار ثابت ۴ atm از ۱۰ L به ۶ L رسانده‌ایم.

کار انجام شده روی دستگاه چند ژول است؟

① -۱۶۰۰

② ۱۶۰۰

③ -۲۴۰۰

④ ۲۴۰۰

۲

$$W = -P\Delta V$$

$$= -(4 \times 10^5)(6 - 10) \times 10^{-3} = 1600 \text{ J}$$

۴۸. در یک فرایند بی‌دررو، حجم مقداری گاز کامل از V_1 به

$$V_2 = \frac{V_1}{2}$$

رسیده است. در این صورت، فشار نهایی گاز (P_2)

در مقایسه با فشار اولیه گاز (P_1) چگونه بوده و دمای گاز در

طی این فرایند چگونه تغییر کرده است؟

① $P_2 < 2P_1$ ، دما کاهش یافته است.

② $P_2 > 2P_1$ ، دما کاهش یافته است.

③ $P_2 < 2P_1$ ، دما افزایش یافته است.

④ $P_2 > 2P_1$ ، دما افزایش یافته است.

پاسخ

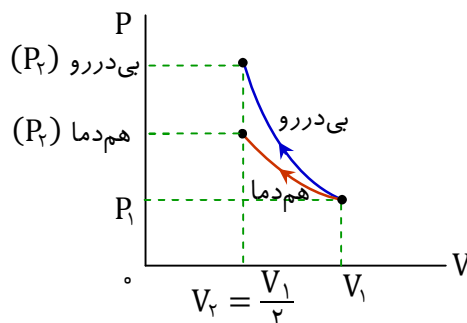
④ ۱- بهترین راه حل این تست، مقایسه فرایند بی‌دررو با فرایند

هم‌دمایی است که همین مسیر را طی کرده است.

می‌دانیم گاز متراکم شده و در تراکم به دلیل بیشتر بودن شیب

تغییرات فرایند بی‌دررو نسبت به هم‌دما، وضعیت دو فرایند به شکل

زیر است:



-۲

$$P_1 V_1 = (P_2)_{\text{هم‌دما}} \times V_2 \xrightarrow{V_2 = \frac{V_1}{2}} (P_2)_{\text{هم‌دما}} = 2P_1$$

-۳

$$(P_2)_{\text{بی‌دررو}} > (P_2)_{\text{هم‌دما}} \Rightarrow (P_2)_{\text{بی‌دررو}} > 2P_1$$

۴- با توجه به منحنی هم‌دما مشخص است که در فرایند بی‌دررو

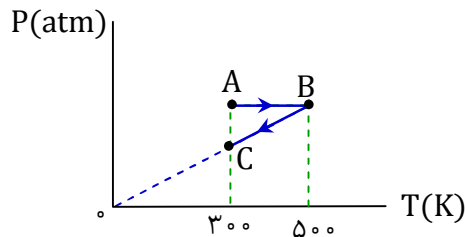
دما افزایش یافته است.

فیلم پاسخ



۴۹. یک مول گاز کامل فرایند نشان داده شده در نمودار را طی کرده است. اگر گرمای مبادله شده با گاز در فرایند AB برابر 4000 J باشد، گرمای داده شده به گاز در فرایند BC چند ژول

است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$



۱) -1600

۲) 1600

۳) -2400

۴) 2400

پاسخ

۳-۱. فرایند AB فرایندی است هم فشار، بنابراین داریم:

$$W_{AB} = -P\Delta V = -nR\Delta T$$

$$= -1 \times 8 \times (500 - 300) = -1600 \text{ J}$$

$$\Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} = 4000 - 1600 = 2400 \text{ J}$$

۲- توجه کنید که دمای دو نقطه A و C با هم برابر بوده، پس انرژی درونی این دو نقطه با هم برابر است. بنابراین خواهیم داشت:

$$(U_A = U_C) \Rightarrow U_B - U_A = U_B - U_C = 2400 \text{ J}$$

$$\Rightarrow U_C - U_B = \Delta U_{BC} = -2400 \text{ J}$$

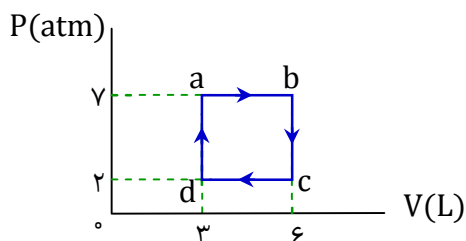
۳- فرایند BC، فرایندی است هم حجم، پس خواهیم داشت:

$$\Delta U_{BC} = W_{BC} + Q_{BC} \Rightarrow Q_{BC} = \Delta U_{BC} = -2400 \text{ J}$$

فیلم پاسخ



۵۰ گاز کاملی چرخه ترمودینامیکی فرضی نشان داده شده در شکل را می‌پیماید. گرمای داده شده به گاز در این چرخه چند ژول است؟



- ① ۲۰۰۰
 ② -۲۰۰۰
 ③ ۱۵۰۰
 ④ -۱۵۰۰

پاسخ

③ -۱

$$|W_{\text{چرخه}}| = S_{\text{abcd}} = [(7 - 2) \times 10^5] \times [(6 - 3) \times 10^{-3}] = 1500 \text{ J}$$

۲- با توجه به ساعتگرد بودن چرخه داریم:

$$W_{\text{چرخه}} = -1500 \text{ J} \xrightarrow{Q_{\text{چرخه}} = -W_{\text{چرخه}}} Q = 1500 \text{ J}$$

چرخه ترمودینامیکی / ماشین‌های گرمایی /
 قانون دوم ترمودینامیک (به بیان ماشین
 گرمایی) / قانون دوم ترمودینامیک و
 یخچال‌ها



فصل ۵: ترمودینامیک

واحد یادگیری

چرخه ترمودینامیکی / ماشین‌های گرمایی /
قانون دوم ترمودینامیک (به بیان ماشین
گرمایی) / قانون دوم ترمودینامیک و
یخچال‌ها

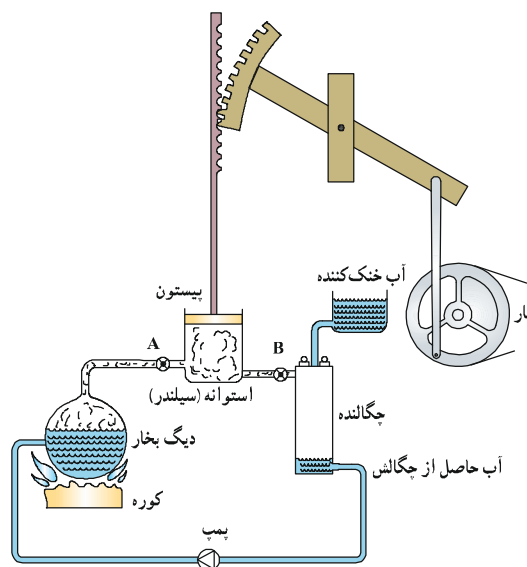
زیرواحد یادگیری

ماشین‌های گرمایی (تعریف، انواع، رابطه،
نمودار)

حیطه شناختی

مقدماتی

۵۱ در شکل زیر، طرحی از یک ماشین بخار دیده می‌شود. در
لحظه‌ای که بخار می‌خواهد وارد چگالنده شود، پیستون در
..... موقعیت خود قرار دارد و این ماشین در گروه ماشین‌های
..... جای می‌گیرد.



- ۱ پایین‌ترین، درون‌سوز
- ۲ پایین‌ترین، برون‌سوز
- ۳ بالاترین، درون‌سوز
- ۴ بالاترین، برون‌سوز

پاسخ

۴- ۱ در لحظه‌ای که قرار است بخار وارد چگالنده شود، پیستون
در بالاترین وضعیت خود قرار داشته، شیر A مسدود است و در این
لحظه شیر B باز شده و با پایین آمدن پیستون، بخار سرد شده وارد
چگالنده می‌گردد.
۲- ماشین بخار در گروه ماشین‌های برون‌سوز قرار می‌گیرد.

فیلم پاسخ



۵۲ بازده یک موتور بنزینی ۲۵ درصد است. این ماشین در هر چرخه، $۲/۵ \text{ kJ}$ کار انجام می‌دهد. در هر چرخه، چند ژول گرما توسط این ماشین به محیط داده می‌شود؟

① $۷/۵ \times ۱۰^۳$

② $۱۰^۴$

③ ۵×۱۰^۳

④ $۲/۵ \times ۱۰^۳$

پاسخ

① -۱

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۲/۵ \times ۱۰^۳}{Q_H} \Rightarrow Q_H = ۱۰^۴ \text{ J}$$

-۲

$$Q_H = |W| + |Q_L|$$

$$\Rightarrow |Q_L| = ۱۰^۴ - ۲/۵ \times ۱۰^۳ = ۷/۵ \times ۱۰^۳ \text{ J}$$



فصل
فصل ۵: ترمودینامیک

واحد یادگیری

چرخه ترمودینامیکی / ماشین‌های گرمایی /
قانون دوم ترمودینامیک (به بیان ماشین
گرمایی) / قانون دوم ترمودینامیک و
یخچال‌ها

زیرواحد یادگیری

قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین
گرمایی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۳ در یک فرایند، است تمام گرمای دریافت شده از منبع
گرم به کار تبدیل شود و در یک چرخه، است تمام
گرمای دریافت شده از منبعی با دمای بالاتر به کار تبدیل شود.
(به ترتیب از راست به چپ)

۱ ممکن، ممکن

۲ ممکن، غیرممکن

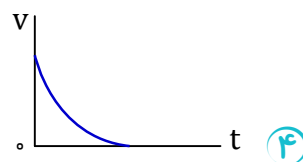
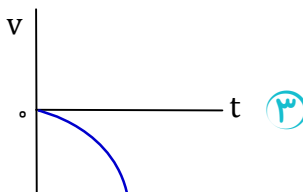
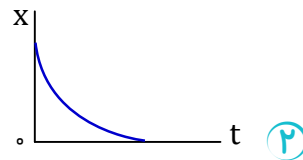
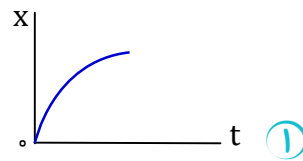
۳ غیرممکن، ممکن

۴ غیرممکن، غیرممکن

پاسخ

۲ ۱- در یک فرایند، ممکن است تمام گرمای گرفته شده به کار
تبدیل شود مانند انبساط هم‌دمای یک گاز کامل.
۲- طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی، در یک
چرخه (دستگاه) غیرممکن است تمام گرمای دریافتی از منبع گرم به
کار تبدیل شود.

۵۴ کدام گزینه نمودار حرکت متحرکی است که خلاف جهت محور X حرکت کرده و حرکت آن کندشونده است؟



پاسخ

۲- ۱- حرکت در خلاف جهت محور X به معنای منفی بودن سرعت است که در نمودار مکان- زمان باید نمودار نزولی باشد (گزینه «۱» حذف می‌گردد.) و در نمودار سرعت- زمان باید نمودار پایین محور t باشد (که گزینه ۴ حذف می‌شود).

۲- کندشونده بودن حرکت یعنی تندی کاهش یابد. در نمودار مکان- زمان، شیب خط مماس بایستی کم شود (گزینه ۲ درست است.) و در نمودار سرعت- زمان، فاصله نمودار باید با محور t کم شود (گزینه ۳ حذف می‌شود).

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

شناخت حرکت

زیرواحد یادگیری

نمودار سرعت - زمان

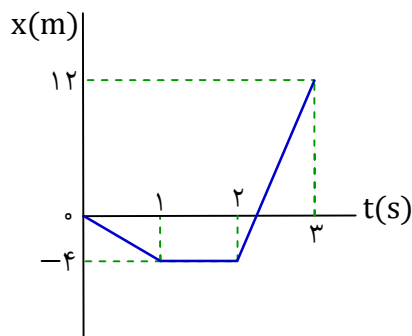
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۵ نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی $0/5s$ تا $2/5s$ چند متر بر مربع ثانیه می‌باشد؟



۱) -۴

۲) ۶

۳) ۱۰

۴) -۱۲

پاسخ

۳) ۱- توجه کنید در بازه زمانی 0 تا 1 ثانیه که نمودار مکان- زمان خطی است، سرعت ثابت بوده و در بازه زمانی 1 تا 2 ثانیه متحرک متوقف بوده و در بازه زمانی 2 تا 3 ثانیه هم سرعت ثابت است.

۲- با توجه به مطلب بیان شده، سرعت در $0/5s$ با سرعت در تمام بازه 0 تا 1 ثانیه برابر است:

$$v_{0/5s} = \frac{\Delta x_{0-1s}}{1} = \frac{-4}{1} = -4 \frac{m}{s}$$

۳- با همین منطق، سرعت در $2/5s$ را حساب می‌کنیم:

$$v_{2/5s} = \frac{\Delta x_{2s-3s}}{3-2} = \frac{12-(-4)}{1} = 16 \frac{m}{s}$$

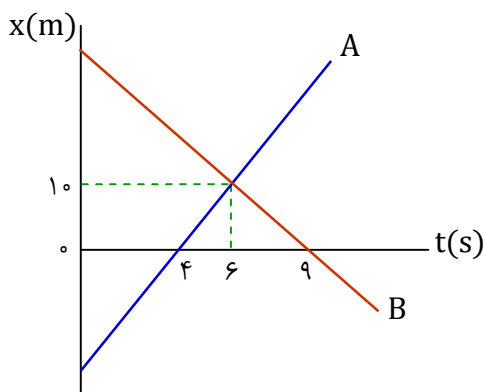
-۴

$$a_{av} = \frac{v_{2/5s} - v_{0/5s}}{2/5 - 0/5} = \frac{16 - (-4)}{2} = 10 \frac{m}{s^2}$$

فیلم پاسخ



۵۶ نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B که روی محور x در حال حرکت هستند، به شکل زیر است. در لحظه‌ای که جهت بردار مکان متحرک B تغییر می‌کند، فاصله دو متحرک از همدیگر چند متر است؟



۱) ۲۵

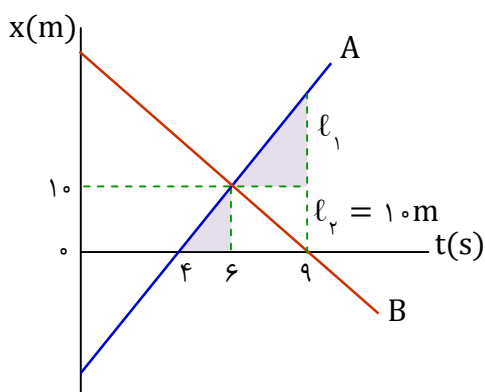
۲) ۲۰

۳) ۱۵

۴) ۱۰

پاسخ

۱) برای حل این تست، نیازی به نوشتن معادلات حرکت نیست. جهت بردار مکان متحرک B در لحظه $t = 9s$ تغییر کرده است و فاصله دو متحرک هم‌چنانکه در شکل نمایش داده شده است، در این لحظه $\ell_1 + \ell_2$ می‌باشد. ℓ_1 را با توجه به تشابه دو مثلث مشخص شده به دست می‌آوریم:



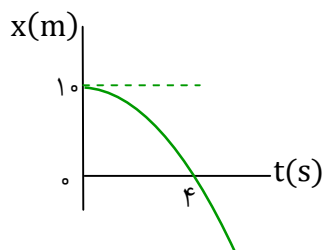
$$\frac{\ell_1}{10} = \frac{9-6}{6-4} \Rightarrow \ell_1 = 15m$$

$$\ell_1 + \ell_2 = 15 + 10 = 25m$$

فیلم پاسخ



۵۷ نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور X در حال حرکت است، به شکل سهمی نشان داده شده می باشد. سرعت متحرک در لحظه عبور از مبدأ در SI کدام است؟



۱۰ ①

۵ ②

-۱۰ ③

-۵ ④

۴

پاسخ

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v + v_0}{2}$$

$$\xrightarrow{v_0=0} \frac{-10}{4} = \frac{v+0}{2} \Rightarrow v = -5 \frac{m}{s}$$

فصل
فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری
حرکت با شتاب ثابت

زیرواحد یادگیری
مفهوم و روابط اصلی

حیطه شناختی
مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۸ معادله مکان- زمان حرکت جسمی بر روی محور x در SI به شکل $x = -2t^2 + 12t - 5$ است. مسافت طی شده توسط این متحرک در $5s$ اول حرکتش چند متر است؟

۱) ۲۴

۲) ۲۶

۳) ۱۸

۴) ۱۲

پاسخ

۲) ۱-

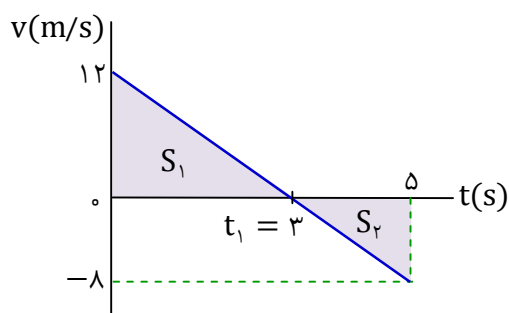
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = -2t^2 + 12t - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 12 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = -4t + 12$$

۲- با توجه به معادله سرعت- زمان، لحظه تغییر جهت و سرعت در $t = 5s$ را حساب کرده و نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم:

$$v = -4t_1 + 12 = 0 \Rightarrow t_1 = 3s$$

$$v_5 = -4 \times 5 + 12 = -8 \frac{m}{s}$$



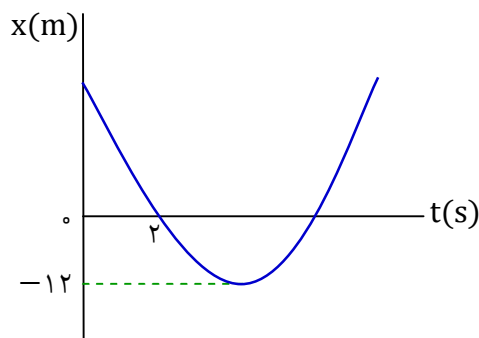
۳-

$$\ell = S_1 + |S_2| = \frac{12 \times 3}{2} + \left| -\frac{8 \times 2}{2} \right| = 26m$$

فیلم پاسخ



۵۹ نمودار مکان- زمان جسمی که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر ۲ ثانیه پس از آنکه برای اولین بار متحرک از مبدأ می‌گذرد جهت حرکتش تغییر کند، بزرگی شتاب متحرک و سرعت متحرک در لحظه‌ای که مجدداً از مبدأ عبور می‌نماید در SI کدام است؟



۱ $v = ۱۲, a = ۶$

۲ $v = ۶, a = ۶$

۳ $v = ۸, a = ۴$

۴ $v = ۶, a = ۴$

پاسخ

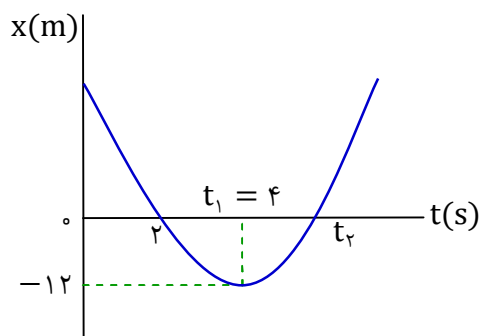
۱

بدانید

اگر سرعت در انتهای یک بازه در حرکت با شتاب ثابت برابر v باشد، برای محاسبه جابه‌جایی در آن بازه زمانی داریم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

۱- لحظه تغییر جهت، لحظه t_1 خواهد بود $(t_1 = 2 + 2 = 4s)$.
با توجه به معادله بالا در بازه زمانی ۲ تا ۴ ثانیه داریم:



فیلم پاسخ



$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow{v_f=0} -12 = -\frac{1}{2}a(4-2)^2$$

$$\Rightarrow a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۲- سهمی نسبت به رأس خود متقارن است، بنابراین متحرک در

لحظه t_2 مجدداً از مبدأ عبور می‌نماید و برای محاسبه t_2 داریم:

$$\frac{t_2+2}{2} = t_1 \xrightarrow{t_1=4} t_2 = 6\text{s}$$

۳- با استفاده از معادله سرعت - زمان خواهیم داشت:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_{\text{عس}} = 6 \times (6-4) + \cancel{v_{\text{عس}}}^0 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

حرکت با شتاب ثابت

زیرواحد یادگیری

نمودارها / روش‌های تکمیلی

حیطه شناختی

پیشرفته

۶۰. گلوله‌ای را در شرایط خلأ از فاصله $۱۹/۶\text{m}$ زمین رها می‌کنیم.

در لحظه برخورد به زمین، تندی آن چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ خواهد بود؟

$$(g = ۹/۸ \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

۱ $۱۹/۶$

۲ $۹/۸$

۳ $۴/۹$

۴ $۹/۸\sqrt{۲}$

پاسخ

۱

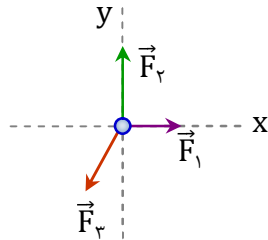
$$v^2 = 2g\Delta y = 2(-9/8)(-19/6) = 2^2 \times 9/8^2$$

$$\Rightarrow v = 2 \times 9/8 = 19/6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فیلم پاسخ



۶۱ مطابق شکل، جسمی فقط تحت تأثیر سه نیرو قرار داشته و ساکن است. اگر بزرگی نیروی $F_1 = ۱۳/۵N$ و $F_3 = ۲۲/۵N$ باشد، بزرگی نیروی F_2 چند نیوتون است؟



۱۵ ①

۱۶/۵ ②

۱۸ ③

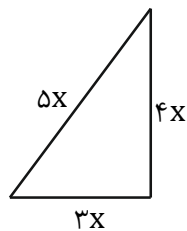
۱۹/۵ ④

پاسخ

۳

بدانید

اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول دو ضلع زاویه قائمه به ترتیب $۳X$ و $۴X$ باشد، طول وتر $۵X$ خواهد بود.



نیروی F_3 دو نیروی عمود بر هم F_1 و F_2 را خنثی کرده، پس می‌توان گفت بزرگی نیروی F_3 با بزرگی برابری دو نیروی F_1 و F_2 برابر است. چون این دو نیرو بر هم عمودند، داریم:

$$F_3 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow ۲۲/۵ = \sqrt{(۱۳/۵)^2 + F_2^2}$$

$$\Rightarrow (۵ \times ۴/۵)^2 = (۳ \times ۴/۵)^2 + F_2^2$$

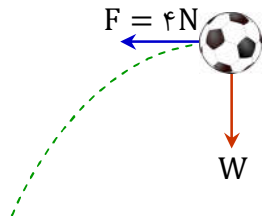
باتوجه به قاعده بیان شده

$$\Rightarrow F_2 = ۴ \times ۴/۵ = ۱۸N$$

فیلم پاسخ



۶۲ شکل زیر، نیروهای وارد به توپ فوتبالی به جرم 500g را در بالاترین نقطهٔ مسیرش نشان می‌دهد که در آن $\vec{F}$ ، نیروی مقاومت هوا و $\vec{W}$ ، وزن جسم است. بزرگی شتاب توپ در این نقطه چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



① ۶

② $2\sqrt{41}$

③ ۱۲

④ $5\sqrt{11}$

② -۱

-۲

-۳

پاسخ

$$W = mg = 0.5 \times 10 = 5\text{N}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{W} + \vec{F} \quad \text{بر هم عمودند}$$

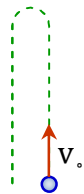
$$F_{\text{net}} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}\text{N}$$

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{\sqrt{41}}{0.5} = 2\sqrt{41} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

فیلم پاسخ



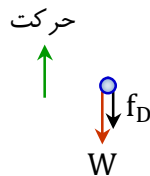
۶۳ مطابق شکل، گلوله‌ای را در هوا و در امتداد قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. بزرگی شتاب گلوله، در حین بالا رفتن ، در نقطه اوج و در حین بازگشت است. (به ترتیب از راست به چپ)



- ۱ کمتر از g ، صفر، بزرگ‌تر از g
- ۲ بزرگ‌تر از g ، صفر، کمتر از g
- ۳ کمتر از g ، برابر g ، بزرگ‌تر از g
- ۴ بزرگ‌تر از g ، برابر g ، کمتر از g

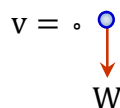
پاسخ

۴ ۱- در حین بالارفتن، مقاومت هوا به سمت پایین است و برای محاسبه شتاب گلوله در این حالت خواهیم داشت:



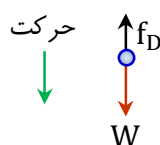
$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{mg + f_D}{m} = g + \frac{f_D}{m} > g$$

۲- در نقطه اوج، چون در یک لحظه تندی صفر است، نیروی مقاومت هوا صفر شده و تنها وزن به جسم اثر می‌کند. بنابراین داریم:



$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{mg}{m} = g$$

۳- در حال پایین آمدن، مقاومت هوا به سمت بالا خواهد بود و خواهیم داشت:



فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

وزن / مقاومت شاره و تندی حدی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{mg - f_D}{m} = g - \frac{f_D}{m} < g$$

۶۴ شخصی درون یک آسانسور روی یک ترازوی فنری ایستاده است. زمانی که آسانسور با شتاب ثابت به سمت طبقات پایین‌تر شروع به حرکت می‌کند، ترازو وزن شخص را 560 N نشان می‌دهد. اگر در همین حالت، شخص فرزند خود را که جرم او 20 kg است در آغوش بگیرد، ترازو وزن را 720 N نمایش می‌دهد. جرم شخص چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۱) ۷۰

۲) ۷۵

۳) ۸۲/۵

۴) ۸۵

پاسخ

۱ به شخص روی ترازو دو نیرو اثر می‌کند، وزن (پایین‌سو) و نیروی عمودی سطح (بالا‌سو)، که نیروی عمودی سطح همان عددی است که ترازو نمایش می‌دهد، زیرا عکس‌العمل همین نیرو به ترازو اثر می‌نماید. بنابراین داریم: (جهت مثبت را رو به بالا در نظر گرفته‌ایم.)

$$F_N - mg = ma \begin{cases} \text{حالت اول} \\ \longrightarrow 560 - 10m = ma \quad (I) \\ \text{حالت دوم} \\ \longrightarrow 720 - 10(m + 20) = (m + 20)a \\ \Rightarrow 520 - 10m = ma + 20a \quad (II) \end{cases}$$

تفاضل دو رابطه

$$\xrightarrow{(II)-(I)} -40 = 20a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

جاگذاری در رابطه I

$$\longrightarrow m = 70\text{ kg}$$

فیلم پاسخ



۶۵ مطابق شکل، در لحظه‌ای که مکعب نشان داده شده به سطح دارای اصطکاکی می‌رسد، تندی آن $۸ \frac{m}{s}$ است. اگر تندی این مکعب پس از پیمودن $۸m$ روی سطح به $۲ \frac{m}{s}$ برسد، ضریب اصطکاک جنبشی سطح چقدر است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)



۱) ۰/۲۵

۲) ۰/۳

۳) ۰/۳۷۵

۴) ۰/۴۲۵

پاسخ

۳) -۱

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$\Rightarrow 2^2 - 8^2 = 2 \times a \times 8 \Rightarrow a = -\frac{60}{16} = -3/75 \frac{m}{s^2}$$

-۲

$$a = \frac{F_{net}}{m} \xrightarrow{F_{net} = -f_k} a = \frac{-f_k}{m} \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} a = \frac{-\mu_k F_N}{F_N = mg} = -\mu_k g$$

$$\Rightarrow \mu_k = \frac{3/75}{10} = 0/375$$

فیلم پاسخ



۶۶ جسمی به جرم ۶kg روی سطح افقی ساکن است. به جسم نیروی افقی به بزرگی ۴۵N وارد می‌کنیم. نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

$$(\mu_k = ۰/۵, \mu_s = ۰/۸, g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

۱) ۶۰

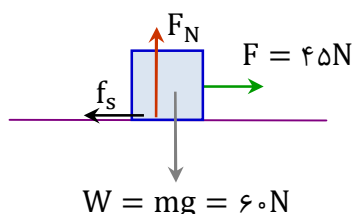
۲) $۱۲\sqrt{۴۱}$

۳) ۷۵

۴) $۱۵\sqrt{۱۳}$

پاسخ

۳



-۱

$$F_N = W = ۶۰\text{N}$$

-۲

$$f_{s,\max} = \mu_s \times F_N = ۰/۸ \times ۶۰ = ۴۸\text{N}$$

۳- چون بیشینه اصطکاک ایستایی بزرگ‌تر از نیروی عامل حرکت است، جسم ساکن بوده و اصطکاک از نوع ایستایی و برابر با عامل حرکت است:

$$f_s = F = ۴۵\text{N}$$

۴- از طرف سطح دو نیرو به جسم اثر می‌کند (f_s, F_N) که بر هم عمودند، بنابراین داریم:

$$\vec{R}_s = \vec{F}_N + \vec{f}_s$$

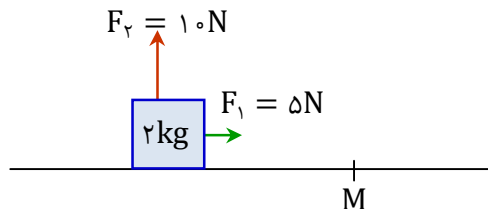
$$\Rightarrow R_s = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{(۴ \times ۱۵)^2 + (۳ \times ۱۵)^2}$$

$$= ۵ \times ۱۵ = ۷۵\text{N}$$

فیلم پاسخ



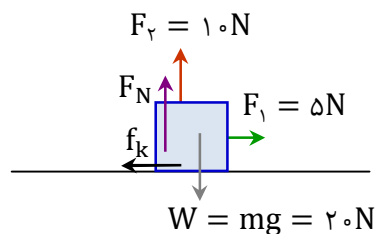
۶۷ مطابق شکل، دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ به جسم اثر کرده و جسم با سرعت ثابت $4 \frac{m}{s}$ روی سطح در حال حرکت است. اگر نیروی F_2 را در نقطه M قطع کنیم، دو متر جلوتر از نقطه M :
 $(g = 10 \frac{m}{s^2})$



- ۱ جسم متوقف می‌شود.
- ۲ تندی جسم $\sqrt{26} \frac{m}{s}$ خواهد بود.
- ۳ تندی جسم $2 \frac{m}{s}$ خواهد بود.
- ۴ تندی جسم $\sqrt{6} \frac{m}{s}$ خواهد بود.

پاسخ

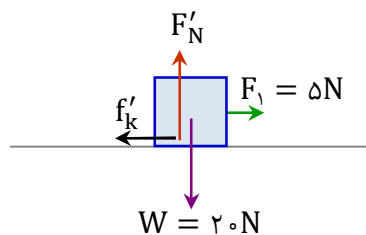
۴-۱ با توجه به اینکه در ابتدا جسم متوازن است، ضریب اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم:



$$F_2 + F_N = W \Rightarrow F_N = 20 - 10 = 10 \text{ N}$$

$$f_k = F_1 \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} 10 \mu_k = 5 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

۲- با حذف نیروی F_2 و تغییر F_N ، f_k جدید را حساب می‌کنیم:



$$F'_N = W = 20 \text{ N} \Rightarrow f'_k = \mu_k \times F'_N = 0.5 \times 20 = 10 \text{ N}$$

۳- شتاب حرکت جسم از لحظه قطع نیروی F_2 را محاسبه می‌کنیم:

فیلم پاسخ



$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{F_1 - f_k}{m} = \frac{5 - 10}{2} = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۴- با استفاده از فرمول مستقل از زمان (سرعت - جابه‌جایی) برای دو متر جلوتر از نقطه M (که با زیرنویس N آن را نمایش داده‌ایم) داریم:

$$v_N^2 - v_M^2 = 2a\Delta x$$

$$\Rightarrow v_N^2 - 16 = 2 \times (-2.5) \times 2 \Rightarrow v_N = \sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

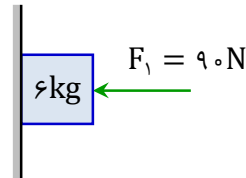
معرفی برخی از نیروهای خاص

استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت

(تعادل و حرکت اجسام)

پیشرفته

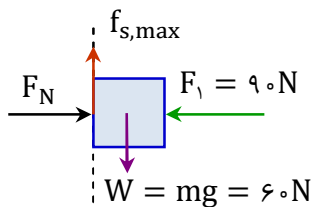
۶۸ مطابق شکل، جسمی به جرم ۶ kg را با نیروی افقی $\vec{F}_1$ به دیوار فشرده‌ایم و جسم در آستانه حرکت قرار دارد. ضریب اصطکاک ایستایی جسم و دیوار چقدر است؟ ($g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- ① $\frac{۲}{۳}$
 ② $\frac{۱}{۳}$
 ③ $\frac{۱}{۲}$
 ④ $\frac{۱}{۴}$

پاسخ

- ① - چون جسم در آستانه حرکت قرار دارد، اصطکاک وارد بر آن اصطکاک ایستایی بیشینه است.
 ۲- با توجه به تعادل جسم داریم:



$$F_N = F_1 = 90\text{ N}$$

$$f_{s,\max} = W = 60\text{ N}$$

-۳

$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \Rightarrow \mu_s = \frac{60}{90} = \frac{۲}{۳}$$

فیلم پاسخ



۶۹ فنری به جرم ناچیز از سقف آویزان است. اگر به فنر وزنه‌ای به جرم 200 g ببندیم، پس از تعادل وزنه طول فنر به 18 cm و اگر وزنه‌ای به جرم 250 g ببندیم، طول فنر به 19 cm می‌رسد. طول فنر در حالت عادی (وقتی وزنه‌ای به آن بسته نشده) چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

۱۴ ①

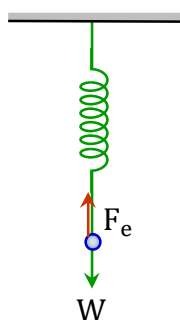
۱۴/۵ ②

۱۵ ③

۱۵/۵ ④

پاسخ

①



۱- طول عادی فنر را با L_0 نمایش داده‌ایم. با توجه به تعادل دو وزنه، برای هر یک از حالت‌ها داریم:

$$F_e = W \Rightarrow \begin{cases} F_e = 0.2 \times 10 = kx \Rightarrow 2 = k\left(\frac{18-L_0}{100}\right) \\ F'_e = 0.25 \times 10 = kx' \Rightarrow 2.5 = k\left(\frac{19-L_0}{100}\right) \end{cases}$$

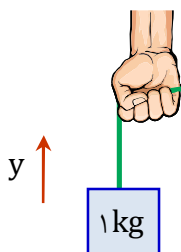
با تقسیم دو رابطه خواهیم داشت:

$$\frac{2}{2.5} = \frac{18-L_0}{19-L_0} \Rightarrow 0.5L = 7 \Rightarrow L_0 = 14\text{ cm}$$

فیلم پاسخ



۷۰. مطابق شکل، جسمی به جرم 1 kg را توسط ریسمان بدون جرمی با شتابی به بزرگی $2\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به صورت کندشونده پایین می‌آوریم. نیرویی که ریسمان به دست ما وارد می‌کند، در SI کدام است؟ ($g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



① $12\vec{j}$

② $-12\vec{j}$

③ $8\vec{j}$

④ $-8\vec{j}$

پاسخ

۲-۱. چون جسم کندشونده پایین می‌آید، شتاب به سمت بالا خواهد بود. کشش ریسمان را با توجه به قانون دوم نیوتون تعیین می‌کنیم:

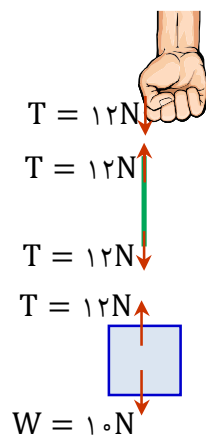
$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow T - mg = ma$$

$$\Rightarrow T - 10 = 1 \times 2 \Rightarrow T = 12\text{N}$$

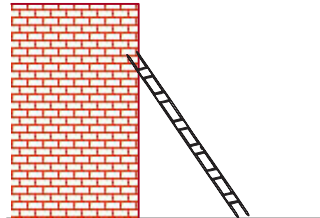
۲- ریسمان توسط ما به سمت بالا کشیده می‌شود، بنابراین عکس‌العمل این نیرو به دست، به صورت پایین‌سو وارد خواهد شد. پس نیرویی که ریسمان به دست ما وارد می‌کند برابر $-12\vec{j}(\text{N})$ خواهد بود.

فیلم پاسخ





۷۱. مطابق شکل، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است و به دیوار نیروی 45 N وارد می‌کند. اگر سر دیگر نردبان روی زمین در آستانه حرکت قرار داشته باشد، جرم نردبان چند کیلوگرم است؟ $(\mu_s = \frac{3}{4}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



① ۵

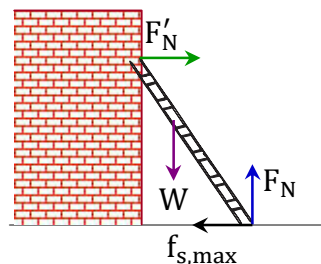
② ۷/۵

③ ۶

④ ۸

پاسخ

۳-۱ در شکل زیر، نیروهای وارد بر نردبان را نشان داده‌ایم. با توجه به اینکه دیوار قائم صیقلی است، نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند برابر با نیروی عمودی سطح (F'_N) است. بنابراین $F'_N = 45\text{ N}$ خواهد بود:



۲- با توجه به تعادل نردبان خواهیم داشت:

$$F'_N = f_{s,\max} = 45\text{ N}$$

-۳

$$f_{s,\max} = \mu_s \times F_N \Rightarrow F_N = \frac{45}{\frac{3}{4}} = 60\text{ N}$$

۴- مجدداً با توجه به تعادل نردبان (این بار در راستای y) داریم:

$$F_N = W = 60\text{ N} \Rightarrow W = mg \Rightarrow m = \frac{W}{g} = 6\text{ kg}$$

فیلم پاسخ



۷۲. جرم یک موشک از زمان پرتابش تا رسیدن به ارتفاع معینی از سطح زمین نصف شده و انرژی جنبشی آن ۸ برابر گردیده است. تکانه موشک تا رسیدن به ارتفاع موردنظر چند برابر شده است؟

۱ ①

۲ ②

 $\sqrt{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④

۲

پاسخ

$$K = \frac{P^2}{2m} \Rightarrow \left(\frac{P'}{P}\right)^2 = \frac{K'}{K} \times \frac{m'}{m} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{P'}{P} = 2$$

فیلم پاسخ

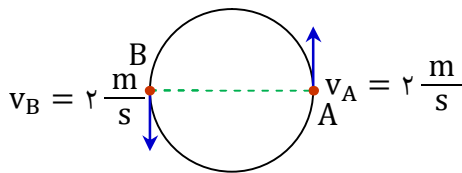


۷۳. گلوله‌ای به جرم 0.5 kg با تندی ثابت $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی محیط دایره‌ای به شعاع 4 m حرکت می‌کند. در مدت زمان نصف دوره حرکت، بزرگی نیروی متوسط وارد بر گلوله چند نیوتون است؟ ($\pi \approx 3$)

- ۱ $\frac{1}{3}$
۲ $\frac{1}{2}$
۳ ۲
۴ ۳

پاسخ

۱



۱- محاسبه دوره:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \times 3 \times 4}{2} = 12 \text{ s}$$

۲- در مدت زمان نیم‌دوره، گلوله از وضعیت A به B می‌رسد. تغییر تکانه گلوله را حساب می‌کنیم:

$$|F_{av}| = \left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| \Rightarrow |F_{av}| = \left| \frac{m(v_B - v_A)}{\frac{T}{2}} \right|$$

$$= \left| \frac{0.5(-2 - 2)}{6} \right| = \frac{1}{3} \text{ N}$$

فصل

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

حرکت دایره‌ای یکنواخت

زیرواحد یادگیری

حرکت‌شناسی حرکت دایره‌ای

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۴. خودرویی می‌خواهد با تندی ثابت روی محیط دایره‌ای افقی به شعاع 50 m حرکت کند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی لاستیک‌های خودرو با سطح به ترتیب $0/8$ و $0/5$ باشد، حداکثر تندی مجاز خودرو چند متر بر ثانیه خواهد بود؟
($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

① $\frac{\sqrt{10}}{2}$

② $5\sqrt{10}$

③ ۲

④ ۲۰

پاسخ

④ با توجه به اینکه اصطکاک ایستایی نیروی مرکز‌گرای لازم را برای خودرو تامین می‌کند، داریم:

$$\mu_s \geq \frac{v^2}{rg} \Rightarrow v^2 \leq 50 \times 10 \times 0/8 \Rightarrow v \leq 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

فیلم پاسخ



۷۵. دو ماهواره به جرم‌های m_1 و $m_2 = \frac{m_1}{3}$ به ترتیب در فاصله‌های $h_1 = R_e$ و $h_2 = 3R_e$ از سطح زمین با تندی‌های ثابت به دور زمین می‌چرخند. شتاب مرکز‌گرا و دوره حرکت ماهواره (۲) چند برابر ماهواره (۱) است؟ (به ترتیب از راست به چپ و R_e شعاع زمین است).

۱) $3\sqrt{3}, \frac{1}{2}$

۲) $3\sqrt{3}, \frac{1}{4}$

۳) $2\sqrt{2}, \frac{1}{2}$

۴) $2\sqrt{2}, \frac{1}{4}$

پاسخ

۴ - ۱. شتاب مرکز‌گرای حرکت ماهواره‌ها به دور زمین همان شتاب گرانش (g) است:

$$g = G \frac{M}{r^2} \xrightarrow{M, G \text{ ثابت}}$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r=h+R_e} \frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{R_e+R_e}{R_e+3R_e}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

۲- می‌دانیم مربع دوره حرکت ماهواره‌ها به دور زمین با مکعب فاصله آن‌ها از مرکز زمین متناسب است، پس:

$$T^2 \propto r^3 \xrightarrow{r=h+R_e} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{R_e+3R_e}{R_e+R_e}\right)^3 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 2\sqrt{2}$$

فیلم پاسخ



۷۶. متن زیر توصیفی از معادله نوشتاری یک واکنش است. کدام دو

عدد جاهای خالی را به درستی پر می کند؟

«یک مول نیتروگلیسیرین با فرمول مولکولی $C_3H_5N_3O_9$ در

اثر گرما یا ضربه با یک واکنش انفجاری تجزیه می شود و علاوه

بر تشکیل گازهای نیتروژن و اکسیژن، تولید مول گاز

کربن دی اکسید و مول بخار آب می کند.

① ۱۰ - ۱۲

② ۳ - ۲/۵

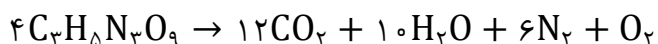
③ ۵ - ۶

④ ۷ - ۹

پاسخ

② معادله انفجاری تجزیه نیتروگلیسیرین را می توان به صورت زیر

نوشت:



با توجه به اینکه با تجزیه ۴ مول واکنش دهنده، ۱۲ مول CO_2 و ۱۰

مول بخار آب تولید می شود، می توان گفت از تجزیه یک مول

نیتروگلیسیرین ۳ مول CO_2 و ۲/۵ مول H_2O تولید خواهد شد.

فصل

فصل ۲: رد پای گازها در زندگی

واحد یادگیری

رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید

آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت

زیر واحد یادگیری

استوکیومتری حجمی در گازها

حیطه شناختی

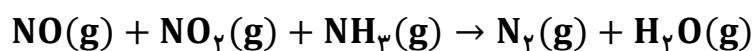
پیشرفته

فیلم پاسخ



۷۷. مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد پس از موازنه معادله

واکنش زیر کدام است؟



۷ ①

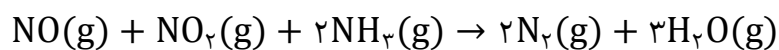
۸ ②

۹ ③

۱۰ ④

پاسخ

③ معادله موازنه شده به صورت زیر است:



$$1 + 1 + 2 + 2 + 3 = 9$$

فصل ۲: ردپای گازها در زندگی

واکنش‌های شیمیایی و قانون پایستگی

جرم / موازنه کردن معادله واکنش‌های

شیمیایی

موازنه کردن واکنش‌ها

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۸. کدام عبارت‌ها در مورد گاز اوزون نادرست است؟

(آ) مقدار آن در هواکره ناچیز است.

(ب) نقطه جوش آن پایین‌تر از گاز اکسیژن است.

(پ) برای گندزدایی میوه‌ها و سبزیجات و نگهداری نمونه‌های

جانداران استفاده می‌شود.

(ت) وجود آن در تروپوسفر سبب سوزش چشمان و آسیب دیدن

ریه‌ها می‌شود.

۱) آ و ت

۲) ب و ت

۳) ب و پ

۴) آ و پ

پاسخ

۳) عبارت‌های «آ» و «ت» درست است.

(ب) نادرست. نقطه جوش گاز اوزون (-112°C) بالاتر از گاز

اکسیژن (-183°C) است.

(پ) نادرست. در صنعت از گاز O_3 برای گندزدایی میوه‌ها و

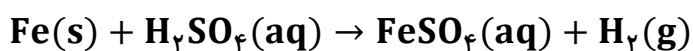
سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

فیلم پاسخ



۷۹. $۹/۰۳ \times ۱۰^{۲۲}$ اتم آهن با شرکت در واکنش زیر چند لیتر گاز

هیدروژن در شرایط STP تولید می‌کند؟



۱) ۲/۲۶

۲) ۳/۳۶

۳) ۴/۴۶

۴) ۵/۵۶

پاسخ

۲

$$\begin{aligned} \text{? LH}_2 &= ۹/۰۳ \times ۱۰^{۲۲} \text{Fe اتم} \times \frac{۱ \text{ mol Fe}}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{Fe اتم}} \times \frac{۱ \text{ mol H}_2}{۱ \text{ mol Fe}} \\ &\times \frac{۲۲/۴ \text{ LH}_2}{۱ \text{ mol H}_2} = ۳/۳۶ \text{ LH}_2 \end{aligned}$$

شیمی

فصل

فصل ۲: ردپای گازها در زندگی

واحد یادگیری

رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید

آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت

زیر واحد یادگیری

استوکیومتری حجمی در گازها

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۸۰. در فرایند هابر برای تولید آمونیاک، کدام مورد نادرست است؟

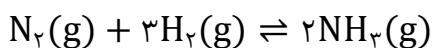
- ① با روش هابر و تأمین شرایط بهینه تولید آمونیاک، تمامی گازهای نیتروژن و هیدروژن به مقدار قابل توجهی آمونیاک تبدیل می‌شوند.
- ② جداسازی آمونیاک از مخلوط واکنش‌دهنده‌ها به کمک تفاوت نقطه جوش آنها امکان‌پذیر است.
- ③ گازهای نیتروژن و هیدروژن در دما و فشار اتاق در حضور کاتالیزگر یا جرقه با هم واکنش نمی‌دهند.
- ④ از کاربردهای مهم آمونیاک، تهیه کودهای شیمیایی و یا تزریق مستقیم آن به خاک کشاورزی است.

پاسخ

۱

نکته

واکنش گازهای هیدروژن و نیتروژن و تولید آمونیاک یک واکنش برگشت‌پذیر است که به‌طور کامل انجام نمی‌شود. گزینه «۱» نادرست است. با توجه به برگشت‌پذیر بودن واکنش تهیه آمونیاک، هیچ‌گاه تمام گازهای واکنش‌دهنده به فراورده تبدیل نمی‌شوند.



فیلم پاسخ



۸۱. در مورد منابع آب در آب‌کره، کدام گزینه درست است؟

- ① منابع اقیانوسی آب، حدود ۵ برابر منابع غیراقیانوسی آب است.
- ② آب‌های زیرزمینی بیشترین مقدار منابع آب غیراقیانوسی را شامل می‌شوند.
- ③ جرم کل مواد حل‌شده در آب‌های کره زمین، تقریباً ثابت است.
- ④ کوه‌های یخ حدود ۰.۵٪ منابع آب‌کره را شامل می‌شوند.

پاسخ

- ③ گزینه «۱»: نادرست است. منابع اقیانوسی $۹۷/۲\%$ آب را در آب‌کره شامل می‌شوند.
- گزینه «۲»: نادرست است. بیشترین مقدار منابع آب غیراقیانوسی مربوط به کوه‌های یخ می‌باشد.
- گزینه «۴»: نادرست است. کوه‌های یخ $۲/۱۵\%$ از منابع آب را شامل می‌شوند.

فیلم پاسخ



۸۲

در مورد محلول‌ها چند جمله زیر نادرست بیان شده است؟

- هوای پاکی که تنفس می‌کنیم یک محلول است.
- در یک محلول، یک نوع ماده با حالت فیزیکی یکسان به‌عنوان حل‌شونده به‌صورت همگن پراکنده شده است.
- در محلول اتیلن‌گلیکول در آب، حالت فیزیکی، مایع و ترکیب شیمیایی در سراسر آن یکسان و یکنواخت است.
- در یک محلول همواره باید شمار مول‌های حلال از حل‌شونده بیشتر باشد.

۱ صفر

۲ ۱

۳ ۲

۴ ۳

پاسخ

۲ جمله اول درست است. هوای پاکی که تنفس می‌کنیم، محلولی از گازهاست.

جمله دوم نادرست است. حل‌شونده‌ها دو یا چند ماده می‌توانند باشند؛ مثلاً در هوا، اکسیژن یا کربن دی‌اکسید حل‌شونده در نیتروژن به‌عنوان حلال هستند.

جمله سوم درست است. محلول اتیلن‌گلیکول در آب، همان ضدیخ است.

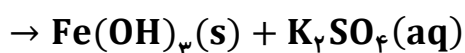
جمله چهارم درست است. به جزئی از محلول که شمار مول‌های آن بیشتر است، حلال می‌گوییم.

فیلم پاسخ



۸۳ ۱۰۰۰ گرم محلول پتاسیم هیدروکسید با غلظت ۵۶۰ ppm در واکنش کامل با محلول آهن (III) سولفات مطابق معادله نمادی زیر به تقریب چند گرم رسوب تولید می‌کند؟

(Fe = ۵۶, K = ۳۹, O = ۱۶, H = ۱: g. mol⁻¹)



(معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱) ۰/۲۵

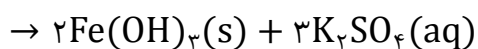
۲) ۰/۳۵

۳) ۰/۴۵

۴) ۰/۶۵

پاسخ

۲) معادله موازنه شده:



ابتدا جرم KOH را در ۱۰۰۰ گرم محلول به دست می‌آوریم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$560 = \frac{m}{1000} \times 10^6 \Rightarrow m = 0.56 \text{ g KOH}$$

فراورده رسوبی Fe(OH)₃ است:

$$\begin{aligned} ? \text{ g Fe(OH)}_3 &= 0.56 \text{ g KOH} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} \times \frac{2 \text{ mol Fe(OH)}_3}{6 \text{ mol KOH}} \\ &\times \frac{107 \text{ g Fe(OH)}_3}{1 \text{ mol Fe(OH)}_3} \simeq 0.35 \text{ g Fe(OH)}_3 \end{aligned}$$

فیلم پاسخ



۸۴ نمونه‌ای از محلول غلیظ هیدروکلریک اسید به غلظت ۴ مولار موجود است. می‌خواهیم برای یک آزمایش ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۴ مولار از این اسید داشته باشیم. چند میلی‌لیتر آب مقطر برای رقیق کردن این اسید مصرف می‌شود؟

۱) ۶۰

۲) ۴۰

۳) ۱۸۰

۴) ۲۰

پاسخ

۳

نکته

با اضافه کردن آب به محلول غلیظ، تعداد مول‌های اسید تغییر نمی‌کند و میان نمونه غلیظ و رقیق آن رابطه زیر برقرار است:

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

(در این رابطه M غلظت مولی و V حجم هریک از دو محلول با یکای یکسان است.)

$$4 \times V_1 = 0.4 \times 200$$

$$V_1 = 20 \text{ mL} \text{ حجم اسید غلیظ}$$

$$200 - 20 = 180 \text{ mL} : \text{حجم آب مقطر مورد نیاز}$$

فصل

فصل ۳: آب، آهنگ زندگی

واحد یادگیری

مقدمه / همراهان ناپیدای آب / محلول و

مقدار حل‌شونده‌ها / قسمت در میلیون

زیرواحد یادگیری

غلظت مولی (مولار)

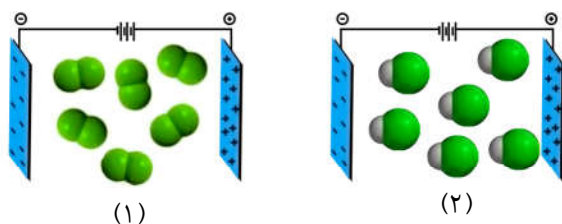
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



با توجه به دو شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟



- ۱ شکل (۱) می‌تواند مربوط به مولکول‌های N_2 یا F_2 باشد.
- ۲ شکل (۲) می‌تواند مربوط به مولکول‌های HCl یا CO باشد.
- ۳ اگر مولکول‌های نشان داده شده HCl و H_2 باشند، مولکولی که در شکل (۲) قرار می‌گیرد، آسان‌تر مایع می‌شود.
- ۴ مولکول شکل (۲)، گشتاور دوقطبی بیشتری نسبت به مولکول شکل (۱) دارد.

پاسخ

۲ در شکل سمت راست یا شکل (۲) مولکول قطبی CO با توجه به بار جزئی مثبت روی C و بار جزئی منفی روی O باید از طرف C به قطب منفی نزدیک شود و شکل با شعاع کوچکتر که به قطب منفی نزدیک شده نمی‌تواند C باشد چون شعاع C از O بزرگتر است.

میدانید

در یک دوره جدول دوره‌ای عناصرها، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی از چپ به راست کاهش می‌یابد.

$$r_{O} < r_{C} \text{ شعاع اتمی}$$

فصل

فصل ۳: آب، آهنگ زندگی

واحد یادگیری

رفتار آب و دیگر مولکول‌ها در میدان الکتریکی / نیروهای بین‌مولکولی آب، فراتر از انتظار / پیوندهای هیدروژنی در حالت‌های فیزیکی گوناگون آب

زیرواحد یادگیری

رفتار مولکول‌ها در میدان الکتریکی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



آب و دیگر حلال‌ها / کدام مواد با یکدیگر محلول می‌سازند؟ / فرایند انحلال نمک‌ها در آب

کدام مواد با یکدیگر محلول می‌سازند؟

۸۶ کدام موارد جمله زیر را به درستی کامل می‌کنند؟

«در فرایند انحلال میزان جاذبه ایجاد شده بین حلال و حل‌شونده به اندازه‌ای که بتواند بر جاذبه اولیه بین ذره‌های سازنده حلال خالص و بین حل‌شونده خالص غلبه کند.»

(آ) BaSO_4 در H_2O - است

(ب) KNO_3 در C_6H_{14} - نیست

(پ) I_2 در C_8H_{18} - است

(ت) LiCl در C_8H_{18} - است

۱) آ و ب

۲) پ و ت

۳) آ و ت

۴) ب و پ

پاسخ

۴

میدانید

فرایند انحلال هنگامی منجر به تشکیل محلول می‌شود که:

میانگین جاذبه‌ها در حلال خالص و حل‌شونده خالص > جاذبه‌های حل‌شونده با حلال در محلول (آ) نادرست. باریم سولفات در آب نامحلول است و جاذبه موردنظر کافی نیست.

(ب) درست. پتاسیم نیترات در هگزان نامحلول است و جاذبه کافی نیست.

(پ) درست. یُد در اوکتان حل می‌شود و جاذبه کافی است.

(ت) نادرست. لیتیم کلرید در اوکتان نامحلول است و جاذبه کافی نیست.

فیلم پاسخ



۸۷ انحلال پذیری گاز H_2S در دمای $20^\circ C$ برابر $0.38g$ و در دمای $45^\circ C$ برابر $0.20g$ در 100 گرم آب است. اگر 50 گرم آب از دمای $20^\circ C$ تا دمای $45^\circ C$ گرم شود، به تقریب چند میلی لیتر H_2S در شرایط STP آزاد می شود؟
($H = 1, S = 32 \text{ g.mol}^{-1}$)

① ۵۹/۲

② ۶۴/۸

③ ۳۹/۲

④ ۴۲/۸

پاسخ

① ابتدا انحلال پذیری در 50 گرم آب را در هر دو دما حساب می کنیم:

$$\frac{0.38g H_2S}{x=0.19g} = \frac{100g H_2O}{50g H_2O} \quad \text{در دمای } 20^\circ C$$

$$\frac{0.20g H_2S}{x=0.1g} = \frac{100g H_2O}{50g} \quad \text{در دمای } 45^\circ C$$

$$0.19 - 0.1 = 0.09g H_2S \quad \text{جرم گاز آزاد شده}$$

$$\begin{aligned} ? \text{ mL } H_2S &= 0.09g H_2S \times \frac{1 \text{ mol } H_2S}{34g H_2S} \times \frac{22.4 \text{ L } H_2S}{1 \text{ mol } H_2S} \\ &\times \frac{1000 \text{ mL } H_2S}{1 \text{ L } H_2S} = 59.2 \text{ mL } H_2S \end{aligned}$$

فصل

فصل ۳: آب، آهنگ زندگی

واحد یادگیری

آیا گازها هم در آب حل می شوند؟ / ردپای

آب در زندگی

زیر واحد یادگیری

اثر دما در انحلال گازها در آب

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۸۸ کدام دو مورد عبارت زیر را به نادرستی کامل می‌کنند؟

در فرایند اسمز معکوس برخلاف اسمز،

آ) حرکت مولکول‌های آب بیشتر از سمت محلول غلیظ به رقیق است.

ب) برای انجام شدن، باید به سامانه نیرو وارد شود.

پ) با گذشت زمان در لوله U شکل که با غشاء نیمه‌تراوا جدا شده، حجم و ارتفاع محلول غلیظ، افزایش می‌یابد.

ت) غلظت نمک در محلول غلیظ، افزایش و تعداد مولکول‌های آب در محلول رقیق، کاهش پیدا می‌کند.

۱) آ و ب

۲) آ و پ

۳) ب و ت

۴) پ و ت

پاسخ

۴ موارد «پ» و «ت» نادرست هستند.

میدانید

در فرآیند اسمز معکوس مولکول‌های آب بیشتر از سمت محیط غلیظ به سمت محیط رقیق حرکت می‌کنند و محلول غلیظ، غلیظ‌تر می‌شود. در این روند حجم و ارتفاع محلول غلیظ کاهش می‌یابد و شمار مولکول‌های آب محلول رقیق زیادتر می‌شود و حجم و ارتفاع محلول رقیق افزایش می‌یابد. و در پایان روند، غلظت محلول‌ها یکسان نیست.

فیلم پاسخ



۸۹

چند عبارت زیر در مورد اتیلن گلیکول نادرست است؟

• اتیلن گلیکول به هر نسبتی در آب حل می‌شود، اما مانند اوره در هگزان نامحلول است.

• جرم مولی آن با جرم مولی سدیم اکسید برابر است

($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1 \text{ g. mol}^{-1}$)

• می‌توان ساختار آن را به صورت  نشان داد.

• در ساختار آن به تعداد اتم‌های کربن، گروه عاملی

هیدروکسیل وجود دارد.

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ

۱) بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست است. اتیلن گلیکول از اتانول قطبی‌تر است و مانند اتانول به هر نسبتی در آب حل می‌شود؛ اوره هم قطبی است و هیچ کدام در هگزان ناقطبی حل نمی‌شوند.

عبارت دوم: درست است.

$\text{C}_2\text{H}_6\text{O}_2 = 62 \text{ g. mol}^{-1}$ جرم مولی

$\text{Na}_2\text{O} = 62 \text{ g. mol}^{-1}$ جرم مولی

عبارت سوم: درست است.

عبارت چهارم: درست است. دو اتم کربن و دو گروه هیدروکسیل ($-\text{OH}$) دارد.

فیلم پاسخ



۹۰. در چند مورد، ویژگی مورد نظر در دو نوع مخلوط داده شده،

یکسان است؟

آ) پایداری: محلول و کلوئید

ب) ناهمگن بودن: سوسپانسیون و کلوئید

پ) همگن بودن: محلول و کلوئید

ت) رفتار در برابر نور: محلول و سوسپانسیون

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ

۳) موارد «آ» و «ب» یکسان است.

آ) محلول‌ها و کلوئیدها هر دو پایدارند.

ب) سوسپانسیون‌ها و کلوئیدها هر دو ناهمگن هستند.

پ) محلول، همگن و کلوئید، ناهمگن است.

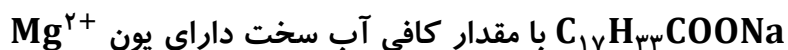
ت) در محلول مسیر عبور نور مشخص نیست (نور را پخش نمی‌کند)

ولی سوسپانسیون نور را پخش می‌کند.

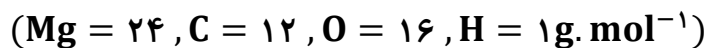
فیلم پاسخ



۹۱. از واکنش کامل ۰/۰۲ مول از صابونی با فرمول



چند گرم رسوب تشکیل می‌شود؟



۱) ۲/۹۳

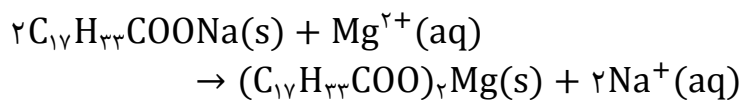
۲) ۵/۸۶

۳) ۱۱/۷۲

۴) ۲۳/۴۴

پاسخ

۲) معادله واکنش به صورت زیر است:



$$\frac{۰/۰۲}{۲ \text{ mol صابون}} = \frac{x}{۵۸۶ \text{ g رسوب}} \Rightarrow x = ۵/۸۶ \text{ g رسوب}$$

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

مقدمه / پاکیزگی محیط با مولکول‌ها

زیر واحد یادگیری

عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون /

آب سخت

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۲. پاسخ سه پرسش زیر در مورد یک پاک کننده غیرصابونی کدام است؟

(آ) شمار اتم های هیدروژن موجود در بخش بنزنی یک پاک کننده غیرصابونی کدام است؟

(ب) اگر سدیم موجود در یک پاک کننده غیرصابونی با Ca جایگزین شود، ترکیب حاصل در آب محلول است یا نامحلول؟

(پ) گروه $(-SO_3^-)$ در یک پاک کننده غیرصابونی چند جفت الکترون ناپیوندی دارد؟

۱) ۶- محلول - ۹

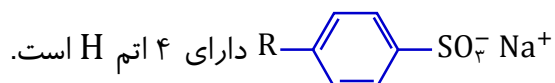
۲) ۴- محلول - ۹

۳) ۴- نامحلول - ۸

۴) ۶- نامحلول - ۸

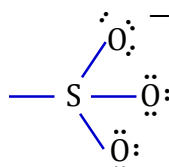
پاسخ

۲) (آ) حلقه بنزنی در پاک کننده های غیرصابونی با ساختار کلی:



(ب) محلول است. پاک کننده های غیرصابونی در آب سخت محلول اند.

(پ) ساختار لوویس گروه سولفونات (SO_3^-) به شکل زیر است:



و در مجموع ۹ جفت الکترون ناپیوندی دارد.

فصل

فصل ۱: مولکول ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

در جست و جوی پاک کننده های جدید

زیر واحد یادگیری

پاک کننده های غیرصابونی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۳. براساس مدل آرنیوس چه تعداد از گونه‌های زیر خاصیت بازی

دارند؟

- آمونیاک
- آهک
- اتانول
- پتاسیم
- گوگرد دی‌اکسید
- باریم اکسید

۱ ۲

۲ ۳

۳ ۴

۴ ۵

پاسخ

۳. آمونیاک (NH_3)، آهک (CaO)، پتاسیم (K) و

باریم اکسید (BaO) در واکنش با آب، موجب تولید یون OH^- شده خاصیت بازی دارند.

اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) انحلال مولکولی دارد.

گوگرد دی‌اکسید (SO_2) در آب خاصیت اسیدی دارد.

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

اسیدها و بازها

زیرواحد یادگیری

مدل اسید و باز آرنیوس

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۴. در ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۳ مولار اسید HA با درصد یونش ۰/۱۸ درصد، در مجموع چند مول یون از این اسید وجود دارد؟

۱) $2/16 \times 10^{-4}$

۲) $4/32 \times 10^{-4}$

۳) $5/4 \times 10^{-4}$

۴) $10/8 \times 10^{-4}$

پاسخ

۲

$$[H^+] = M \cdot \alpha$$

$$\Rightarrow [H^+] = 0/3 \times 0/18 \times 10^{-2} = 5/4 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$\begin{aligned} ? \text{ mol } H^+ &= 400 \text{ mL محلول} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \\ &\times \frac{5/4 \times 10^{-4} \text{ mol } H^+}{1 \text{ L محلول}} \end{aligned}$$

$$= 2/16 \times 10^{-4} \text{ mol } H^+$$



با توجه به اینکه با یونش هر مول HA، به تعداد یون H^+ ، یون A^- نیز تولید می‌شود، مجموع تعداد مول‌های یون‌ها، ۲ برابر تعداد مول‌های یون H^+ خواهد بود:

$$2 \times 2/16 \times 10^{-4} = 4/32 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

رسانایی الکتریکی محلول‌ها و قدرت اسیدی

زیر واحد یادگیری

درجه یونش و مسائل مربوط به آن

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۵. نسبت K_a اسید HA به HB برابر 10^{10} است. اگر غلظت HA و HB به ترتیب ۴ و ۰/۰۴ مولار باشد. نسبت درجه یونش HA به HB کدام است؟

① 10^{-3} ② 10^{-4} ③ 10^3 ④ 10^4

۴

پاسخ

$$\frac{K_a(HA)}{K_a(HB)} = \frac{M \cdot \alpha_{HA}}{M \cdot \alpha_{HB}}$$

$$10^{10} = \frac{4 \times \alpha_{HA}}{0/04 \times \alpha_{HB}} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{\alpha_{HA}}{\alpha_{HB}} = 10^4$$

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

ثابت تعادل و قدرت اسیدی

زیرواحد یادگیری

ثابت تعادل (K) و مسائل مربوط به آن

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۶. دو اسید HA و HB با غلظت‌های متفاوت، pH یکسانی دارند.

کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- ① غلظت یون‌های A^- و B^- حاصل از یونش این دو اسید با هم برابر است.
- ② میزان رسانایی الکتریکی محلول این دو اسید یکسان نمی‌باشد.
- ③ میزان اسیدی بودن محلول این دو اسید یکسان نیست.
- ④ درجه یونش این دو اسید با هم برابر است.

پاسخ

① یکسان بودن pH به معنای یکسان بودن $[H^+]$ و آنیون حاصل از آنها است.

یکسان بودن شمار یون‌ها در دو محلول، رسانایی الکتریکی یکسان ایجاد می‌کند. یکسان بودن $[H^+]$ در دو محلول نشان می‌دهد میزان اسیدی بودن محلول این دو اسید یکسان است.

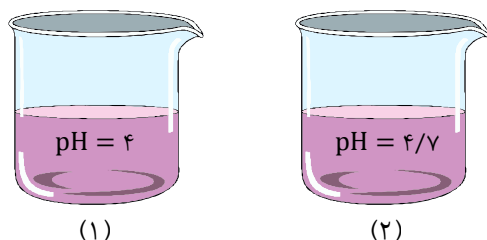
این دو اسید با وجود غلظت‌های متفاوت، غلظت H^+ یکسان دارند بنابراین درجه یونش آنها متفاوت است

$$[H^+] = M. \alpha$$

فیلم پاسخ



۹۷. دو ظرف (۱) و (۲) حاوی دو محلول در دمای 25°C می‌باشند. نسبت غلظت یون هیدرونیوم در محلول ظرف (۱) به یون هیدروکسید در محلول ظرف (۲) کدام است؟ ($\log 5 = 0.7$)



- ۱ 2×10^5
- ۲ 5×10^4
- ۳ 5×10^6
- ۴ 2×10^6

پاسخ

۱ غلظت یون $[\text{H}^+]$ در محلول ظرف (۱):

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4} \text{ mol. L}^{-1}$$

غلظت یون $[\text{OH}^-]$ در محلول ظرف (۲):

$$\text{pOH} = 14 - 4/7 = 9/3$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-\text{pOH}} = 10^{-9/3} = 10^{-3} \times \underbrace{10^{0.7}}_5$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-4}}{5 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^5$$

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن

زیر واحد یادگیری

محاسبه‌های pH و مسائل عددی آن

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۸. pH محلولی از هیدرویدیک اسید برابر ۲/۳ است. غلظت مولی

این اسید کدام است؟ ($\log 5 = 0.7$)

۱. 5×10^{-2}

۲. 5×10^{-3}

۳. 7×10^{-2}

۴. 7×10^{-3}

پاسخ

۲

$$\text{pH} = 2/3$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2/3} = 10^{-3} \times \underbrace{10^{0.7}}_5$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن

زیر واحد یادگیری

محاسبه‌های pH و مسائل عددی آن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۹۹. حجم محلول ۰/۱ مولار یک باز قوی با فرمول $B(OH)_2$ را با اضافه کردن آب مقطر، ۱۰ برابر می‌کنیم؛ pH محلول واحد می‌یابد.

① ۱ - کاهش

② ۱ - افزایش

③ ۲ - کاهش

④ ۲ - افزایش

پاسخ

۱

نکته

اگر حجم یک محلول شامل اسید یا باز قوی را با افزودن آب n برابر کنیم pH به اندازه $\log n$ تغییر خواهد کرد.

$$\Delta pH = \log n \leftrightarrow n = 10^{\Delta pH}$$

با ۱۰ برابر کردن حجم یک باز قوی pH یک واحد کاهش می‌یابد.

نکته

فرمول $B(OH)_2$ یا ظرفیت باز تأثیری روی تغییر pH با افزایش یا کاهش آب ندارد.

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

بازها محلول‌هایی با pH بین ۷ و ۱۴

زیرواحد یادگیری

محاسبه pH در محلول بازی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۰۰. ۳/۴۲ گرم باریم هیدروکسید را به مقداری آب اضافه کرده و حجم محلول را به ۵L می‌رسانیم. pH محلول حاصل کدام است؟

(Ba = ۱۳۷, O = ۱۶, H = ۱ g. mol⁻¹)
(log ۲ = ۰/۳)

۱۱/۱ ①

۱۲/۱ ②

۱۱/۹ ③

۱۲/۹ ④

پاسخ

۴

$$\begin{aligned} ? \text{ mol Ba(OH)}_2 &= 3/42 \text{ g Ba(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ mol Ba(OH)}_2}{171 \text{ g Ba(OH)}_2} \\ &= 0.02 \text{ mol Ba(OH)}_2 \end{aligned}$$

$$\text{غلظت محلول} = \frac{0.02 \text{ mol Ba(OH)}_2}{5 \text{ L}} = 0.04 \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\begin{aligned} [\text{OH}^-] &= 2[\text{Ba(OH)}_2] \\ &= 2 \times 0.04 = 8 \times 10^{-2} \text{ mol. L}^{-1} \end{aligned}$$

$$\text{pOH} = -\log(8 \times 10^{-2}) = 2 - \underbrace{\log 8}_{0/9} = 1/1$$

$$\text{pH} = 14 - 1/1 = 12/9$$

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

بازها محلول‌هایی با pH بین ۷ و ۱۴

زیر واحد یادگیری

محاسبه pH در محلول بازی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۱۰۱. ۱۰ لیتر اسید قوی HA با $\text{pH} = ۳$ با اضافه کردن چند گرم

NaOH به طور کامل خنثی می شود؟

($\text{Na} = ۲۳, \text{O} = ۱۶, \text{H} = ۱ \text{ g. mol}^{-۱}$)

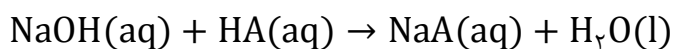
۴۰ ①

۴ ②

۰/۴ ③

۰/۰۴ ④

۳



$$[\text{H}^+] = ۱۰^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = ۱۰^{-۳}$$

$$[\text{H}^+] = \text{Ma. } \alpha \xrightarrow{\alpha=۱ \text{ اسید قوی}} \text{Ma} = ۱۰^{-۳} \text{ mol. L}^{-۱}$$

$$? \text{ gNaOH} = ۱۰ \text{ LHA} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ molHA}}{۱ \text{ LHA}} \times \frac{۱ \text{ molNaOH}}{۱ \text{ molHA}}$$

$$\times \frac{۴۰ \text{ gNaOH}}{۱ \text{ molNaOH}} = ۰/۴ \text{ gNaOH}$$

پاسخ

فصل

فصل ۱: مولکول ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

شوینده های خورنده چگونه عمل می کنند؟

زیر واحد یادگیری

واکنش خنثی شدن اسید و باز

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۱۰۲. کدام مورد از جمله کاربردهای الکتروشیمی و قلمرو آن محسوب

نمی‌شود؟

- ① یک قاشق آهنی با لایه‌ای نازک از فلز نیکل پوشیده می‌شود.
- ② با عبور جریان برق از منیزیم کلرید مذاب استخراج شده از آب دریا، فلز منیزیم تولید می‌شود.
- ③ فلز لیتیم در باتری‌های لیتیمی به‌عنوان آند به تولید الکتریسیته کمک می‌کند.
- ④ از واکنش مستقیم گاز هیدروژن و نیتروژن به روش هابر، گاز آمونیاک تولید می‌شود.

پاسخ

④ آبکاری، برق‌کافت و استفاده از باتری‌ها از جمله کاربردهای قلمرو الکتروشیمی می‌باشد که در گزینه‌های اول، دوم و سوم آمده است.

فصل

فصل ۲: آسایش و رفاه در سایه شیمی

واحد یادگیری

مقدمه / انجام واکنش با سفر الکترون

زیر واحد یادگیری

تعریف الکتروشیمی و قلمرو آن

حیطه شناختی

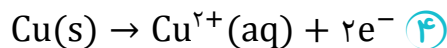
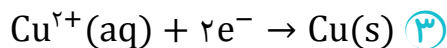
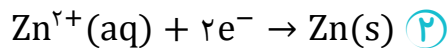
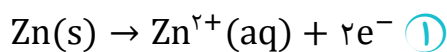
مقدماتی

فیلم پاسخ



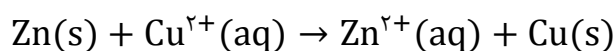
۱۰۳. در واکنش فلز روی با محلول مس (II) سولفات نیم واکنش

کاهش کدام است؟



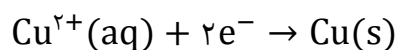
پاسخ

۳ در این واکنش یونهای SO_4^{2-} ناظر می باشند:



اتمهای Zn اکسایش یافته و یونهای Cu^{2+} کاهش می یابند. پس

نیم واکنش کاهش به صورت زیر است:



فصل

فصل ۲: آسایش و رفاه در سایه شیمی

واحد یادگیری

مقدمه / انجام واکنش با سفر الکترون

زیر واحد یادگیری

نوشتن نیم واکنش های اکسایش و کاهش

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۰۴. با توجه به واکنش $\text{NaH(s)} + \text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow \text{NaOH(aq)} + \text{H}_2\text{(g)}$

کدام گزینه درست است؟

① اتم اکسیژن اکسند و اتم هیدروژن کاهنده است.

② نیم‌واکنش اکسایش به صورت: $\text{Na(s)} \rightarrow \text{Na}^+\text{(aq)} + \text{e}^-$

است.

③ نیم‌واکنش کاهش در آن به صورت: $\text{H}_2\text{(g)} + 2\text{e}^- \rightarrow 2\text{H}^-\text{(aq)}$

است.

④ عنصر اکسند و کاهنده در آن یکسان است.

پاسخ

④ در طی این واکنش H^- متصل به Na^+ الکترون می‌دهد و

اکسایش می‌یابد.

و اتم $\text{H}^{\delta+}$ در مولکول H_2O با گرفتن الکترون کاهش می‌یابد و این

دو با هم یک مولکول H_2 را تشکیل می‌دهند.

فصل

فصل ۲: آسایش و رفاه در سایه شیمی

واحد یادگیری

مقدمه / انجام واکنش با سفر الکترون

زیر واحد یادگیری

نوشتن نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش

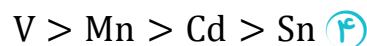
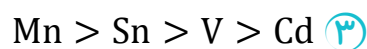
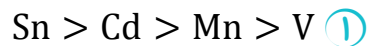
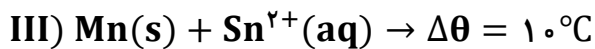
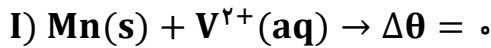
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۰۵. با توجه به واکنش‌های داده شده و تغییر دمای ایجاد شده از آنها، در کدام گزینه قدرت کاهندگی فلزها به‌درستی مقایسه شده است؟



پاسخ

۴. واکنش (I) انجام نمی‌شود زیرا تغییر دما نداریم، پس Mn نتوانسته به V^{2+} الکترون بدهد و V کاهنده قوی‌تر است:
 $\text{V} > \text{Mn}$

واکنش (II) و (III) نشان می‌دهد قدرت کاهندگی Cd و Mn هر دو از Sn بیشتر است اما چون واکنش Mn با Sn^{2+} تغییر دمای بیشتری ایجاد کرده است، پس Mn از Cd کاهنده‌تر است:



جمع‌بندی: $\text{V} > \text{Mn} > \text{Cd} > \text{Sn}$

فصل

فصل ۲: آسایش و رفاه در سایه شیمی

واحد یادگیری

جاری شدن انرژی با سفر الکترون

زیر واحد یادگیری

گرما در واکنش‌های تبادل الکترون

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ

