

مرجع: سراسری- ۱۳۹۹

$$\sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{3^2} = \sqrt{3}$$

۱ حاصل عبارت $2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} - \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}}$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} \times \frac{5 + \sqrt{6}}{5 + \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{2} - 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 12}{25 - 6} = \frac{5\sqrt{2} - 12}{19} \\ & 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} \\ & ? = (5\sqrt{2} - 12) - 2 \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2} \right) = 5\sqrt{2} - \sqrt{3} - 2 \end{aligned}$$

مرجع: smart- ۱۳۹۹

$$4 \left(\frac{1}{\sqrt{3} + 1} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}} \right)$$

۲ مقدار عبارت $\frac{1}{1 + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+2}}$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{3} + 1} \times \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \\ & \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \\ & \dots \\ & \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}} \times \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{2} \end{aligned}$$

$$= 2(\sqrt{n+2} - 1)$$

مرجع: سراسری- ۱۳۹۸

۳ اگر $A = \sqrt[4]{4 \sqrt[3]{16} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{4}{3}}}$ باشد، حاصل $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[4]{2^2 \times 2^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{4}{3}}} = \sqrt[4]{2^2} = \sqrt{2} \\ (2A)^{-\frac{1}{3}} &= (2\sqrt{2})^{-\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}} \times 2^{-\frac{1}{6}} = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} - 1 \\ & \sqrt{x} + \sqrt{x} + 1 = \sqrt{x} f(x) \\ & \sqrt{x} + \sqrt{x} = \sqrt{x} f(x) \\ & \cancel{\sqrt{x}} (\sqrt{x} + 1) = \cancel{\sqrt{x}} f(x) \\ & f(x) = \sqrt{x} + 1 = -1 \\ & \sqrt{x} = -1 \Rightarrow x = -1 \end{aligned}$$

مرجع: ۱۳۹۹ smart-

۸ اگر $\sqrt{x^3+2} + \sqrt{x^3-4} = 3$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x^3+2} - \sqrt{x^3-4}$ کدام است؟

(۴) -۴

$$\begin{aligned} & (\sqrt{x^3+2} - \sqrt{x^3-4})(\sqrt{x^3+2} + \sqrt{x^3-4}) = 3(\sqrt{x^3-4} - \sqrt{x^3+2}) \\ & (x^3+2) - (x^3-4) = 3(?) \\ & -4 = 3? \\ & ? = -2 \end{aligned}$$

مرجع: ۱۳۹۹ smart-

۹ اگر ریشه هفتم عدد ab برابر $\sqrt[3]{2}$ ، $a = \sqrt[3]{2}$ و $b = \sqrt[3]{4}$ باشد، مقدار x کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۳

$$\begin{aligned} a &= \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4} \\ b &= \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{4} \\ ab &= \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2 \end{aligned}$$

مرجع: سراسری- ۱۴۰۱

۱۰ حاصل عبارت $\sqrt[3]{(4 + \sqrt{7})^{-1}} \sqrt[3]{(1 + \sqrt{7})^2}$ کدام است؟

(۲) $\sqrt[3]{2}$

(۱) ۱

(۴) $\sqrt[3]{2}$

(۳) ۲

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{(4 + \sqrt{7})^{-1}} \sqrt[3]{(1 + \sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt[3]{\frac{1}{4 + \sqrt{7}}} \sqrt[3]{(1 + \sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt[3]{\frac{1}{4 + \sqrt{7}} \times (1 + \sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt[3]{\frac{1}{4 + \sqrt{7}} \times (1 + 2\sqrt{7} + 7)} \\ &= \sqrt[3]{\frac{1}{4 + \sqrt{7}} \times (8 + 2\sqrt{7})} \\ &= \sqrt[3]{\frac{2(4 + \sqrt{7})}{4 + \sqrt{7}}} \\ &= \sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

۱۱ اگر تساوی $\frac{x^2 + 2}{x^3 - 8} = \frac{A}{x - 2} + \frac{Bx + 1}{x^2 + 2x + 4}$ یک اتحاد باشد، حاصل $B - A$ کدام است؟ (عبارت‌ها

مرجع: ۱۳۹۸ smart-

تعریف شده هستند.)

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 2}{x^3 - 8} = \frac{A}{x - 2} + \frac{Bx + 1}{x^2 + 2x + 4} \\ & \frac{x^2 + 2}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} = \frac{A(x^2 + 2x + 4) + (Bx + 1)(x - 2)}{(x - 2)(x^2 + 2x + 4)} \\ & x^2 + 2 = A(x^2 + 2x + 4) + (Bx + 1)(x - 2) \\ & x^2 + 2 = Ax^2 + 2Ax + 4A + Bx^2 - 2Bx - 2 + 2A \\ & x^2 + 2 = (A + B)x^2 + (2A - 2B)x + (4A + 2A - 2) \\ & \begin{cases} A + B = 1 \\ 2A - 2B = 0 \\ 4A + 2A - 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

۱۲

ریشه هفتم عدد مثبت a ، مساوی ۲۷ برابر عدد a با توان $\frac{15}{7}$ است. $(\frac{1}{a} - 3)$ چند برابر $(1 + \sqrt{3})$ است؟

مرجع: سراسری - ۱۴۰۲

$$6 + 3\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{a} = 27 a^{\frac{15}{7}} \Rightarrow 1 = 27 a^{\frac{16}{7}}$$

$$a = \frac{1}{\sqrt[7]{27}} = \frac{1}{3\sqrt[7]{3}}$$

$$a^2 = \frac{1}{9\sqrt[7]{3}}$$

$$\frac{1}{a} - 3 = 2\sqrt[7]{3} - 3$$

$$\sqrt[7]{a} = a^{\frac{1}{7}}$$

$$\frac{3\sqrt[7]{3} - 3}{1 + \sqrt{3}} \times \frac{1 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$$

$$\frac{3\sqrt[7]{3} - 9 - 3\sqrt[7]{3} + 9\sqrt[7]{3}}{1 - 3} = \frac{6\sqrt[7]{3} - 12}{-2} = 6 - 3\sqrt[7]{3}$$

مرجع: smart- ۱۳۹۹

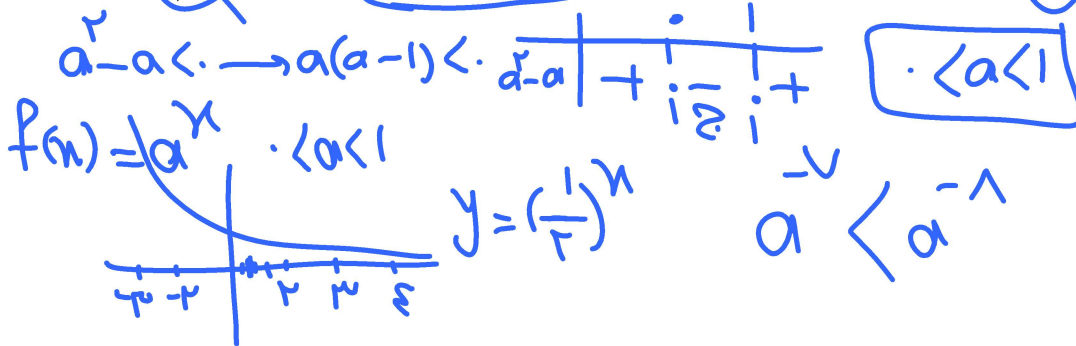
۱۳ اگر $a^2 - a < 0$ باشد، آن گاه کدام یک از مقایسه‌های زیر درست است؟

$$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a^2} \quad (4)$$

$$a^{-2} < a^{-3} \quad (3)$$

$$a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

$$a^2 < a^4 \quad (1)$$



۱۴

اگر $\alpha = \sqrt{5\sqrt{2} - 7}$ و $\beta = \sqrt{5\sqrt{2} + 7}$ ؛ آنگاه حاصل $A = (\alpha^3 + \beta^3 - 2\alpha\beta)(\alpha^3 + \beta^3 + 2\alpha\beta)$ کدام است؟

مرجع: smart- ۱۳۹۸

$$(\alpha^3 + \beta^3)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$10\sqrt{2} + 1 \quad (4)$$

$$10\sqrt{2} - 2 \quad (3)$$

$$10\sqrt{2} \quad (2)$$

$$10\sqrt{2} + 2 \quad (1)$$

$$\alpha\beta = \sqrt{(5\sqrt{2} + 7)(5\sqrt{2} - 7)}$$

$$\alpha\beta = \sqrt{80 - 49} = 1$$

$$\alpha^4 + \beta^4 + 2(\alpha\beta)^3 - 2(\alpha\beta)^2$$

$$10\sqrt{2} - 2 + 2(1)^3 - 2(1)^2 = 10\sqrt{2} - 2$$

५

$\sqrt{6}$ (4)

$$2\sqrt{3} \quad \boxed{F}$$

$$B = 1 - \sqrt{1} + 1 + \sqrt{1} + 1 - \sqrt{(1-\sqrt{1})(1+\sqrt{1})} = 4 - B = \sqrt{4}$$

$$(-1, 2, 5) - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad \boxed{4} \qquad (-1, 3, 5) - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad \boxed{3} \qquad (-2, 3, 5) - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \quad \boxed{2} \qquad (-2, 2, 5) - \{0\} \quad \boxed{1}$$