

۲۲ معادله درجه دوم $3x^2 + (2m-1)x + 2-m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟
مرجع: سراسری-۱۳۹۹

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{1}{\frac{a}{c}} = \frac{a}{c} \Rightarrow a^2 = -bc$$

$$9 + (2m-1)(2-m) = 0$$

$$9 + 2m - 2m^2 - 2 + m = 0 \rightarrow -2m^2 + 3m + 7 = 0$$

$$2m^2 - 3m - 7 = 0$$

$$m = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 56}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{65}}{4}$$

۲۳ فرض کنید نقاط $(-2, 5)$, $(0, 5)$ و $(1, 1)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟
مرجع: سراسری-۱۳۹۹

- (۱) $(-1, 3)$ (۲) $(-1, 4)$ (۳) $(2, 9)$ (۴) $(2, 15)$

۲۴ فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند. $\frac{1}{(x_1+1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^3}$ ریشه‌های کدام معادله هستند؟
مرجع: سراسری-۱۴۰۰

Second

$$S = \frac{1}{(x_1+1)^3} + \frac{1}{(x_2+1)^3}$$

$$P = \frac{1}{(x_1+1)^3} \times \frac{1}{(x_2+1)^3} = \frac{(x_1 x_2 + 1)^3}{(125)^3} = \frac{-1}{125}$$

Stage 1

$$x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow x(x+1) = 5$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{x}{5}$$

$$\frac{1}{(x+1)^3} = \frac{x^3}{125}$$

$$125x^3 + 14x - 1 = 0$$

۲۵ ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار α, β

مرجع: سراسری-۱۴۰۲

$$\alpha + \beta = \frac{-a}{2a} = \frac{-1}{2}$$

$$\alpha\beta = \frac{-6}{2a} = \frac{-3}{a}$$

(۳) -۲

$b = ? , a = ?$

(۲) -۳

کدام است؟

(۱) -۴

$$\alpha + \frac{1}{\beta} = \alpha' \rightarrow \alpha = \alpha' - \frac{1}{\beta}$$

$$\beta = \beta' - \frac{1}{\alpha}$$

$$\alpha\beta = (\alpha' - \frac{1}{\beta})(\beta' - \frac{1}{\alpha})$$

$$= \alpha'\beta' - \frac{1}{\alpha}(\alpha' + \beta') + \frac{1}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{b}{2} - \frac{1}{2}(\frac{a}{2}) + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{b}{2} = \frac{-4}{2a} = -\frac{2}{a} \rightarrow b = -4$$

۲۶ اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب s و p باشند حاصل عبارت

مرجع: سراسری-۱۴۰۰

$2p^2 - 3sp + 2s$ کدام است؟

$59 + 7\sqrt{69}$ (۴)

(۳) ۵۰

$7 + \sqrt{69}$ (۲) $59 - 7\sqrt{69}$ (۱)

$$x^2 = t^2 \rightarrow t^2 - 7t - 5 = 0 \rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 49 - 4(1)(-5) = 49$$

$$x_1 = \frac{7 + \sqrt{49}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{49}}{2}} \\ x_2 = -\sqrt{\frac{7 + \sqrt{49}}{2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 0 \\ P = -\frac{7 + \sqrt{49}}{2} \end{cases}$$

$$2p^2 = 2 \times \frac{(7 + \sqrt{49})^2}{4} = \frac{117 + 14\sqrt{49}}{2} = 59 + 7\sqrt{49}$$

۲۷ صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m + 2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت

مرجع: سراسری-۱۴۰۲

این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

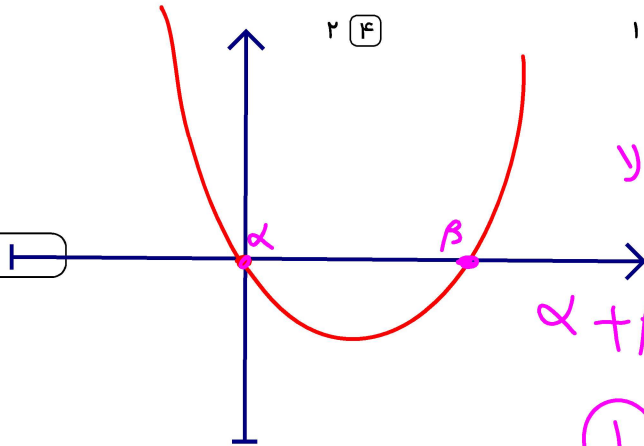
۲۸ به ازای چند مقدار a ، سهمی $y = ax^2 + (3 + 2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟ مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

(۱) هیچ مقدار a

(۲) تمام مقادیر a

(۳) ۱

(۴) ۲



$$x = 0 \rightarrow y = 0$$

(۱) $a > 0$ ، دیر بالا

$$\alpha + \beta > 0 \rightarrow \frac{-(3+2a)}{a} > 0 \rightarrow -\frac{3+2a}{a} > 0 \rightarrow -2a > 3$$

$$(1) \cap (2) = \emptyset$$

$$(2) \boxed{a < -\frac{3}{2}}$$

۲۹ کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟ مرجع: سراسری - ۱۴۰۱

(۱) $x = 2$

(۲) $x = 2,5$

(۳) $x = 3$

(۴) $x = 3,5$

۳۰ α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های برابر

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

$$a = ?$$

$\alpha\beta$ و $\alpha^2\beta$ باشند، مقدار a کدام است؟ ($a > 0$)

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

صاحب‌نظر = مجموع درجه

$$\frac{\alpha\beta}{\alpha\beta} + \frac{\alpha^2\beta}{\alpha\beta} = \frac{\alpha^2\beta \cdot \alpha\beta^2}{\alpha\beta}$$

$$\alpha + \beta = (\alpha\beta)^2$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{8}{a} \\ \alpha\beta = \frac{4}{a} \end{cases}$$

$$\frac{8}{a} = \frac{16}{a^2} \rightarrow 1 = \frac{2}{a} \Rightarrow a = 2$$

۳۱ محور تقارن‌های سهمی‌های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

یکسان روی دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟

(۱) -۸

(۲) -۴

(۳) ۸

(۴) ۴

۳۲ به ازای دو مقدار a ، یک ریشه معادله $۳x^2 - ax + ۴ = ۰$ ، سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار a ، کدام است؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۱

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k} \Rightarrow \frac{a^2}{412} = \frac{14}{3} \rightarrow a^2 = 728 \rightarrow a = \pm 27$$

۳۳ اگر α و β صفرهای سهمی $y = ۲۵\alpha x^2 + ۴x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟

مرجع: سراسری- ۱۴۰۳

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

$$|\alpha - \beta|^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P - 2P = S^2 - 4P = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

۳۴ اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ و $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$ باشد، اختلاف ریشه‌های

مرجع: سراسری-۱۴۰۲

این معادله کدام است؟

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$20\beta^2 + 20\alpha^2 + 20\beta - 20\beta = 17$$

$$\beta^2 + \alpha^2 + \beta - \beta = \frac{17}{20}$$

$$S^2 - 2P + \beta(\beta - 1) = \frac{17}{20}$$

$$1 + \frac{2b}{a} + \frac{b}{a} = \frac{17}{20}$$

$$\frac{3b}{a} = \frac{-3}{20} \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{-1}{20}$$

$$\frac{-b}{a} = \frac{1}{20}$$

$$S=1, P=\frac{-b}{a}$$

$$P=\frac{1}{20}$$

۳۵ نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور x ها را

در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

مرجع: سراسری-۱۴۰۲

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y = 2ax^2 - 5x + 18a \\ y = x \end{cases}$$

۳۶ سهمی $y = 2ax^2 - 5x + 18a$ در نقطه A بر نیمساز ناحیه سوم محورهای مختصات مماس است. مقدار a کدام است؟

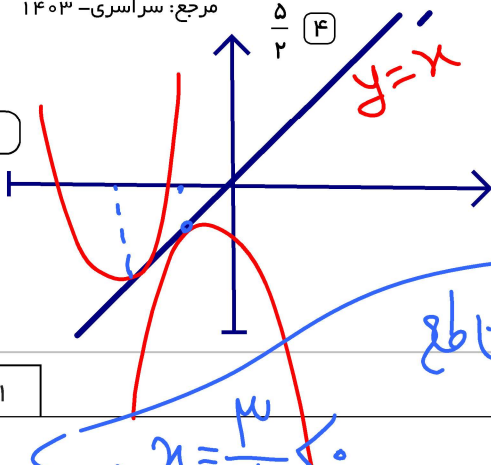
مرجع: سراسری-۱۴۰۳

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (1)$$



$$2ax^2 - 5x + 18a = x$$

$$2ax^2 - 6x + 18a = 0$$

$$ax^2 - 3x + 9a = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 9 - 36a^2 = 0$$

$$9 = 36a^2 \rightarrow a^2 = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ or } a = -\frac{1}{2}$$

۳۷

در یک دامنه محدود، برای چند مقدار مختلف a ، بیشترین مقدار سهمی $y = ax^2 + x + 2a$ برابر $-\frac{1}{2}$ است؟

مرجع: سراسری-۱۴۰۳

۱ (۴)

۲ (۳)

۲ (هیچ مقدار a)

۳ (۱)

۳۸

برای چند عدد طبیعی n ، بازه $(\frac{3-n}{2}, \frac{n+3}{n})$ شامل فقط یک عدد صحیح است؟

مرجع: سراسری-۱۴۰۴

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۹

به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطهٔ مینیمم تابع $y = x^2 - mx + 2 - m$ در ناحیهٔ اول محورهای مختصات قرار دارد؟

مرجع: سراسری-۱۴۰۴

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

۴۰ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشد، کمترین مقدار ممکن برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

مرجع: سراسری-۱۴۰۴

۷ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P =$$

$$= (-1)^2 - 2(-1 - m^2)$$

$$= 1 + 2 + 2m^2 = 3 + 2m^2$$

Min = 3

$$S = \frac{-b}{a} = -1$$

$$P = \frac{c}{a} = -1 - m^2$$

مرجع: smart-۱۴۰۰

۴۱ عبارت $P(x) = 6mx^2 + 2x - 1$ همواره منفی است. حدود m کدام است؟

$$m > -\frac{1}{6} \quad (۴)$$

$$-\frac{1}{6} < m < 0 \quad (۳)$$

$$m < -\frac{1}{6} \quad (۲)$$

$$m < 0 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\alpha + \beta = \frac{5}{2} \quad \alpha \beta = \frac{-1}{2}$$

۴۲ ریشه‌های کدام معادله، از معکوس ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 3x - 1 = 0$ ، یک واحد کمتر است؟

مرجع: سراسری-۱۳۹۴

$$x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\alpha} - 1, \frac{1}{\beta} - 1$$

$$S = \frac{1}{\alpha} - 1 + \frac{1}{\beta} - 1 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} - 2 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} - 2 = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{-1}{2}} - 2 = -5 - 2 = -7$$

$$P = (\frac{1}{\alpha} - 1)(\frac{1}{\beta} - 1) = (\frac{1}{\alpha\beta} - \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} + 1) = \frac{1}{\alpha\beta} - \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 = -7 - \frac{5}{2} + 1 = -8.5$$

$$x^2 + 5x + 2 = 0$$

۴۳ به ازای کدام مقادیر m ، معادله درجه دوم $(m - 6)x^2 - 2mx - 3 = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی منفی است؟

مرجع: سراسری-۱۳۹۷

$$3 < m < 6 \quad (۴)$$

$$0 < m < 3 \quad (۳)$$

$$m > 3 \quad (۲)$$

$$m < -6 \quad (۱)$$

۴۴ به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ ، همواره پایین محور x ها است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۸

۲ < m < ۶ (۴)

۲ < m < ۴ (۳)

۲ < m < ۵ (۲)

۱ < m < ۵ (۱)

۴۵ به ازای کدام مقدار m ، مجموع جذر هر دو ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی دوم $\frac{1}{8} = 0$ ، $(m + 1)x + 2x^2$ برابر ۲ می‌باشد؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۶

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۴۶ اگر $[x - 2] = 1$ باشد، نمودارهای دو تابع $f(x) = |x - 3| - |x - 4|$ و $g(x) = 2x^2 + x - 17$ ، در چند نقطه مشترک هستند؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۷

فاقد نقطه‌ی مشترک (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۷ به ازای کدام مقدار a ، معادله‌ی درجه‌ی دوم $x^2 - 2(a - 2)x + 14 - a = 0$ ، دارای دو ریشه‌ی متمایز مثبت است؟

مرجع: سراسری - ۱۳۹۶

۵ < a < ۱۴ (۴)

۲ < a < ۱۴ (۳)

۲ < a < ۵ (۲)

-۲ < a < ۲ (۱)

۴۸ معادله‌ی درجه‌ی دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه‌ی مثبت است. بازه‌ی مقادیر m ، کدام است؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

(-۶, -۴) (۴)

(-۶, ۰) (۳)

(-۴, -۲) (۲)

(-۴, ۰) (۱)

۴۹ به ازای کدام مقدار m ، هر یک از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $8x^2 - mx - 8 = 0$ ، توان ریشه‌های معادله‌ی

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۶

$2x^2 - x - 2 = 0$ می‌باشد؟

۱۵ (۴)

۱۳ (۳)

۱۱ (۲)

۹ (۱)

Handwritten solution for Q49:

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha \beta = \frac{c}{a} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$S = \alpha^m + \beta^m = (\alpha + \beta)^m - m\alpha\beta(\alpha + \beta)^{m-1}$$

$$= \frac{1}{2^m} - m(-1)\left(\frac{1}{2}\right)^{m-1} = \frac{1}{2^m} + \frac{m}{2^m} = \frac{m+1}{2^m}$$

$$P = \alpha^m \times \beta^m = (\alpha\beta)^m = (-1)^m = -1$$

$$x^2 - \frac{13}{8}x - 1 = 0$$

$$8x^2 - 13x - 8 = 0$$

۵۰ فرض کنید رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه‌ی (۳, ۱) باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟

مرجع: خارج از کشور - ۱۳۹۹

(۱, ۵) (۴)

(۲, ۵) (۳)

(۵, -۹) (۲)

(۵, -۷) (۱)