

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳

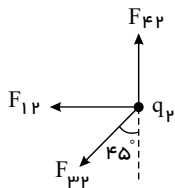
$$0.25q_1 = 20 \mu C \rightarrow \begin{cases} q'_1 = 80 - 20 = 60 \mu C \\ q'_2 = (-50) + 20 = -30 \mu C \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1 |q'_2|}{q_1 |q_2|} = \frac{60 \times 30}{80 \times 50} = \frac{18}{40} = \frac{9}{20} \rightarrow \frac{\Delta F}{F} = -\frac{11}{20} = -55\%$$

یعنی نیروی جاذبه، ۵۵ درصد کاهش می‌یابد.

۲ - گزینه ۴

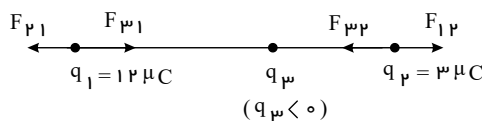
با توجه به شکل، بار q_p بار q_r را جذب کرده، پس علامت آن مثبت است. چون نیروی خالص وارد بر q_p در راستای محور x است، مؤلفه‌های قائم نیروها باید یکدیگر را خنثی کنند.



$$F_{rp} \cos 45^\circ = F_{fp} \Rightarrow \frac{k q_r q_p}{(a\sqrt{2})^2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{k q_f q_p}{a^2} \Rightarrow \frac{q_r}{20^2 \times 2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{20^2} \Rightarrow q_r = +8\sqrt{2} \mu C$$

۳ - گزینه ۳ چون برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر ذره صفر است، حتماً این سه ذره بر روی یک خط واقع‌اند.

چون q_1 و q_p هم علامت‌اند، بار q_p حتماً بین این دو بار و نزدیک‌تر به بار q_p ($q_p < q_1$) است.



چون برایند نیروهای وارد بر هر ذره صفر است، (مثلاً بار q_1 را در نظر بگیریم) باید بار q_p مخالف علامت دوبار دیگر باشد یعنی: $q_3 < 0$

$$r_{12} = \sqrt{(4 - (-8))^2 + (3 - 12)^2} = \sqrt{144 + 81} = 15$$

$$r_{13} = x, r_{12} = 15 \text{ cm}, r_{23} = (15 - x) \text{ cm}$$

$$\begin{cases} F_{r1} = F_{r1} \rightarrow \frac{kq_1 |q_p|}{r^2} = \frac{kq_1 q_r}{r_{12}^2} & (1) \\ F_{rp} = F_{12} \rightarrow \frac{k|q_p| q_r}{r_{rp}^2} = \frac{kq_1 q_r}{r_{12}^2} & (2) \end{cases}$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{kq_1 |q_p|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_p| q_r}{r_{rp}^2} \rightarrow \frac{12}{x^2} = \frac{3}{(15-x)^2} \rightarrow \left(\frac{15-x}{x}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \frac{15-x}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow 30 - 2x = x \rightarrow 3x = 30 \rightarrow \boxed{x = 10 \text{ cm}}$$

$$(1) \rightarrow \frac{|q_p|}{r_{13}^2} = \frac{q_r}{r_{12}^2} \rightarrow |q_p| = \left(\frac{r_{13}}{r_{12}}\right)^2 q_r = \left(\frac{10}{15}\right)^2 \times 3 \mu C = \frac{4}{3} \mu C$$

$$q_p < 0 \rightarrow \boxed{q_p = -\frac{4}{3} \mu C}$$

۴ - گزینه ۳ بدیهی است، به شرطی برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 هم‌اندازه نیروی الکتریکی‌ای است که بار q_1 بر q_p وارد می‌کند که نیروهای وارد بر q_p در خلاف جهت هم باشند.

$$F_{13} = \frac{q_1 q_p}{4L^2} \rightarrow \frac{q_r q_p}{L^2} - \frac{q_1 q_p}{4L^2} = \frac{q_1 q_p}{4L^2}$$

$$\frac{q_r}{L^2} = 2 \frac{q_1}{4L^2} \rightarrow q_r = \frac{q_1}{2} = \frac{4 \mu C}{2} = 2 \mu C$$

اما $q_p < 0$ است بنابراین $q_p = -2 \mu C$.



۵ - گزینه ۱ باتوجه به زاویه 30° ، اضلاع مثلث را مشخص کرده، سپس با تعیین نیروی الکتریکی که به هر ذره وارد می‌شود، نسبت خواسته شده را می‌یابیم.

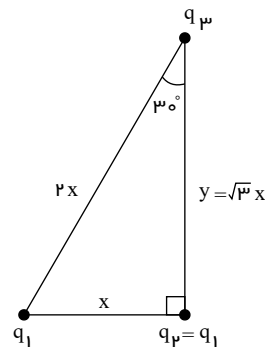
$$F_{12} = F_{23} \rightarrow \cancel{k} \frac{|q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = \cancel{k} \frac{|q_2| |q_3|}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_3|}{3x^2}$$

$$\rightarrow |q_3| = 3|q_1| = 3|q_2| (q_1 = q_2)$$

$$\frac{F_{12}}{F_{13}} = \left(\frac{|q_1| \times |q_2|}{|q_1| \times |q_3|} \right) \left(\frac{r_{13}}{r_{12}} \right)^2 = (3) \left(\frac{x}{3x} \right)^2 = \frac{3}{9}$$

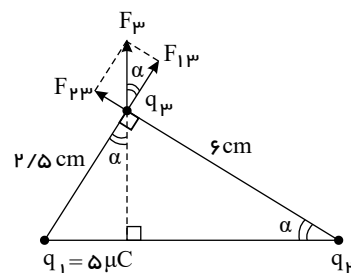
$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{y} \rightarrow y = \sqrt{3}x$$

$$r_{13} = \sqrt{x^2 + y^2} = 2x$$



۶ - گزینه ۳ مطابق شکل، یک بار در مثلث نیروها و یک بار در مثلث اضلاع، $\tan \alpha$ را تعیین کرده و با هم مساوی قرار می‌دهیم.

$$\left\{ \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{\frac{k |q_2| |q_3|}{r_{23}^2}}{\frac{k |q_1| |q_3|}{r_{13}^2}} = \left(\frac{q_2}{q_1} \right) \left(\frac{r_{13}}{r_{23}} \right)^2 \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha = \frac{2.5}{6} = \frac{5}{12} \\ \tan \alpha = \left(\frac{q_2}{5} \right) \left(\frac{2.5}{6} \right)^2 = \frac{q_2}{5} \times \left(\frac{5}{12} \right)^2 \Rightarrow \frac{5}{12} \end{cases} \\ q_1 > 0 \Rightarrow q_2 > 0 \Rightarrow q_3 > 0 \\ = \frac{q_2}{5} \times \left(\frac{5}{12} \right)^2 \Rightarrow q_2 = 12 \mu C \end{aligned} \right.$$



۷ - گزینه ۲ سه برابر کردن هر یک از بارها، نیروی الکتریکی را ۹ برابر (متناسب با حاصل ضرب اندازه بارها) و سه برابر کردن فاصله، نیروی الکتریکی را $\frac{1}{9}$ برابر (متناسب با مجذور فاصله) می‌کند، پس در نهایت:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{3 \times 3}{1 \times 1} \times \left(\frac{1}{3} \right)^2 = 1$$

۸ - گزینه ۲ نکته: اگر بار الکتریکی دو کرهٔ رسانای مشابه قبل از تماس با یکدیگر برابر با q_1 و q_2 باشد، پس از تماس با هم، بار هر یک برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

گام (۱): بار کره‌های رسانای مشابه قبل از تماس با هم:

$$\left\{ \begin{aligned} q_1 > 0 \text{ و } q_2 > q_1 \\ q_2 < 0 \Rightarrow q_2 = -|q_2| \end{aligned} \right.$$

$$F_{r1} = F_{12} = \frac{k q_1 |q_2|}{r^2} \Rightarrow 0.9 = \frac{(9 \times 10^{-9})(q_1) |q_2|}{(0.6)^2} \Rightarrow q_1 |q_2| = 36 \times 10^{-12}$$

گام (۲): پس از تماس با هم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + (-|q_2|)}{2} = \frac{q_1 - |q_2|}{2} \Rightarrow F'_{12} = F'_{21} = \frac{k q'_1 q'_2}{r^2} = 1.6 \Rightarrow \frac{(9 \times 10^{-9})(q_1 - |q_2|)^2}{4 \times 36 \times 10^{-12}} = 1.6 \Rightarrow (q_1 - |q_2|)^2 = \frac{1.6 \times 16 \times 10^{-12}}{10^{-9}}$$

$$\Rightarrow (q_1 - |q_2|)^2 = 16^2 \times 10^{-12} \Rightarrow \begin{cases} q_1 - |q_2| = -16 \times 10^{-6} C = -16 \mu C \Rightarrow q_1 - |q_2| = -16 \mu C \\ q_1 < |q_2| \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} |q_1| |q_2| &= 36 \times 10^{-12} C^2 = (6 \mu C)^2 \Rightarrow (q_1 + |q_2|)^2 = (q_1 - |q_2|)^2 + 4 q_1 |q_2| \Rightarrow (q_1 + |q_2|)^2 = (16 \mu C)^2 + 4(6 \mu C)^2 = 256 + 144 = 400 (\mu C)^2 \\ q_1 - |q_2| &= -16 \mu C \quad (*) \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow q_1 + |q_2| = 20 > 0 \quad (**)$$

یک مطلب ریاضی ساده ولی مهم: فرض کنیم a و b معلوم هستند.

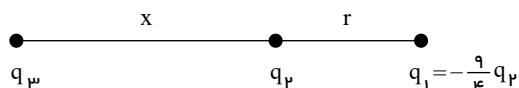
$$\left\{ \begin{aligned} xy &= a \Rightarrow x = ? \text{ و } y = ? \\ x - y &= b \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{cases} (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \\ (x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy \end{cases} \Rightarrow (x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy \Rightarrow (x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy \Rightarrow x+y =$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = \text{معلوم} \\ x-y = b \end{cases} \Rightarrow x \text{ و } y =$$

$$(*) \text{ و } (**) \Rightarrow \begin{cases} q_1 - |q_2| = -16 \mu C \\ q_1 + |q_2| = 20 \mu C \end{cases} \Rightarrow q_1 = 2 \mu C$$

۹ - گزینه ۴

(باید q_1 و q_3 هم علامت و مخالف علامت بار q_2 باشند.) $q_2 < 0 \Rightarrow q_1 < 0$ و $q_3 < 0$ $if: q_2 > 0 \Rightarrow q_1 < 0$ و $q_3 < 0$





$$q_r : \Rightarrow F_{rr} = F_{1r} \Rightarrow \frac{k |q_r| |q_r|}{x^2} = \frac{k |q_1| |q_r|}{r_{1r}^2} \Rightarrow \frac{|q_r|}{x^2} = \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow \frac{x}{r} = \sqrt{\frac{|q_r|}{|q_1|}} \quad (1)$$

$$q_r : \Rightarrow F_{1r} = F_{rr} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_r|}{r_{1r}^2} = \frac{k |q_r| |q_r|}{r_{rr}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{(r+x)^2} = \frac{|q_r|}{x^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_r|} = \left(\frac{r+x}{x}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{r+x}{x}\right)^2 \Rightarrow \frac{r}{x} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{r}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{r} = 2$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} 4 = \frac{|q_r|}{|q_1|} = \frac{|q_r|}{\frac{9}{4} |q_r|} \Rightarrow \left| \frac{q_r}{q_1} \right| = 4 \times \frac{9}{4} = 9 \Rightarrow \frac{q_r}{q_1} = -9$$

۱۰ - گزینه ۳ گام اول: در ابتدای کار $q_1 > 0$ و $q_2 > 0$ وقتی دو گوی را با هم تماس می‌دهیم، در همان فاصله نیرویی که به هم وارد می‌کنند، کاهش یافته. اگر دو بار هم علامت بوده باشند، پس از تماس، بار هر یک از آنها $q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2}$ می‌شود و در این صورت نیرویی که به هم وارد می‌کنند، افزایش می‌یابد. پس درمی‌یابیم که دو بار از ابتدا بارهای مختلف‌العلامت دارند.

گام دوم:

$$\begin{cases} \text{قبل از تماس} \\ F_{1r} = k \frac{|q_1| |q_r|}{r^2} \\ |q_r| > q_1 > 0, q_1 > 0, q_r < 0 \\ \text{بعد از تماس} \\ F_{1r}' = k \frac{|q_1'| |q_r'|}{r^2} = k \frac{(|q_r| - q_1)^2}{4r^2} = \frac{10}{100} F_{1r} \\ q_1' = q_r' = \frac{|q_r| - q_1}{2} \\ q_1' = q_r' < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{(|q_r| - q_1)^2}{4} = \frac{1}{5} (|q_1| \times |q_r|)$$

q_1 و q_2 بارهای اولیه دو کره هستند. بهترین کار در این مرحله، امتحان کردن گزینه‌ها می‌باشد که نتیجه این می‌باشد:

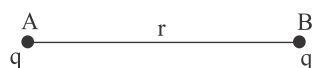
$$\frac{|q_r|}{q_1} = 5$$

۱۱ - گزینه ۴

برای اینکه بار q به بار $-2q$ تبدیل شود، باید $-3q$ به آن اضافه کرده باشیم $(q' = q + (-3q) = -2q)$ و چون این $-3q$ را از بار q گرفته‌ایم، بار جدید آن $4q$ خواهد شد)
 $q'' = q - (-3q) = 4q$

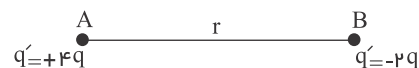
پس در وضعیت جدید داریم:

حالت اول: دامنه



$$F_1 = \frac{kq^2}{r^2}$$

حالت دوم: جاذبه

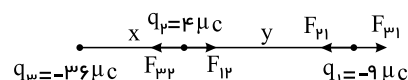


$$F_r = \frac{k(4q)(2q)}{r^2} \rightarrow F_r = 8 \frac{kq^2}{r^2} \rightarrow \frac{F_r}{F_1} = \frac{8 \frac{kq^2}{r^2}}{\frac{kq^2}{r^2}} \rightarrow \frac{F_r}{F_1} = 8$$

۱۲ - گزینه ۴ گام اول: از اینکه نیروی خالص وارد بر هر سه بار صفر است، رابطه بین فواصل بارهای q_1 و q_2 با q_3 را می‌یابیم.

$$\begin{array}{ccc} \bullet & \text{---} x \text{---} & \bullet \\ q_1 = -9 \mu\text{C} & & q_3 = -36 \mu\text{C} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \bullet & \text{---} y \text{---} & \bullet \\ q_2 = 4 \mu\text{C} & & \end{array}$$

$$q_1 = -9 \mu\text{C} \quad q_2 = 4 \mu\text{C} \quad q_3 = -36 \mu\text{C} \Rightarrow F_{rr} = F_{1r} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_r|}{r_{1r}^2} = \frac{k |q_2| |q_r|}{r_{2r}^2} \Rightarrow \frac{9}{x^2} = \frac{36}{y^2} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{6}{y} \Rightarrow y = 2x$$

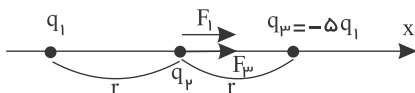
گام دوم: حال جای q_1 و q_3 را عوض می‌کنیم:

$$\begin{cases} |q_r| > |q_1| \Rightarrow F_{rr} > F_{1r} \Rightarrow (F_{net})_{q_r} = F_{rr} - F_{1r} \Rightarrow (F_{net})_{q_r} = \frac{k |q_r| |q_r|}{x^2} - \frac{k |q_1| |q_r|}{(2x)^2} = \frac{k}{x^2} [36 \times 4 - \frac{9 \times 4}{4}] = 135 \frac{k}{x^2} \quad (1) \\ r_{rr} < r_{1r} \end{cases}$$



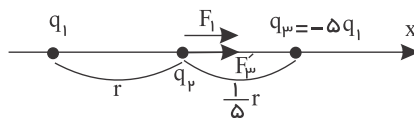
$$\begin{cases} |q_p| = 9q_r \\ r_{p1} = 3x, r_{p1} = 2x \Rightarrow r_{p1} = 1/5 r_{p1} \Rightarrow F_{p1} > F_{r1} \rightarrow (F_{net})_{q_1} = F_{p1} - F_{r1} \Rightarrow (F_{net})_{q_1} = \frac{k|q_p||q_1|}{9x^2} - \frac{k|q_r||q_1|}{4x^2} \\ = \frac{k}{x^2} \left[\frac{9 \times 36}{9} - \frac{4 \times 9}{4} \right] = 27 \frac{k}{x^2} \quad (2) \\ (1), (2) \Rightarrow \frac{(F_{net})_{q_p}}{(F_{net})_{q_1}} = \frac{135}{27} = 5 \end{cases}$$

۱۳ - گزینه ۲

در دو حالت نیروی وارد بر بار q_p را می‌یابیم. حالت اول:

$$F_p = F_1 + F_3 = \frac{kq_1 q_p}{r^2} + \frac{k(\Delta q_1) q_p}{r^2} = 6 \frac{kq_1 q_p}{r^2}$$

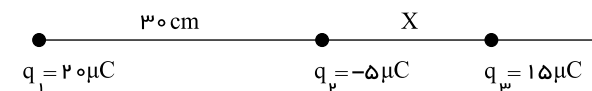
در حالت دوم:



$$\begin{aligned} F'_p &= F_1 + F'_3 = \frac{kq_1 q_p}{r^2} + \frac{k(\Delta q_1) q_p}{(\frac{1}{5}r)^2} = 126 \frac{kq_1 q_p}{r^2} \\ \rightarrow \frac{F'_p}{F_p} &= \frac{126 \frac{kq_1 q_p}{r^2} - \frac{kq_1 q_p}{r^2}}{6 \frac{kq_1 q_p}{r^2}} \rightarrow \frac{F'_p}{F_p} = 21 \end{aligned}$$

۱۴ - گزینه ۲

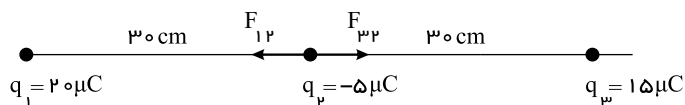
گام اول: چون دو بار q_1 و q_p مختلف‌العلامتند، بار سوم به جهت اینکه برآیند نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای q_1 و q_p صفر شود، باید خارج خط واصل دوبار و نزدیک‌تر به باری باشد که از نظر مقدار کوچک‌تر باشد (یعنی بار q_p). اگر فاصله بار q_p تا q_1 را با x نشان دهیم، ابتدا x را می‌یابیم:



$$F_{p3} \leftarrow \quad \rightarrow F_{1p} \quad F_{1p} = F_{p3} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_p|}{r_{1p}^2} = \frac{k|q_p||q_3|}{r_{p3}^2} \Rightarrow \frac{20}{(30+x)^2} = \frac{5}{x^2} \Rightarrow \frac{2}{30+x} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

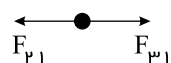
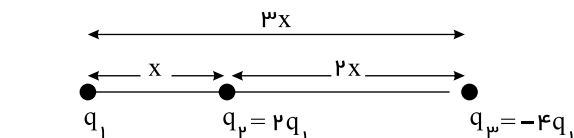
گام دوم: اکنون برآیند نیروهای وارد بر q_p را می‌یابیم. می‌دانیم اگر q_1 و q_p بر حسب μC و r بر حسب cm باشد، می‌توان نوشت: $F = 90 \frac{|q_1||q_p|}{r^2}$

$$\begin{cases} F_{1p} = \frac{k|q_1||q_p|}{r_{1p}^2} = 90 \left(\frac{20 \times 5}{30^2} \right) = 10 \text{ N} \\ F_{p3} = \frac{k|q_p||q_3|}{r_{p3}^2} = 90 \left(\frac{5 \times 15}{30^2} \right) = 7.5 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F_{net} = 10 - 7.5 = 2.5 \text{ N}$$

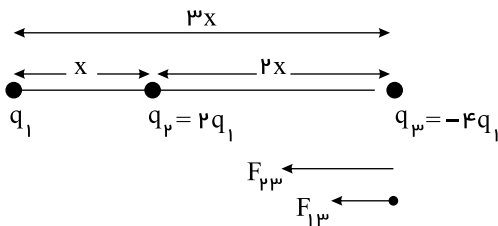


۱۵ - گزینه ۳

با توجه به شکل، یک بار بزرگی نیروی خالص وارد بر بار q_1 و بار دیگر بزرگی نیروی الکتریکی وارد بر بار q_p را به صورت زیر می‌یابیم.



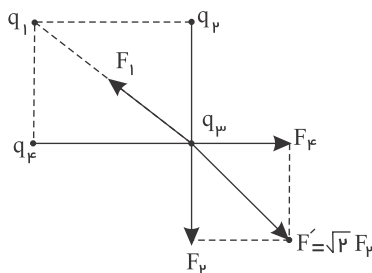
$$F_1 = F_{p1} - F_{31} = \frac{k|q_p q_1|}{r_{p1}^2} - \frac{k|q_3 q_1|}{r_{31}^2} \rightarrow F_1 = \frac{k \times 2q_1^2}{x^2} - \frac{k \times 4q_1^2}{9x^2} \rightarrow F_1 = \frac{14}{9} \left(\frac{kq_1^2}{x^2} \right)$$



$$F_r = F_{1r} + F_{2r} = \frac{k|q_1 q_r|}{r_{1r}^2} + \frac{k|q_2 q_r|}{r_{2r}^2} \Rightarrow F_r = \frac{k \times 4q_1^2}{9x^2} + \frac{k \times 8q_1^2}{4x^2} \Rightarrow F_r = \frac{22}{9} \left(\frac{kq_1^2}{x^2} \right)$$

$$\frac{F_1}{F_r} = \frac{\frac{14}{9}}{\frac{22}{9}} \Rightarrow \frac{F_1}{F_r} = \frac{7}{11}$$

۱۶ - گزینه ۲



بدیهی است، نیرویی که از طرف q_1 به q_3 وارد می‌شود، در امتداد قطر مربع است، پس اگر این نیرو خنثی شود، باید برابری دو نیرویی که q_1 و q_2 به q_3 وارد می‌کنند نیز در امتداد همین قطر (روی نیمساز زوایای F_1 و F_2 قرار گیرد) پس الزاماً نیروهای F_1 و F_2 هم‌اندازه‌اند که با توجه به یکسان بودن فاصله این بارها از بار q_3 ، الزاماً q_1 و q_2 مساوی‌اند.

حال داریم: (با فرض $q_2 = q_1 = +$)

$$F_1 = F_2 = \sqrt{2} F_r \rightarrow \frac{k|q_1||q_r|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \frac{|q_2||q_r|}{a^2} \rightarrow |q_1| = 2\sqrt{2} q_2$$

و با توجه به جهت نیروها (F و F' قرینه‌اند):

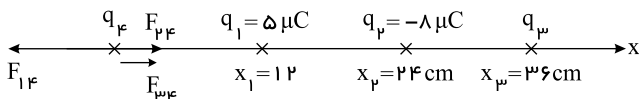
$$q_1 = -2\sqrt{2} \xrightarrow{q_2=q_1} \begin{cases} q_1 = -2\sqrt{2} q_2 \rightarrow q_2 = -\frac{q_1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4} q_1 \\ q_1 = -2\sqrt{2} q_2 \rightarrow q_2 = -\frac{q_1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4} q_1 \end{cases} \rightarrow q_2 = q_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4} q_1$$

۱۷ - گزینه ۲ می‌دانیم که با توجه به قانون کولن، نیروی الکتریکی‌ای که دو بار الکتریکی به هم وارد می‌کنند با مربع فاصله آنها از هم، نسبت عکس دارد. به عبارتی داریم:

$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{ثابت: } |q_1 q_2|} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \xrightarrow{r_2=r_1+0.2r_1=1.2r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{1.2r_1} \right)^2 = \frac{1}{1.44} = \frac{100}{144} \rightarrow \frac{F_2 - F_1}{F_1} = \frac{100 - 144}{144} \Rightarrow \frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = -\frac{44}{144} \times 100 \simeq -30\%$$

یعنی نیروی الکتریکی بین آن‌ها تقریباً ۳۰ درصد کاهش می‌یابد.

۱۸ - گزینه ۲



در ابتدا آرایش قرار گرفتن بارهای الکتریکی در امتداد محور x را رسم می‌کنیم و نیروی هر یک از آنها بر بار q_4 را رسم می‌کنیم و برآیند آنها را صفر قرار می‌دهیم.

بدیهی است که بار q_4 باید منفی باشد تا همراه بار q_2 که آن نیز منفی است، بتوانند نیروی حاصل از بار q_1 به بار q_4 را خنثی کنند) برای بار q_4 داریم:

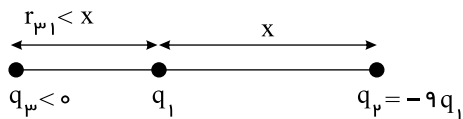
$$F_{q_4} = 0 \rightarrow F_{14} = F_{24} + F_{34} \Rightarrow \frac{k|q_1 q_4|}{r_{14}^2} = \frac{k|q_2 q_4|}{r_{24}^2} + \frac{k|q_3 q_4|}{r_{34}^2} \Rightarrow \frac{5}{12^2} = \frac{8}{24^2} + \frac{|q_3|}{36^2} \Rightarrow \frac{5}{1} = \frac{8}{4} + \frac{|q_3|}{9} \Rightarrow |q_3| = 27 \mu C \Rightarrow q_3 = -27 \mu C$$

۱۹ - گزینه ۴ اگر قرار است که هر سه ذره در حال تعادل باشند، باید در یک راستا بوده و یک‌درمیان، علامت بارها قرینه شود، پس چیدمان آنها به صورت زیر خواهد بود و بار وسطی باید نزدیک‌تر به بار کوچکتر باشد. تا اینجا با توجه به گزینه‌ها فقط گزینه ۴ صحیح است.



$$\begin{cases} q_3 < 0 \\ r_{31} < x \end{cases} \quad \text{یعنی فقط در گزینه ۴ دیده می شود.} \quad \begin{cases} q_3 = -\frac{9}{4}q_1 \\ r_{31} = \frac{1}{3}x \end{cases}$$

و اما حل سوال، ابتدا فاصله q_3 از q_1 را می یابیم.

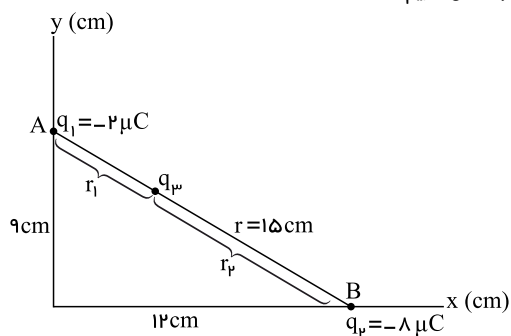


$$F_r = 0 \rightarrow F_{1r} = F_{r1} \rightarrow \frac{k|q_1 q_r|}{r_{1r}^2} = \frac{k|q_r q_3|}{r_{r3}^2} \rightarrow \frac{|q_1|}{r_{1r}^2} = \frac{|q_r|}{r_{r3}^2} \rightarrow \frac{q_1}{r_{1r}^2} = \frac{9q_1}{(x + r_{1r})^2} \rightarrow r_{1r} = \frac{1}{3}x$$

و برای پیدا کردن q_3 ، نیروی خالص وارد بر q_1 را صفر در نظر می گیریم.

$$F_{1=0} \rightarrow F_{r1} = F_{r1} \rightarrow \frac{k|q_r q_1|}{r_{r1}^2} = \frac{k|q_1 q_3|}{r_{13}^2} \rightarrow \frac{q_r}{(\frac{1}{3}x)^2} = \frac{q_3}{x^2} \rightarrow \frac{q_r}{\frac{1}{9}x^2} = \frac{q_3}{x^2} \rightarrow |q_r| = \frac{9}{4}q_1 \xrightarrow{q_3 < 0} q_r = -\frac{9}{4}q_1$$

۲۰ - گزینه ۳ می دانیم که بار الکتریکی q_3 در امتداد خط واصل بارهای q_1 و q_2 ، بین آنها و نزدیک تر به بار q_1 است. با توجه به شکل داریم:



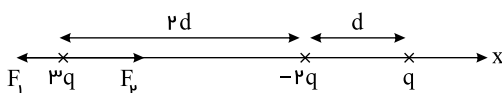
$$r = \sqrt{9^2 + 12^2} \Rightarrow r = 15 \text{ cm}$$

$$F_r = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2} \xrightarrow{r_1 = x, r_2 = 15-x}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{8}{15-x} \Rightarrow x = 5 \text{ cm}$$

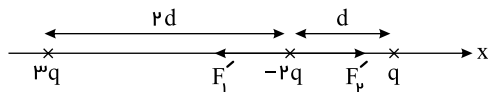
۲۱ - گزینه ۳

در ابتدا با رسم نیروهای وارد بر بار $3q$ ، نیروی $\vec{F}$ را می یابیم.



$$|\vec{F}| = F_1 - F_2 = \frac{k \times 2q \times 3q}{4d^2} - \frac{k \times q \times 3q}{9d^2} \Rightarrow F = \frac{3}{4} \times \frac{kq^2}{d^2} \rightarrow \text{به طرف راست}$$

و برای تعیین نیروی وارد بر بار $2q$ داریم:



$$|\vec{F}'| = F_2' - F_1' = \frac{k \times q \times 3q}{d^2} - \frac{k \times 3q \times 2q}{4d^2} \Rightarrow |\vec{F}'| = \frac{1}{4} \times \frac{kq^2}{d^2} \rightarrow \text{به طرف راست}$$

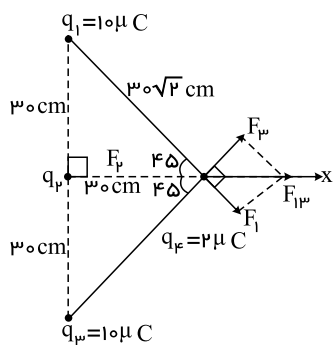
$$\frac{F'}{F} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{kq^2}{d^2}}{\frac{3}{4} \times \frac{kq^2}{d^2}} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{3} \Rightarrow \vec{F}' = \frac{1}{3} \vec{F}$$

۲۲ - گزینه ۱ قبل از هر چیزی می دانیم که در رابطه مربوط به قانون کولن، اگر q بر حسب μC و r بر حسب cm باشد، پس از تبدیل یکاها در SI می توانیم بنویسیم:

$$F = \frac{9 \times q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_1 = F_2 = \frac{9 \times 10 \times 2}{(30\sqrt{2})^2} = 1 \text{ N}$$

$$F_{12} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} \Rightarrow F_{12} = \sqrt{2} \text{ N}$$

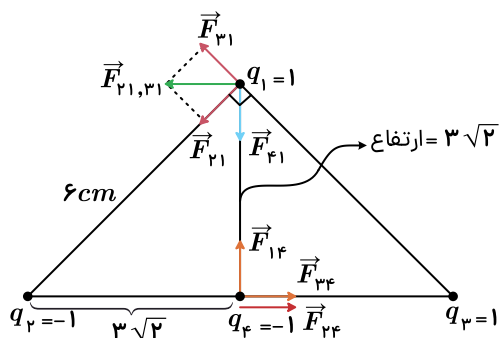


$$F_T = F_{12} - F_2 \Rightarrow \sqrt{2} - 2 = \sqrt{2} - F_2$$

$$\Rightarrow F_2 = 2N$$

$$F_2 = \frac{90 \times 2 \times q_2}{(30)^2} \Rightarrow |q_2| = 10 \mu C \Rightarrow q_2 = -10 \mu C$$

۲۳ - گزینه ۲ چون در این سؤال می‌خواهیم نسبت بین نیروهای خالص را به دست آوریم، برای راحتی کار می‌توانیم اندازه همه بارها را ۱ در نظر بگیریم. بنابراین نیروی بین دو بار الکتریکی به این صورت در می‌آید:



$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{|q_1|, |q_2|=1} F = \frac{k}{r^2}$$

برای بار q_1 داریم:

$$\begin{cases} F_{21} = F_{12} = \frac{k}{36} \rightarrow F_{21, 31} = \frac{k\sqrt{2}}{36} \rightarrow F_{net, 1} = \sqrt{\left(\frac{k}{18}\right)^2 + \left(\frac{k\sqrt{2}}{36}\right)^2} = \frac{k}{18}\sqrt{\frac{3}{2}} \\ F_{31} = \frac{k}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{k}{18} \end{cases}$$

برای بار q_2 داریم:

$$\begin{cases} F_{23} = F_{32} = \frac{k}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{k}{18} \rightarrow F_{23, 32} = 2 \times \frac{k}{18} = \frac{k}{9} \rightarrow F_{net, 2} = \sqrt{\left(\frac{k}{9}\right)^2 + \left(\frac{k}{18}\right)^2} = \frac{k}{18}\sqrt{5} \\ F_{12} = F_{21} = \frac{k}{18} \end{cases}$$

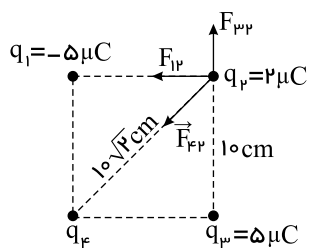
حال داریم:

$$\frac{F_{net, 1}}{F_{net, 2}} = \frac{\frac{k}{18}\sqrt{\frac{3}{2}}}{\frac{k}{18}\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

۲۴ - گزینه ۴ قبل از هر چیزی می‌دانیم که در به کارگیری قانون کولن برای تعیین نیروی الکتریکی، اگر یکای بارهای الکتریکی میکروکولن و یکای فاصله سانتی‌متر باشد، بزرگی این نیرو برحسب نیوتون به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$F = 90 \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

حال با این مقدمه، در ابتدا نیروهای وارد بر بار q_2 را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{1r} = F_{rr} = \frac{90 \times 5 \times 2}{100} \Rightarrow F_{1r} = F_{rr} = 9N$$

$$\vec{F}_{1r} = -9\vec{i}$$

$$\vec{F}_{rr} = 9\vec{j}$$

با توجه به جهت نیروها داریم:

حال برای تعیین نیروی $\vec{F}_{rr}$ داریم:

$$\vec{F}_r = \vec{F}_{1r} + \vec{F}_{rr} + \vec{F}_{rr} + \vec{F}_{rr} \Rightarrow -18\vec{i} = -9\vec{i} + 9\vec{j} + \vec{F}_{rr} \Rightarrow \vec{F}_{rr} = -9\vec{i} - 9\vec{j} \Rightarrow F_{rr} = 9\sqrt{2}N$$

با توجه به جهت نیروی $\vec{F}_{rr}$ می توان دریافت که بار q_r منفی است.

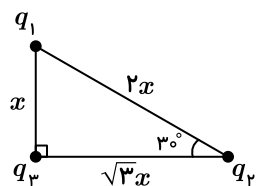
$$F_{rr} = \frac{90|q_r|q_r}{(10\sqrt{2})^2} \Rightarrow 9\sqrt{2} = \frac{90 \times |q_r| \times 2}{200} \Rightarrow |q_r| = 10\sqrt{2}\mu C \Rightarrow q_r = -10\sqrt{2}\mu C$$

۲۵ - گزینه ۴ برای اینکه هر سه بار الکتریکی در حال تعادل باشند، باید دو بار q_1 و q_3 همانم و بار q_2 با آنها غیرهمنام باشد:

$$\begin{cases} q_2 \text{ تعادل ذره } : F_{1r} = F_{rr} \Rightarrow \frac{|q_1|}{d^2} = \frac{|q_r|}{r^2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_r} = \frac{1}{4} \\ q_1 \text{ تعادل ذره } : F_{r1} = F_{r1} \Rightarrow \frac{|q_r|}{d^2} = \frac{|q_1|}{r^2} \Rightarrow \frac{q_r}{q_1} = -\frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \frac{q_1}{q_r} = -\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{q_r}{q_1} = -\frac{4}{9}$$

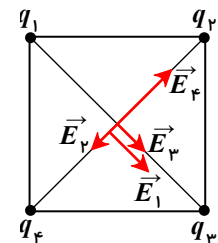
۲۶ - گزینه ۴



$$\frac{F_{1r}}{F_{rr}} = \frac{3}{4} \xrightarrow{F = \frac{k|q_1q_r|}{r^2}} \frac{|q_1|q_r}{|q_r|q_r} \times \left(\frac{r_{rr}}{r_{1r}}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \left|\frac{q_1}{q_r}\right| \times \left(\frac{\sqrt{3}x}{x}\right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_r}\right| = \frac{1}{4}$$

۲۷ - گزینه ۳ برای اینکه میدان در مرکز مربع کاملاً افقی و در جهت محور x باشد، باید برابری میدان دو بار q_1 و q_3 با برابری میدان دو بار q_2 و q_4 برابر باشد:

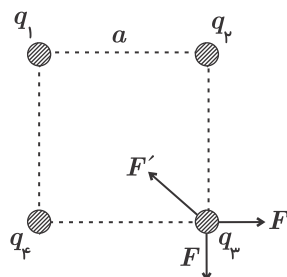


$$E_1 + E_3 = E_2 + E_4 \xrightarrow{E = \frac{k|q|}{r^2}} |q_1| + |q_3| = |q_2| + |q_4|$$

$$\rightarrow |q_4| = 6 + 2 + 4 = 12\mu C$$

با توجه به جهت میدان $\vec{E}_4$ ، $q_4 = +12$ است.

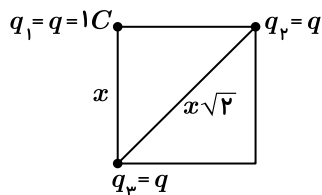
۲۸ - گزینه ۴ برای اینکه q_3 در حال تعادل باشد، باید برابری نیروهای حاصل از q_2 و q_4 با نیروی حاصل از q_1 خنثی شود:



$$q_r = q_f$$

$$F' = \sqrt{2}F \rightarrow \frac{k|q_1q_r|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \frac{k|q_rq_r|}{a^2} \rightarrow \left|\frac{q_r}{q_1}\right| = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{q_r}{q_1} = \frac{-\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow \text{با توجه به جهت نیروها، } q_1 \text{ و } q_2 \text{ هم علامت نیستند.}$$

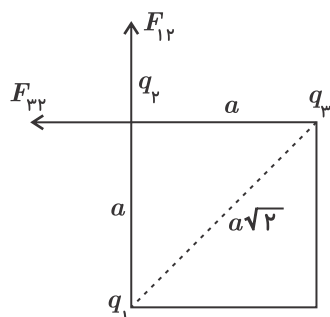


$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه}} \frac{F_{12}}{F_{22}} = \left(\frac{x\sqrt{2}}{x} \right)^2 = 2$$

$$F = k \frac{q_1 \times 6q_1}{r^2} = 6k \frac{q_1^2}{r^2}$$

$$\begin{cases} q'_1 = q_1 + \frac{q_2}{2} = q_1 - 3q_1 = -2q_1 \\ q'_2 = q_2 - \frac{q_2}{2} = -3q_1 \end{cases} \Rightarrow F' = k \frac{2q_1 \times 3q_1}{r^2} = 6k \frac{q_1^2}{r^2} \Rightarrow F' = F$$

چون در حالت دوم بارها همانم می‌شوند، نیروی بینشان از نوع دافعه است.



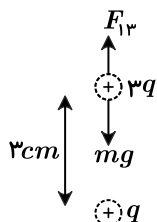
$$q_1 = q_2 = q_3 = q$$

$$F_{12} = \frac{kqq}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2a^2}$$

$$F_{22} = F_{12} = \frac{kqq}{a^2} = \frac{kq^2}{a^2}$$

$$F_2 = \sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2}$$

$$\frac{F_2}{F_{12}} = \frac{\sqrt{2} \frac{kq^2}{a^2}}{\frac{kq^2}{2a^2}} = 2\sqrt{2}$$



$$F_{12} = mg$$

$$F_{12} = \frac{kq_1 q_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9}{9 \times 10^{-8}} \cdot 3q^2 = 9.5 \times 10^{-6} \times 10^{-3} \times 10$$

$$\Rightarrow q^2 = 25 \times 10^{-22} \Rightarrow q = 5 \times 10^{-11} \Rightarrow 3q = 15 \times 10^{-11} = n(1.6 \times 10^{-19})$$

$$\Rightarrow n = \frac{15 \times 10^{-11}}{1.6 \times 10^{-19}} = 9.375 \times 10^8$$

$$\begin{aligned} F_{12} : 8 \times 10^{-3} & \Rightarrow \text{هم علامت } q_2, q_1 \Rightarrow \text{مخالف } q_2, q_1 \\ F_{22} : 6 \times 10^{-3} & \Rightarrow \text{مخالف } q_2, q_2 \Rightarrow \text{نزدیک کرده است} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} F_{12} &= k \frac{q_1 q_2}{r^2} \\ F_{22} &= k \frac{q_2 q_2}{r^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left| \frac{F_{22}}{F_{12}} \right| = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{-6}{8} = \frac{-3}{4}$$

ثابت q_2, r, k

۳۴ - گزینه ۳ در ابتدا باید بار الکتریکی‌ای که میدان الکتریکی را در اطراف خود ساخته، بیابیم.

$$E = \frac{kq}{r^2} \rightarrow (2.25 \times 10^5) = \frac{k(q)}{(0.8)^2} \rightarrow \boxed{kq = 1.44 \times 10^5}$$

$$\begin{aligned} & \text{--- } r = 90 \text{ cm} \text{ ---} \\ & q \quad \quad \quad q' = 9 \mu\text{C} \end{aligned} \rightarrow F = \frac{kqq'}{r^2} = \frac{(1.44 \times 10^5)(9 \times 10^{-6})}{(0.9)^2} = 1.6 \text{ N}$$

$$\rightarrow \boxed{F = 1.6 \text{ N}}$$



۳۵ - گزینه ۱ ابتدا بزرگی میدان‌های حاصل از دو بار q_1 و q_2 را در نقطه O پیدا می‌کنیم تا نوع بار q_2 را تشخیص دهیم:

$$O \text{ در } q_1 \text{ : میدان بار } E_1 = \frac{kq_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-9}}{900 \times 10^{-4}} = 800 \text{ N/C}$$

$$O \text{ در } q_2 \text{ : میدان بار } E_2 = \frac{k|q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{100 \times 10^{-4}} = 1800 \text{ N/C}$$

پس بار q_2 باید مثبت باشد که میدان آن هم‌جهت با میدان بار q_1 در نقطه O باشد.

$$E_2 - (E_1 + E_2) = 100 \Rightarrow 1800 - (800 + E_2) = 100 \Rightarrow E_2 = 900 \text{ N/C} \rightarrow E_2 = \frac{k|q_2|}{r^2} \Rightarrow 900 = \frac{9 \times 10^9 q_2}{400 \times 10^{-4}} \Rightarrow q_2 = 4 \times 10^{-9} \text{ C} = 4 \text{ nC}$$

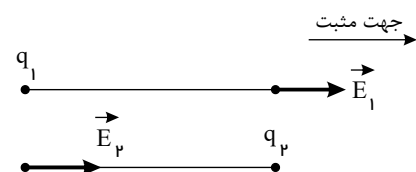
۳۶ - گزینه ۳ در ابتدا، با توجه به تعریف کمی میدان الکتریکی، بردار آن را یافته، سپس بزرگی‌اش را تعیین می‌کنیم.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{10.7\vec{i} - 14.7\vec{j}}{2 \times 10^{-6}} = (5.35\vec{i} - 7.35\vec{j}) \times 10^6 \left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)$$

$$E = \sqrt{(5.35 \times 10^6)^2 + (-7.35 \times 10^6)^2} = 10^6 \times \sqrt{5.35^2 + 7.35^2} = 9 \times 10^6 \left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)$$

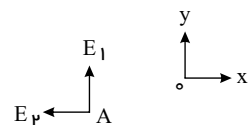
۳۷ - گزینه ۲ میدان الکتریکی در هر نقطه، به بار موجود در آن نقطه بستگی ندارد.

$$\text{if : } q_1 > 0 \Rightarrow q_2 = -4q_1 \quad \begin{cases} E = \frac{k|q|}{r^2} \\ |q_2| = 4q_1 \Rightarrow \frac{E}{r^2} = 4E_1 \Rightarrow E = 4E_1 \\ q_2 < 0 \end{cases}$$



۳۸ - گزینه ۴ با توجه به نوع و اندازه بارها، میدان هریک در رأس A را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{cases} E_1 = \frac{k|q_1|}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-9})}{(0.3)^2} = 4 \times 10^5 \text{ N/C} \\ E_2 = \frac{k|q_2|}{r^2} = \frac{(9 \times 10^9)(8 \times 10^{-9})}{(0.4)^2} = 4.5 \times 10^5 \text{ N/C} \end{cases}$$



$$\vec{E}_A = -4.5 \times 10^5 \vec{i} + 4 \times 10^5 \vec{j}$$

۳۹ - گزینه ۳ میدان الکتریکی بار را در فاصله‌های داده شده پیدا کرده و تفاضل آن‌ها را برابر $1.6 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{C}}$ قرار می‌دهیم.

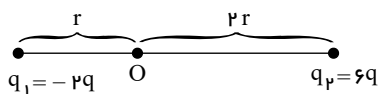
$$E = \frac{kq}{r} \quad \begin{cases} r_1 = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m} \Rightarrow E = E_1 \\ r_2 = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m} \Rightarrow E = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_1 = E_2 - 1.6 \times 10^{-4} \Rightarrow E_2 - E_1 = k|q| \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \Rightarrow 1.6 \times 10^{-4} = k|q| \left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.3} \right) \\ E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow k|q| = \frac{1.6 \times 10^{-4}}{\left(\frac{1}{0.1} - \frac{1}{0.3} \right)} = \frac{1.6 \times 10^{-4} \times 9}{8} = 1.8 \times 10^{-4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_2 = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow E_2 = 1.8 \times 10^{-4} \frac{\text{N}}{\text{C}} \\ r_2 = 1 \text{ m} \end{cases}$$

۴۰ - گزینه ۱

گام اول: میدان برایند را در نقطه O مشخص می‌کنیم:



$$E = \frac{k|q|}{r^2} : \frac{|q_2| = 3|q_1|}{r_2 = 2r_1} \rightarrow (E_2)_O = \frac{3}{4}(E_1)_O \xrightarrow{(E_2)_O < (E_1)_O} E_T = E_1 = (E_1)_O + (E_2)_O = \frac{7}{4}(E_1)_O$$

$(E_1)_O$: بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در نقطه O است.

$(E_2)_O$: بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در نقطه O است.

q هر علامتی داشته باشد، q_1 و q_2 مختلف‌العلامتند. پس میدان آن‌ها در O هم‌جهت است.



$$E_1 = \frac{\gamma}{\epsilon} \frac{k|q_1|}{r_1^2} = \frac{\gamma}{\epsilon} \frac{k|q|}{r^2}$$

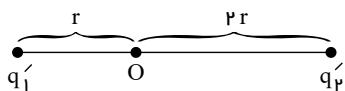
گام دوم:

۵۰ درصد بار q_2 را به بار q_1 منتقل می‌کنیم. یعنی:

$$\begin{cases} q'_1 = q_1 + 3q = (-2q) + 3q = q \\ q'_2 = q_2 - 3q = 6q - 3q = 3q \end{cases}$$

حال میدان حاصل از این بارها (q'_1 و q'_2) را در نقطه O محاسبه می‌کنیم:

q هر علامتی داشته باشد، q'_1 و q'_2 هم علامت بوده و میدان الکتریکی حاصل از آنها در نقطه O در خلاف جهت یکدیگر است.



$$\begin{cases} q'_2 = 3q'_1 \Rightarrow (E'_O)_2 = \frac{3}{\epsilon} (E'_O)_1 \\ r_2 = 2r_1 \end{cases}$$

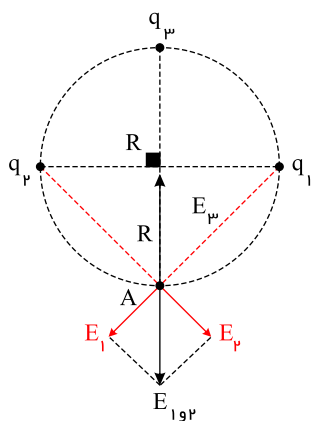
$$E_T = E_2 = (E'_O)_1 - (E'_O)_2 = \frac{1}{\epsilon} (E'_O)_1 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{k|q|}{r^2} \right)$$

گام سوم: محاسبه $\frac{E_2}{E_1}$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\frac{1}{\epsilon} \frac{k|q|}{r^2}}{\frac{\gamma}{\epsilon} \frac{k|q|}{r^2}} = \frac{1}{14}$$

۴۱ - گزینه ۲

برای اینکه میدان برآیند در نقطه A صفر شود، می‌بایستی میدان برای بارهای q_1 و q_2 با میدان حاصل از بار q_3 در نقطه A خنثی شود. این امر، مستلزم این است که $E_{1,2}$ هم‌امتداد $\vec{E}_3$ و خلاف جهت آن باشد و برای اینکه این اتفاق بیفتد، می‌بایستی $E_2 = E_1$ باشد. در نتیجه باید $q_2 = q_1$. آنچه مهم است این است که باید q_1 و q_2 هم علامت و مخالف علامت بار q_3 باشد.



اینکه کدام مثبت و کدام منفی باشد، مهم نیست. پس می‌توان $q_1 = q_2 > 0$ و $q_3 < 0$ را در نظر گرفت:

$$\begin{cases} r_1 = r_2 = \sqrt{2}R \quad (R: \text{ شعاع دایره}) \\ r_3 = 2R \end{cases}$$

$$E_{r,1} = E_2 \Rightarrow \sqrt{2}E_1 = E_2 \Rightarrow \sqrt{2} \left(\frac{kq_1}{(\sqrt{2}R)^2} \right) = \frac{k|q_2|}{(2R)^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} q_1 = \frac{|q_2|}{4} \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = 2\sqrt{2}$$

۴۲ - گزینه ۲ توجه: بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه‌ای q در فاصله r از آن، از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ محاسبه می‌شود. در این رابطه $|q|$ برحسب کولن (C)، r برحسب متر (m) و E برحسب نیوتن بر کولن ($\frac{N}{C}$) یا ولت بر متر ($\frac{V}{m}$) است.

توجه: شاید تنها نکته قابل توجه دقت در نام‌گذاری‌هاست. در شکل $r_2 < r_1$ و $E_2 > E_1$ است.

$$\begin{cases} r = r_1 \\ E_1 = 1.125 \times 10^6 \frac{N}{C} \Rightarrow E_1 = \frac{k|q|}{r_1^2} \Rightarrow 1.125 \times 10^6 = \frac{(9 \times 10^9)(|q|)}{r_1^2} \Rightarrow r_1^2 = 800|q| \quad (1) \end{cases}$$

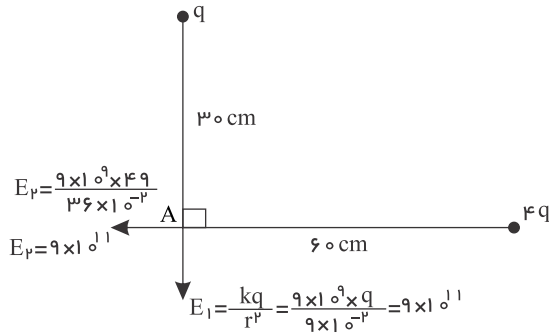


$$\begin{cases} r = r_p = 5 \text{ cm} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \text{ m} \\ E = E_p = 18 \times 10^9 \frac{N}{C} \end{cases} \Rightarrow E_p = \frac{k|q|}{r_p^2} \Rightarrow 18 \times 10^9 = \frac{(9 \times 10^9)(|q|)}{(\frac{1}{20})^2} = 36 \times 10^{11} |q| \Rightarrow |q| = \frac{1}{2} \times 10^{-8} \text{ C} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow r_1^2 = 100 \times \frac{1}{2} \times 10^{-8} = 50 \times 10^{-8} \Rightarrow r_1 = 20 \times 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow r_1 = 20 \text{ cm} \text{ و } |q| = 0.5 \times 10^{-8} \text{ C} = 50 \mu\text{C}$$

۴۳ - گزینه ۳

با توجه به رابطه مربوط به تعیین میدان الکتریکی در اطراف بارهای نقطه‌ای داریم:

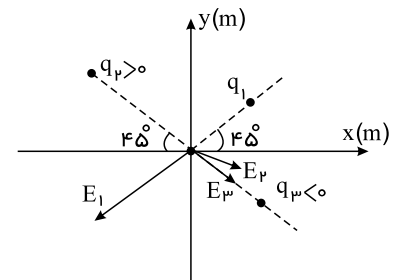


$$E_1 = \frac{kq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times q}{9 \times 10^{-2}} = q \times 10^{11}$$

$$E_n = E_1^2 + E_p^2 \rightarrow (1000 \sqrt{2})^2 = (q \times 10^{11})^2 + (q \times 10^{11})^2 \rightarrow 1000 \sqrt{2} = \sqrt{2} \times q \times 10^{11} \rightarrow q = 10^{-8} \text{ C} \rightarrow q = 10 \text{ nC}$$

۴۴ - گزینه ۱ گام اول: با توجه به مکان q_2 و q_3 درمی‌یابیم، هر دو بار q_2 و q_3 روی نیمساز ربع دوم و چهارم صفحه مختصات xoy می‌باشند. چون $q_2 > 0$ و $q_3 < 0$ ، میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_2 و q_3 در مبدأ مختصات هم‌جهت است. q_1 هم روی نیمساز ربع اول و سوم قرار دارد.

$$\text{فاصله بارها تا مبدأ مختصات: } \begin{cases} r_1 = 3\sqrt{2} \text{ m} \\ r_2 = 4\sqrt{2} \text{ m} \\ r_3 = 6\sqrt{2} \text{ m} \end{cases}$$



$$\text{میدان بار } q_1 \text{ در مبدأ مختصات} \rightarrow E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{(9 \times 10^9)(12 \times 10^{-6})}{(3\sqrt{2})^2} = 6 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

$$\text{میدان بار } q_2 \text{ در مبدأ مختصات} \rightarrow E_2 = \frac{k|q_2|}{r_2^2} = \frac{(9 \times 10^9)(8 \times 10^{-6})}{(4\sqrt{2})^2} = \frac{9}{4} \times 10^3 \frac{N}{C} = 2250 \frac{N}{C}$$

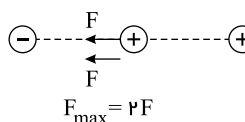
$$E_t = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \Rightarrow (7.5 \times 10^3)^2 = (6 \times 10^3)^2 + E_{2,3}^2 \Rightarrow E_{2,3}^2 = 2025 \times 10^6 \Rightarrow E_{2,3} = 4500 \frac{N}{C} \Rightarrow E_2 + E_3 = 4500 \frac{N}{C} \Rightarrow E_2 + 2250 = 4500$$

$$\Rightarrow E_3 = 2250 \frac{N}{C} \xrightarrow{\text{بنابراین}} \begin{cases} \frac{kq_3}{r_3^2} = 2250 \Rightarrow \frac{(9 \times 10^9)q_3}{(6\sqrt{2})^2} = 2250 \Rightarrow q_3 = 18 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q_3 = 18 \mu\text{C} \\ r_{1,2} = \sqrt{(3 - (-6))^2 + (3 - 6)^2} = \sqrt{81 + 9} = \sqrt{90} \text{ m} \end{cases}$$

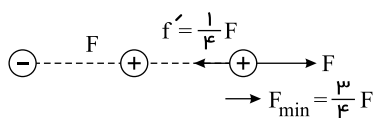
$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 90 \left(\frac{12 \times 18}{(\sqrt{90})^2} \right) = 12 \times 18 = 216 \text{ N} = 2.16 \times 10^{-2} \text{ N}$$



بدیهی است که در اینجا بیشترین نیرو به بار $+q$ که در وسط قرار گرفته وارد می شود و کمترین نیروی به بار $+q$ که در طرف راست قرار گرفته وارد می شود یعنی:



$$F_{\max} = 2F$$



$$F' = \frac{1}{4} F$$

$$\rightarrow F_{\min} = \frac{3}{4} F$$

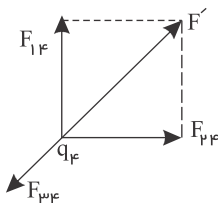
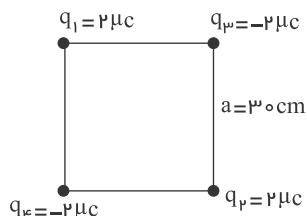
بنابراین:

$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}} = \frac{2F}{\frac{3}{4}F} = \frac{8}{3}$$

تذکر: از آنجا که بارها هم اندازه هستند، نیروی الکتریکی بین آنها فقط با تغییر فاصله تغییر می کند. بنابراین اگر نیرویی که بارها در فاصله r از هم به یکدیگر وارد می کنند F باشد، بزرگی این نیرو در فاصله $2r$ ، معادل $\frac{1}{4}F$ می شود.

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r'=2r} \frac{F'}{F} = \frac{1}{4}$$

شرط اینکه میدان الکتریکی در مرکز مربع صفر باشد، این است که بارهای واقع در رأس هایی که در امتداد قطر مربع هستند، یکسان باشند، یعنی آرایش بارها باید به صورت زیر باشد. بنابراین برای تعیین نیروی وارد بر یکی از بارها، مثلاً q_f داریم:



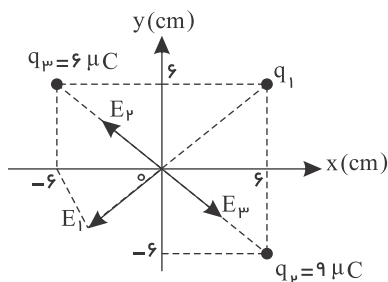
$$F_{1f} = F_{2f} = \frac{9 \times 2 \times 2}{900} = 0.04 N$$

$$F_{3f} = \frac{9 \times 2 \times 2}{900 \times 2} = 0.02 N$$

$$F' = \sqrt{F_{1f}^2 + F_{2f}^2} = 0.04\sqrt{2} = 0.04 \times 1.4 \rightarrow F' = 0.056 N$$

$$F_f = F' = F_{3f} = 0.056 - 0.02 \rightarrow F_f = 0.036 N$$

در ابتدا میدان های دو بار q_2, q_3 سپس برابند آنها را در نقطه O می یابیم:

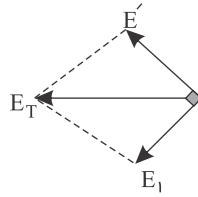


$$E_r = \frac{kq_r}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-6} (6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}{1} \rightarrow E_r = \frac{9}{1} \times 10^4 \frac{N}{C}$$



$$E_r = \frac{kq_r}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} (\sqrt{2} \times 10^{-2})^2}{\rightarrow E_r = \frac{3}{4} \times 10^5 \frac{N}{C}}$$

$$E' = E_r - E_r = \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{4}\right) \times 10^5 \rightarrow E' = \frac{3}{2} \times 10^5 \frac{N}{C} = 3,75 \times 10^5$$

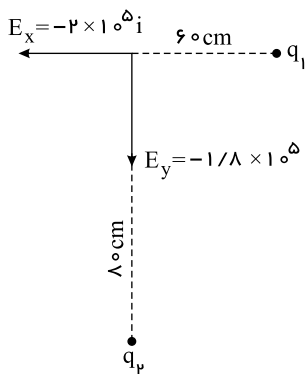


از طرفی داریم: (با فرض $|q_1|$)

$$E_T = \sqrt{E_r^2 + E_1^2} \rightarrow (3,75 \times 10^5)^2 = (3,75 \times 10^5)^2 + E_1^2 \rightarrow E_1 = 5 \times 10^5$$

$$E_1 = \frac{kq_1}{r^2} \rightarrow 5 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times q_1}{(\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \rightarrow q_1 = 4 \times 10^{-6} C \rightarrow q_1 = 4 \mu C$$

۴۸ - گزینه ۴



با توجه به میدان الکتریکی در راس قائمه مثلث بدیهی است که $\begin{cases} E_1 = E_x \\ E_2 = E_y \end{cases}$ است. بنابراین داریم:

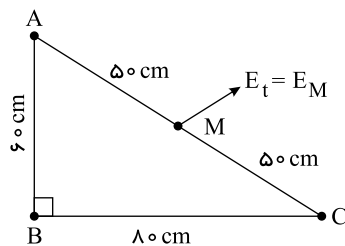
$$E_1 = E_x \Rightarrow \frac{k|q_1|}{r_1^2} = E_x \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{(6 \times 10^{-2})^2} = 2 \times 10^5 \rightarrow q_1 = 8 \times 10^{-6} C = 8 \mu C$$

که تا اینجا فقط گزینه ۴، چنین است.

حال اگر بخواهیم q_2 را هم بیابیم، بدیهی است که دارای بار الکتریکی منفی است (با توجه به جهت میدان E_y). پس داریم:

$$E_r = E_y \Rightarrow \frac{k|q_2|}{r_2^2} = E_y \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{(8 \times 10^{-2})^2} = 1,8 \times 10^5 \rightarrow |q_2| = 12,8 \times 10^{-6} C \rightarrow |q_2| = 12,8 \mu C \xrightarrow{\text{با توجه به جهت } E_y} q_2 = -12,8 \mu C$$

۴۹ - گزینه ۱



از آنجا که بارهای الکتریکی در رأس‌های A و C همنام و هم‌اندازه هستند، بزرگی میدان الکتریکی هر یک از آنها در وسط ضلع AC یکسان بوده و یکدیگر را خنثی می‌کنند و میدان الکتریکی برآیند در وسط ضلع AC فقط ناشی از بار الکتریکی موجود در رأس B برابر است. بنابراین داریم:

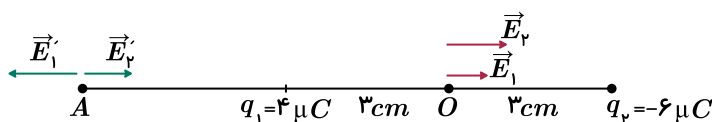
از طرفی می‌دانیم که میانه وارد بر وتر، نصف وتر است بنابراین:

$$BM = \frac{1}{2} AC \xrightarrow{AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}} BM = \frac{1}{2} (\sqrt{6^2 + 8^2}) \Rightarrow BM = 5 \text{ cm}$$

و در نهایت داریم:

$$E_t = E_M = \frac{kq}{r^2} \xrightarrow{r = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}} 9 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times q}{(0,05)^2} \Rightarrow q = 2,5 \times 10^{-6} C = 2,5 \mu C$$

۵۰ - گزینه ۴

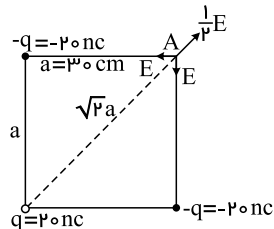




$$E = k \frac{q}{r^2} \rightarrow \frac{E_A}{E_O} = \frac{E_1 + E_r}{|E'_1 - E'_r|} = \frac{\frac{k \times 4}{3^2} + \frac{k \times 6}{3^2}}{\frac{k \times 4}{3^2} - \frac{k \times 6}{9^2}} = \frac{\frac{4}{9} + \frac{6}{9}}{\frac{4}{9} - \frac{6}{81}} = \frac{\frac{10}{9}}{\frac{30}{81}} = 3$$

۵۱ - گزینه ۲ با توجه به شکل داریم:

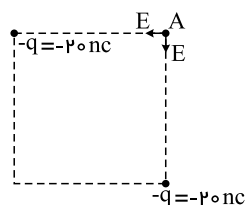
در ابتدا با وجود هر سه بار:



$$E_T = \sqrt{2}E - \frac{1}{2}E$$

و با حذف بار q داریم:

$$E'_T = \sqrt{2}E$$



پس با حذف بار q داریم:

$$E'_T - E_T = \sqrt{2}E - (\sqrt{2}E - \frac{1}{2}E) \Rightarrow |\Delta E| = \frac{1}{2}E$$

اما برای تعیین E داریم:

$$E = \frac{kq}{a^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{(30 \times 10^{-2})^2} = 2000 \frac{N}{C}$$

یعنی با حذف q ، اندازه میدان به مقدار $1000 \frac{N}{C}$ افزایش می‌یابد.

$$\Delta E = \frac{1}{2}E \xrightarrow{E=2000 \frac{N}{C}} \Delta E = 1000 \frac{N}{C}$$

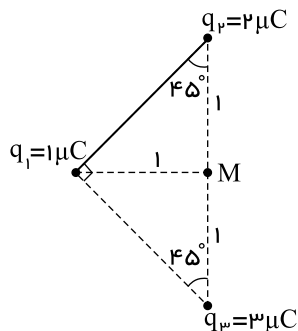
۵۲ - گزینه ۱ در ابتدا با توجه به اینکه مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه است، فاصله بارها تا نقطه M را تعیین می‌کنیم. در اینجا چون بزرگی میدان خالص در نقطه M در دو حالت مقایسه شده،

پس فرض‌های زیر را در نظر می‌گیریم.

(I) فاصله هر ذره از نقطه M برابر ۱ است.

(II) مقدار k در مقایسه دو حالت حذف می‌شود، پس از رابطه $E \propto \frac{q}{r^2}$ به جای $E = \frac{kq}{r^2}$ استفاده می‌کنیم.

(III) نیازی به تبدیل یکای μC به C نیست. (فقط کافی است که یکای بارها یکسان باشد)



حال با توجه به فرضیات بالا داریم:

حالت اول:



$$\begin{aligned} E_{\mu} &= \frac{\mu}{1^{\mu}} = \mu \\ E_1 &= \frac{1}{1^{\mu}} = 1 \Rightarrow E_M = \sqrt{1^{\mu} + 1^{\mu}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$E_{\mu} = \mu, E_1 = 1 \Rightarrow E'_M = \sqrt{\mu^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$$\frac{E'}{E} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \sqrt{5}$$

حالت دوم:

و در نهایت داریم:

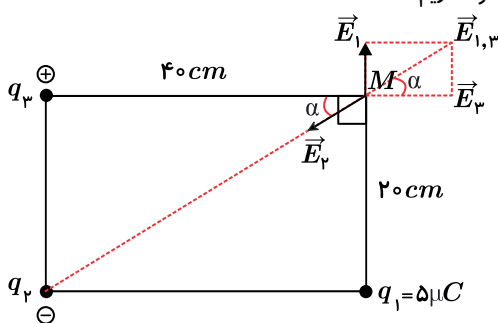
۵۳ - گزینه ۴

چون دو بار ناهم علامت اند، نقطه مورد نظر خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار کوچک تر (q_1) است.

$$\begin{aligned} x & \quad 2d \\ q_1 & \quad q_2 = -4q_1 \\ r_2 &= x + 2d \end{aligned}$$

$$\frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(x + 2d)^2} \Rightarrow \frac{x + 2d}{x} = \sqrt{\frac{4q_1}{q_1}} = 2 \rightarrow x + 2d = 2x \rightarrow x = 2d \rightarrow r_2 = 4d$$

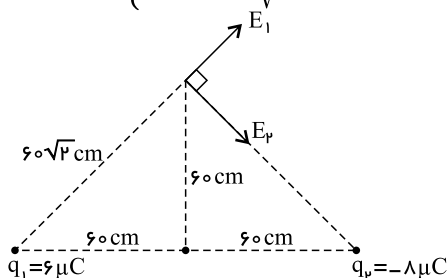
۵۴ - گزینه ۲ باید برآیند دو بردار $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در راستای قطر مستطیل و در خلاف جهت $\vec{E}_3$ باشد، تا برآیند هر سه بردار صفر شود؛ داریم:



$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{E_1}{E_2} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 &= \frac{1}{2} \rightarrow \frac{5}{|q_2|} \times \left(\frac{40}{20}\right)^2 = \frac{1}{2} \\ q_2 > 0 &\rightarrow q_2 = 40 \mu C \end{aligned}$$

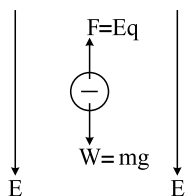
۵۵ - گزینه ۲ با توجه به اینکه میدان های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطه مورد نظر، برهم عمود هستند، داریم:

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{(60\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \\ E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6}}{(60\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{3}{4} \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_2 = 1 \times 10^5 \frac{N}{C} \end{cases}$$



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 10^5 \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1} \Rightarrow E_T = 1.25 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

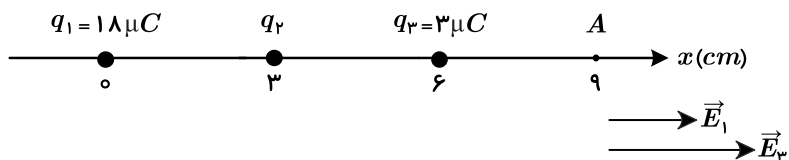
۵۶ - گزینه ۳ چون جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار منفی، در یک میدان الکتریکی در خلاف جهت میدان است، در اینجا با توجه به شکل جهت میدان در خلاف جهت محور y است. بنابراین داریم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow mg = E|q| \Rightarrow 5 \times 10^{-7} \times 10 = |q| \times 10^6$$

$$\Rightarrow |q| = 5 \times 10^{-6} C \Rightarrow q = -5 \mu C$$

۵۷ - گزینه ۴



$$\begin{cases} E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-6}}{81 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^7 \frac{N}{C} \\ E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-6}} = 3 \times 10^7 \frac{N}{C} \end{cases} \rightarrow E_{1,3} = 5 \times 10^7 \frac{N}{C} \text{ به سمت راست}$$

میدان خالص در نقطه A می‌تواند $3 \times 10^7 \frac{N}{C}$ به سمت راست یا به سمت چپ باشد. اگر بخواهیم این برآیند به سمت راست باشد، باید $E_2 = 2 \times 10^7 \frac{N}{C}$ به سمت چپ باشد و داریم:

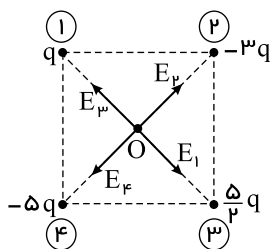
$$2 \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{36 \times 10^{-6}} \rightarrow q_2 = -8 \mu C$$

اگر میدان برآیند به سمت چپ باشد، باید $E_2 = 8 \times 10^7 \frac{N}{C}$ و به سمت چپ باشد و داریم:

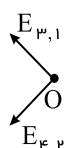
$$8 \times 10^7 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{36 \times 10^{-6}} \rightarrow q_2 = -32 \mu C$$

با توجه به گزینه‌ها، حالت دوم پاسخ صحیح است.

۵۸ - گزینه ۳ می‌دانیم که اگر ضلع مربع a باشد، طول هر قطر آن $a\sqrt{2}$ و فاصله هر رأس از مرکز مربع $a\frac{\sqrt{2}}{2}$ است. حال با توجه به نوع بارها، بزرگی و جهت میدان الکتریکی ناشی از هر یک از بارها در مرکز مربع را محاسبه کرده و در آخر، برآیند آنها را به دست می‌آوریم.



$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_1 = \frac{kq}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = \frac{2kq}{a^2} \\ E_2 = \frac{3kq}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = \frac{6kq}{a^2} \\ E_3 = \frac{5kq}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = \frac{10kq}{a^2} \\ E_4 = \frac{10kq}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = \frac{10kq}{a^2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} E_{1,2} = E_1 - E_2 = \frac{10kq}{a^2} - \frac{6kq}{a^2} = \frac{4kq}{a^2} \\ E_{3,4} = E_3 - E_4 = \frac{10kq}{a^2} - \frac{10kq}{a^2} = 0 \end{cases}$$

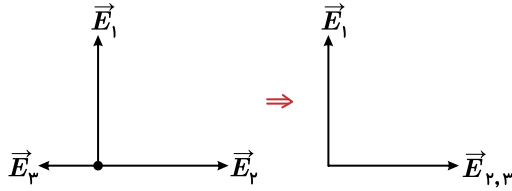
$$E_O = \sqrt{(\frac{4kq}{a^2})^2 + 0} \Rightarrow E_O = \frac{4kq}{a^2}$$



۵۹ - گزینه ۳ ابتدا میدان الکتریکی بارهای q_p و q_r و برآیند آنها را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{K|q|}{r^2} \rightarrow \begin{cases} E_r = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{900 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^5 \frac{N}{C} \\ E_p = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{3600 \times 10^{-4}} = 10^5 \frac{N}{C} \end{cases} \rightarrow E_{r,p} = E_r - E_p = 3 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

با توجه به شکل، $\vec{E}_{r,p}$ بر $\vec{E}_1$ عمود و برآیند آنها برابر با $5 \times 10^5 \frac{N}{C}$ است؛ بنابراین داریم:



$$E_T = \sqrt{E_1^2 + E_{r,p}^2} \rightarrow 5 \times 10^5 = \sqrt{E_1^2 + (3 \times 10^5)^2} \xrightarrow{\text{اعداد طلایی ۳، ۴، ۵}} E_1 = 4 \times 10^5 \frac{N}{C}$$

حال اندازه بار q_1 را به دست می‌آوریم:

$$4 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{3600 \times 10^{-4}} \Rightarrow q_1 = 16 \times 10^{-6} C = 16 \mu C$$

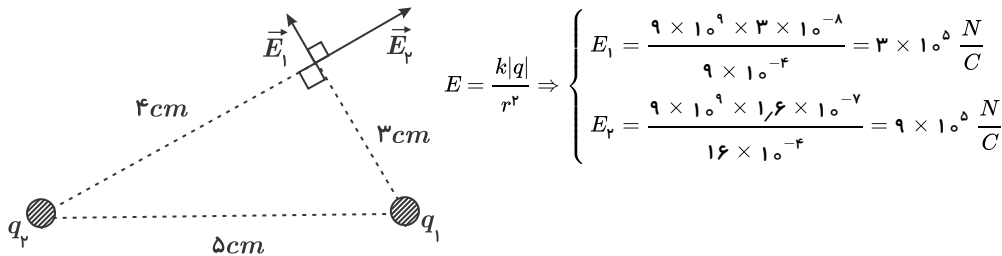
۶۰ - گزینه ۱ ابتدا میدان بار q را در فاصله r می‌یابیم؛ سپس میدان را در فاصله $2r$ حساب می‌کنیم:

$$F = Eq \Rightarrow 6,4 \times 10^{-2} = E \times 4 \times 10^{-6} \Rightarrow E = 1,6 \times 10^4 \frac{N}{C} \quad (\text{میدان بار } q \text{ در فاصله } r)$$

$$\left(\frac{E'}{E}\right)^2 = \left(\frac{r}{2r}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow E' = \frac{1}{2} \times 1,6 \times 10^4 = 8 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

۶۱ - گزینه ۳ جهت خطوط میدان الکتریکی از بار مثبت به سمت بار منفی است؛ در نتیجه بار q_1 مثبت و بار q_p منفی است. همچنین تراکم خطوط میدان در اطراف بار بزرگ‌تر، بیشتر است؛ در نتیجه اندازه بار q_1 از اندازه بار q_p بزرگ‌تر است.

۶۲ - گزینه ۲



$$E_t = \sqrt{(3 \times 10^5)^2 + (9 \times 10^5)^2} = 3 \sqrt{10} \times 10^5 N$$

۶۳ - گزینه ۴

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} \rightarrow E_1 = \frac{k \times 10 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2} = \frac{k \times 10^{-3}}{4}$$

$$E_r = \frac{k \times 20 \times 10^{-6}}{(40 \times 10^{-2})^2} = \frac{k \times 10^{-3}}{8} = \frac{E_1}{2}$$

$$\frac{E'_r}{E_r} = \left(\frac{r_r}{r'_r}\right)^2 \rightarrow \frac{E'_r}{E_r} = \left(\frac{40}{20}\right)^2 \rightarrow E'_r = 4E_r = 2E_1$$

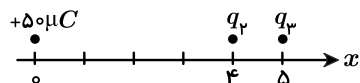
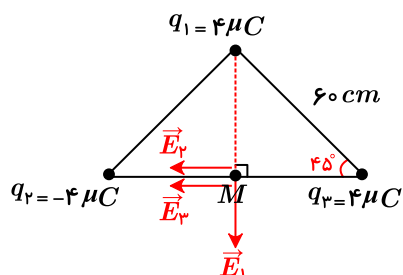
$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{\sqrt{E_1^2 + E_r^2}}{\sqrt{E_1^2 + 4E_r^2}} = \frac{\sqrt{E_1^2 + \frac{1}{4}E_1^2}}{\sqrt{E_1^2 + E_1^2}} = \frac{\sqrt{\frac{5}{4}E_1^2}}{\sqrt{2E_1^2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



$$r_1 = r_r = r_r = \frac{60\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$E_1 = E_r = E_r = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(30\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 2 \times 10^5 \frac{N}{C} \rightarrow$$

$$E_T = \sqrt{(E_r + E_r)^2 + E_1^2} \rightarrow E_T = \sqrt{(4 \times 10^5)^2 + (2 \times 10^5)^2} = 2\sqrt{5} \times 10^5 \frac{N}{C}$$

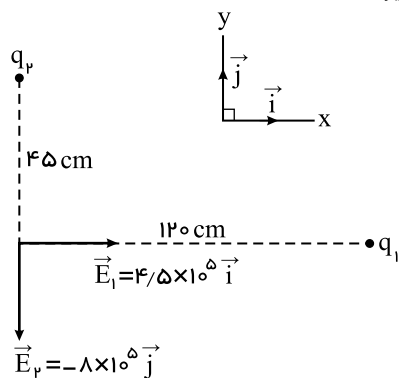


اولاً چون q_1 و q_2 در یک طرف q_3 قرار دارند و اثر یکدیگر را خنثی کرده‌اند پس باید بار الکتریکی q_2 منفی باشد.

$$\frac{F_1}{F_r} = \left| \frac{q_1}{q_r} \right| \times \frac{r_{rr}^2}{r_{1r}^2} = \left| \frac{50}{q_r} \right| \times \frac{1^2}{5^2} = 1$$

$$\rightarrow |q_r| = \frac{50}{25} = 2 \mu C \Rightarrow q_r = -2 \mu C$$

۶۶ - گزینه ۲ با توجه به شکل و جهت مثبت بردارهای یکه، بدیهی است که میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در نقطه M به صورت زیر است:



$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 4.5 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{(120 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow |q_1| = \frac{4.5 \times 144}{9} \times 10^{-6} \Rightarrow |q_1| = 72 \mu C$$

ولی با توجه به جهت میدان E_1 به بار q_1 منفی است یعنی:

$$q_1 = -72 \mu C$$

و برای بار q_2 که مثبت است داریم:

$$E_r = \frac{k|q_r|}{r_r^2} \Rightarrow 8 \times 10^5 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_r|}{(45 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow |q_r| = \frac{45 \times 45 \times 8}{9} \times 10^{-6} \Rightarrow q_r = 18 \mu C$$

و در آخر داریم:

$$\frac{q_1}{q_r} = \frac{-72}{18} \Rightarrow \frac{q_1}{q_r} = -4$$

راحل دیگر:

$$\frac{E_1}{E_r} = \left| \frac{q_1}{q_r} \right| \times \left(\frac{r_r}{r_1} \right)^2 \rightarrow \frac{4.5 \times 10^5}{8 \times 10^5} = \left| \frac{q_1}{q_r} \right| \times \left(\frac{45}{120} \right)^2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_r} \right| = \frac{4.5}{8} \times \frac{120 \times 120}{45 \times 45} = 4$$



با توجه به جهت میدان‌های $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ ، بار q_1 منفی و q_2 مثبت است؛ بنابراین:

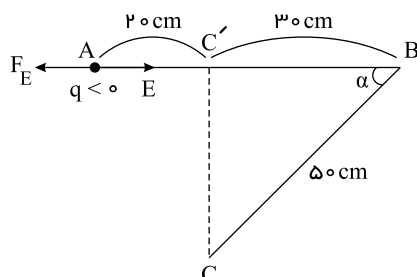
$$\frac{q_1}{q_2} = -3$$

۶۷ - گزینه ۱

$$\Delta U = -Eqd \cos \theta = -Eqd \cos 0^\circ = -10^{-5}(-5 \times 10^{-6}) \times 30 \times 10^{-2} \times 1 = +0,15$$

۱۵,۰ J افزایش می‌یابد.

۶۸ - گزینه ۱



می‌دانیم که تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی به مسیر حرکت ذره در میدان الکتریکی یکنواخت داده‌شده بستگی ندارد. پس تمام ΔU در مسیر ABC با ΔU در فاصله A تا C' برابر است:

$$BC' = 50 \cos \alpha \xrightarrow{\cos \alpha = 0,6} BC' = 30 \text{ cm} \Rightarrow AC' = 20 \text{ cm}$$

از طرفی چون بار الکتریکی q دارای بار الکتریکی منفی است، نیروی وارد بر آن در خلاف جهت میدان بوده و با توجه به شکل، زاویه بین نیروی میدان الکتریکی و جابه‌جایی در راستای میدان 180° است. در نهایت داریم:

$$\Delta U_E = -W_t = -|q| \cdot E \cdot d \cos \theta \rightarrow \Delta U_E = -5 \times 10^{-6} \times 10^5 \times (20 \times 10^{-2}) \times (\cos 180^\circ) \rightarrow \Delta U_E = +0,1 J$$

یعنی انرژی پتانسیل الکتریکی ذره در این جابه‌جایی به اندازه ۰,۱ ژول افزایش می‌یابد.

۶۹ - گزینه ۲ چون ذره فقط تحت اثر نیروی میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود به انرژی کل آن پایسته است، یعنی:

$$\Delta K = -\Delta U \xrightarrow{\Delta U = -|q|Ed \cos \theta} \Delta K = 12,5 eV$$

$$\Delta = -|q| \cdot E \cdot d \cdot \cos \theta = -|e| \times 125 \times 0,1 \times \cos 0 \Rightarrow \Delta U = -12,5 eV$$

بنابراین می‌توانیم تندی ذره بعد از 10 cm جابه‌جایی را بیابیم. (در رابطه زیر، انرژی جنبشی باید برحسب ژول باشد)

$$\Delta k = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \Rightarrow 12,5 \times 1,6 \times 10^{-19} = \frac{1}{2} (10^{-30}) (v^2 - 0^2)$$

و برای تعیین زمان این حرکت داریم:

$$\Rightarrow v = 2 \times 10^6 \frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 0,1 = \frac{(2 \times 10^6) + 0}{2} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 10^{-7} s = 100 ns$$

۷۰ - گزینه ۲ در اینجا از چگونگی تغییر سرعت ذره در جابه‌جایی از A تا B حرفی گفته نشده، پس در مورد تغییر انرژی جنبشی نمی‌توان چیزی گفت (اگر ذره پرتاب یا رها شود می‌توان تغییرات انرژی جنبشی را بررسی کرد). از طرفی اگر ذره باردار $q < 0$ (منفی) در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود، الزاماً کار نیروی میدان روی ذره مثبت است.

۷۱ - گزینه ۱ در اینجا از وزن و مقاومت هوا صرف‌نظر شده است؛ پس وقتی ذره را در امتداد میدان پرتاب می‌کنیم، تنها نیرویی که بر روی ذره کار انجام می‌دهد، نیروی میدان الکتریکی است.

از طرفی چون باتری و فاصله بین نقاط A و B تغییر نمی‌کند، کار میدان الکتریکی در هر دو حالت از نظر مقدار یکسان است و فقط علامت آن قرینه می‌شود. با این مقدمه، به حل سؤال می‌پردازیم. در حالت اول پروتون در خلاف جهت میدان الکتریکی پرتاب می‌شود و داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_E} W_E = K_B - K_A \Rightarrow W_E = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) \xrightarrow{v_A = 2 \times 10^4 \frac{m}{s}, v_B = 0}$$

$$\Rightarrow W_E = \frac{1}{2} m (0 - (2 \times 10^4)^2) \Rightarrow W_E = -\frac{1}{2} m (4 \times 10^8) J$$

در حالت دوم داریم:

$$W'_t = \Delta K' \xrightarrow{W'_t = -W_E} -W_E = K'_B - K'_A$$

$$-W_E = \frac{1}{2} m (4 \times 10^8) \xrightarrow{-W_E = \frac{1}{2} m (4 \times 10^8)} \frac{1}{2} m \times 4 \times 10^8 = \frac{1}{2} m (v_B^2 - (2 \times 10^4)^2)$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 2 \times 4 \times 10^8 \Rightarrow v_B = 2 \sqrt{2} \times 10^4 \frac{m}{s}$$

۷۲ - گزینه ۴ در حرکت خودبه‌خودی بار الکتریکی، انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و بار منفی به سمت مکان‌هایی با پتانسیل الکتریکی بیشتر می‌رود.

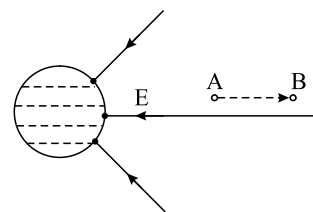
$$V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow V_B - 120 = \frac{-5 \times 10^{-3}}{-50 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B = 220 V$$

۷۳ - گزینه ۱ نکته (۱): هرچه در جهت خطوط میدان الکتریکی پیش برویم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. به



عبارت ساده‌تر، هرچه به بارهای منفی نزدیک‌تر نشویم (یا از بارهای مثبت دورتر شویم) پتانسیل الکتریکی کمتر می‌شود و برعکس. نکته (۲): اگر بار منفی در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

$$[V_B > V_A] \text{ و } \begin{cases} \xleftarrow{E} \\ \text{حرکت} \\ q < 0 \rightarrow U \downarrow \end{cases}$$



۷۴ - گزینه ۲ با توجه به اینکه صفحات به مولد با نیروی محرکه $20V$ متصل است، همواره اختلاف پتانسیل بین صفحات همان $20V$ مانده و ثابت است. از طرفی با فرض یکنواخت بودن میدان الکتریکی بین صفحات داریم: (پتانسیل الکتریکی صفحه A را ثابت فرض می‌کنیم)

$$\Delta V = E \cdot d \xrightarrow{\text{ثابت } E} \Delta V \propto d \rightarrow \frac{V_B - V_A}{V_P - V_A} = \frac{d_{BA}}{d_{PA}} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{20}{V_P - V_A} = \frac{5}{2} \rightarrow V_P - V_A = 8V(1)$$

و در حالت دوم داریم:

$$\frac{V_B - V_A}{V'_P - V_A} = \frac{d'_{BA}}{d_{PA}} \rightarrow \frac{20}{V'_P - V_A} = \frac{10}{2} \rightarrow V'_P - V_A = 4V(2)$$

و در نهایت داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} V_P - V_A = 8V \\ V'_P - V_A = 4V \end{cases} \rightarrow V'_P - V_P = -4V$$

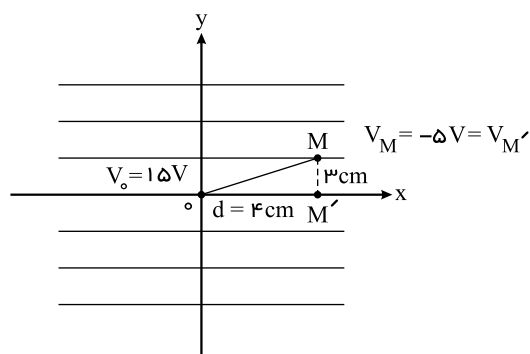
یعنی پتانسیل الکتریکی نقطه P، ۴ ولت کاهش می‌یابد.

۷۵ - گزینه ۳

با توجه به آنچه در سؤال ذکر شده، میدان الکتریکی به صورت زیر است:

می‌دانیم که با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس میدان الکتریکی در جهت محور x است.

از طرفی می‌دانیم که در رابطه $|\Delta V| = E \cdot d$ مقدار جابه‌جایی در راستای میدان است (در اینجا $d = 4cm$ است)



پس در آخر داریم:

$$V_o - V_m = E \cdot d \Rightarrow 15 - (-5) = E \times 4 \times 10^{-2} \Rightarrow E = 500 \frac{N}{C}$$

۷۶ - گزینه ۳ می‌دانیم در اینجا، با توجه به پایستگی انرژی، اگر انرژی جنبشی ۲ میلی‌ژول افزایش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی‌اش ۲ میلی‌ژول کاهش می‌یابد. بنابراین داریم:

$$\Delta U = q\Delta V \rightarrow -2 \times 10^{-3} = q(10 - 30) \rightarrow q = -4 \times 10^{-5} C \rightarrow q = -40 \mu C$$

۷۷ - گزینه ۱ با توجه به تفاوت تراکم خطوط میدان الکتریکی، بدیهی است که بارها کردن الکترون در B، خود به خود به طرف نقطه A حرکت کرده و تندی‌اش افزایش می‌یابد که این افزایش

تندی در شکل (۳) بیشتر از شکل (۲) و آن هم بیشتر از شکل (۱) است. یعنی $\Delta v_{(3)} > \Delta v_{(2)} > \Delta v_{(1)}$ (دقت کنید که فاصله AB در هر سه شکل یکسان است). از طرفی با توجه به پایسته

بودن انرژی $\Delta U = -\Delta K$ است یعنی:

$$|q\Delta V| = |\Delta K| \xrightarrow{\text{یکسان } q} |\Delta V| \propto |\Delta K|$$

یعنی هر چه تغییر انرژی جنبشی بیشتر باشد، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه زیر بیشتر است پس $\Delta V_{(3)} > \Delta V_{(2)} > \Delta V_{(1)}$

۷۸ - گزینه ۱ چون ذره باردار فقط تحت تأثیر نیروی میدان الکتریکی جابه‌جا می‌شود، انرژی مکانیکی آن پایسته مانده، پس تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن، قرینه تغییر انرژی جنبشی‌اش است، یعنی:

$$E: \text{ ثابت} \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \Rightarrow q\Delta V = -\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \xrightarrow{q=5nC=5 \times 10^{-9}C, m=\mu g=4 \times 10^{-9}kg, v_A=10 \frac{m}{s}, v_B=20 \frac{m}{s}} 5 \times 10^{-9}(V_B - V_A) = -\left(\frac{1}{2}\right)(4 \times 10^{-9})(400 - 100) \\ \Rightarrow V_B - V_A = -120V$$

۷۹ - گزینه ۳ بار منفی به صورت خودبه‌خودی حرکت می‌کند؛ پس انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد:

$$\Delta V = Ed \Rightarrow \frac{20}{\Delta V} = \frac{2 \times 10^{-2}}{15 \times 10^{-2}} \Rightarrow \Delta V = 15V$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q\Delta V = -5 \times 15 = -75J$$



۸۰ - گزینه ۲ ابتدا بار الکتریکی جابه‌جا شده بین دو نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow[\Delta U = A kWh]{\Delta V = 2 kV} 2 \times 10^3 = \frac{8 \times 10^3 \times 3600}{q} \rightarrow q = 14400 C$$

حال تعداد الکترون‌های شارش یافته را محاسبه می‌کنیم:

$$q = ne \rightarrow n = \frac{14400}{1.6 \times 10^{-19}} = 9 \times 10^{22}$$

۸۱ - گزینه ۴ از آنجا که بار q منفی است و در این جابه‌جایی، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد، پس در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است. حال برای تعیین اختلاف پتانسیل الکتریکی بین این دو نقطه، داریم:

$$\Delta U = q \Delta V \xrightarrow[q = -20 \times 10^{-9} C]{\Delta U = 2 \times 10^{-3} J} 2 \times 10^{-3} = -20 \times 10^{-9} (\Delta V) \Rightarrow \Delta V = V_B - V_A = -10^5 V$$

۸۲ - گزینه ۲ چون ذره منفی در جهت خطوط میدان جابه‌جا شده، انرژی پتانسیل آن افزایش و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد. بنابراین $\Delta U = -\Delta K = +100 mJ$ است و داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \rightarrow V_B - V_A = \frac{100 \times 10^{-3}}{-5 \times 10^{-3}} = -20 V$$

۸۳ - گزینه ۲ می‌دانیم که کار میدان الکتریکی برابر است با منفی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی؛ یعنی در اینجا داریم:

$$\Delta U_E = -W_E = -20 \mu J$$

حال برای تعیین پتانسیل الکتریکی نقطه B داریم:

$$\Delta U = q \Delta V = q(V_B - V_A) \Rightarrow -20 = -5(V_B - 6) \Rightarrow V_B = 10 V$$

۸۴ - گزینه ۴

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow E = \frac{6}{2 \times 10^{-3}} = 3 \times 10^3 \frac{V}{m}$$

۸۵ - گزینه ۱ میدان الکتریکی درون اجسام رسانای در حال تعادل الکترواستاتیک صفر است.

پتانسیل الکتریکی در همه جای یک جسم رسانای در حال تعادل الکترواستاتیک ثابت و برابر است.

۸۶ - گزینه ۴ بار الکتریکی بر روی سطح کره فلزی به‌طور یکنواخت توزیع می‌شود، با توجه به چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \rightarrow \frac{q_{\text{کل}}}{A_{\text{کل}}} = \frac{q}{1 \text{ cm}^2} \rightarrow \frac{157}{4\pi r^2} = \frac{q}{1} \xrightarrow{r=5 \text{ cm}} q = \frac{157000 pC \times \text{cm}^2}{4 \times 3.14 (5 \text{ cm})^2}$$

$$q = \frac{157000 pC}{314} = 500 pC$$

۸۷ - گزینه ۳ شعاع کره‌ها یکسان است، پس باره کره‌ها بعد از اتصال به‌صورت زیر است.

گام اول:

$$q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{20 + (-4)}{2} = 8 \mu C$$

گام دوم:

$$\sigma_1 = \frac{q_A}{A} \Rightarrow \Delta \sigma = \frac{q'_A - q_A}{A} = \frac{8 - 20}{4\pi R^2} = \frac{-12 \mu C}{4 \times 3 \times 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2} \Rightarrow \Delta \sigma = -\frac{10^4}{25} = -400 \frac{\mu C}{\text{m}^2}$$

کاهش می‌یابد. $400 \frac{\mu C}{\text{m}^2}$

۸۸ - گزینه ۴ با توجه به رابطه مربوط به چگالی سطحی بار الکتریکی کره داریم:

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{q_A}{q_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2 = \frac{q_A}{0.5 q_A} \times \left(\frac{R_B}{2 R_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{1}{2}$$

۸۹ - گزینه ۳ در اجسام رسانا بار الکتریکی در سطح خارجی آن توزیع می‌شود و درون جسم بار الکتریکی صفر بوده و در نتیجه درون آن میدان الکتریکی خالص نیز صفر است.

چون میدان الکتریکی درون رسانایی که در تعادل الکترواستاتیکی است صفر است، کار نیروی الکتریکی در هر جابه‌جایی دلخواهی در داخل رسانا صفر می‌شود. در نتیجه همه نقاط رسانا پتانسیل یکسانی دارند.

۹۰ - گزینه ۱ در اینجا ظرفیت ثابت، بار متغیر و در نتیجه انرژی نیز تغییر کرده، پس داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$\frac{(1.25Q)^2}{2 \times 5} - \frac{Q^2}{2 \times 5} = 90$$



$$\frac{0.5625Q^2}{10} = 90 \Rightarrow Q = 40 \mu C$$

$$V = \frac{Q}{C}$$

$$V = \frac{40}{5} = 8V$$

۹۱ - گزینه ۱ در ابتدا، اطلاعات سؤال را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:

$$\begin{cases} \text{حالت اول} & \begin{cases} C = 12 \mu F \\ Q = \text{بار خازن} \\ V_1 = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{12 \mu F} \end{cases} \\ \text{پس از تغییر} & \begin{cases} C = 12 \mu F \\ Q = \text{بار خازن} \\ \Delta U = -28.5 \mu J \text{ (کاهش انرژی)} \end{cases} \end{cases}$$

هنگامی که بار $6 \mu C$ از صفحه منفی جدا شود و به صفحه مثبت اضافه شود، بار $12 \mu C$ با بار مثبت $(+Q)$ صفحه منفی $(-Q)$ به $[-Q - (-6) = -(Q - 6)]$ تغییر می‌کند. یعنی در کل بار خازن از Q به $(Q - 6)$ تغییر می‌کند:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{(Q - 6)^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C} = -28.5 \mu J \Rightarrow Q^2 - 12Q + 36 - Q^2 = -2(12)(28.5) \Rightarrow 36 - 12Q = -684 \Rightarrow 12Q = 720 \Rightarrow Q = 60 \mu C \Rightarrow V_1 = \frac{Q}{C} = \frac{60 \mu C}{12 \mu F} = 5V$$

۹۲ - گزینه ۳ چون ظرفیت خازن تغییری نمی‌کند، از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ کمک می‌گیریم:

$$\frac{U'}{U} = \frac{\frac{1}{2} CV'^2}{\frac{1}{2} CV^2} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \left(\frac{V'}{V}\right)^2 = \left(\frac{15}{20}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

۹۳ - گزینه ۳ می‌دانیم که با کاهش فاصله بین صفحات، ظرفیت خازن به صورت زیر افزایش می‌یابد.

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa=1} \Delta C = \epsilon_0 A \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5mm} \right) \rightarrow \Delta C = (9 \times 10^{-12}) (40 \times 10^{-4}) \left(1 - \frac{1}{5} \right) = \frac{4}{5mm} - \frac{4000}{5} = 800$$

$$\rightarrow \Delta C = (9 \times 4 \times 8) (10^{-12})$$

$$\rightarrow \Delta C = 288 \times 10^{-12} F \rightarrow \Delta C = 288 \times 10^{-12} F = 288 pF$$

۹۴ - گزینه ۲ میدان الکتریکی بین صفحات خازن همه جا با هم برابر است، بنابراین رابطه بین اختلاف پتانسیل بین دو نقطه و فاصله آنها از هم، یک رابطه خطی است یعنی:

$$\Delta V = E \cdot d$$

$$\left\{ \begin{aligned} E &= \frac{V_+ - V_-}{10mm} = \frac{V_+ - V_A}{4mm} \Rightarrow \frac{0 - V_-}{5} = \frac{0 - V_A}{2} \Rightarrow \frac{0}{5} = \frac{-V_A}{2} \Rightarrow V_A = -32V \\ \Delta C &= 800V = V_+ - V_- = 0 - V_- \end{aligned} \right.$$

۹۵ - گزینه ۴ به C V (اختلاف پتانسیل صفحات خازن) بستگی ندارد.

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow \begin{cases} U_2 = U_1 + 5 \times 10^{-6} J \Rightarrow \Delta U = 5 \mu J \\ C = 2 \mu F \\ \Delta U = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow 5 \mu J = \frac{1}{2} (2 \mu F) ((V_1 + 1)^2 - V_1^2) \Rightarrow 5 = 2V_1 + 1 \Rightarrow V_1 = 2V \\ V_2 = V_1 + 1 \end{cases}$$

۹۶ - گزینه ۱ دقت کنید که با هر گونه تغییرات ولتاژ دو سر خازن، ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند.

$$\left\{ \begin{aligned} C &= \frac{q}{\Delta V} \Rightarrow \frac{q_1}{\Delta V_1} = \frac{q_1 + 20 \mu C}{1.5 \Delta V_1} \Rightarrow 1.5 q_1 = q_1 + 20 \mu C \Rightarrow q_1 = 40 \mu C \\ U &= \frac{1}{2} C \Delta V^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} \right)^2 = (1.5)^2 = \left(\frac{9}{4} \right) \Rightarrow \frac{20 \mu J + U_1}{U_1} = \frac{9}{4} \Rightarrow 9U_1 = 80 \mu J + 4U_1 \Rightarrow 5U_1 = 80 \mu J \Rightarrow U_1 = 16 \mu J \Rightarrow \frac{q_1^2}{2C} = 16 \mu J \\ &= \frac{(40 \mu C)^2}{2C} = 160 \mu J \Rightarrow C = 5 \mu F \end{aligned} \right.$$

۹۷ - گزینه ۲ با معلوم بودن C و V ، برای تعیین U داریم:



$$\begin{cases} C = 5 \mu F \rightarrow U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (5 \mu F) (10)^2 = 250 \mu J \\ V = 10 V \end{cases}$$

۹۸ - گزینه ۲ خازن پیوسته به باتری وصل است. بنابراین اختلاف پتانسیل صفحات خازن ثابت می‌ماند:

$\Delta V =$ ثابت

فاصله صفحات خازن را دو برابر می‌کنیم، بنابراین طبق رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ با دو برابر شدن d ، ظرفیت خازن نصف می‌شود.

در مورد میدان الکتریکی:

$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow[\Delta V = \text{ثابت}]{d \times 2} E \times \frac{1}{2}$$

در مورد بار الکتریکی:

$$Q = \underbrace{C}_{\text{ثابت نصف}} \underbrace{\Delta V}_{\text{ثابت}} \Rightarrow Q \times \frac{1}{2}$$

بنابراین (الف) و (ت) صحیح می‌باشند.

۹۹ - گزینه ۲ گام اول: برای سادگی انرژی را هم برحسب میلی‌ژول و ظرفیت خازن را هم برحسب میلی فاراد می‌نویسیم. هنگامی که از صفحه منفی، بار مثبت $(+3mC)$ را جدا کرده و به صفحه مثبت می‌بریم، صفحه منفی، منفی‌تر و صفحه مثبت، مثبت‌تر می‌شود. پس بار خازن زیاد می‌شود، یعنی می‌توان نوشت: $Q' = Q + 3mC$. Q' (بار اولیه و Q' بار ثانویه خازن است). گام دوم:

$$\Delta U = \frac{1}{2} \frac{Q'^2}{C} - \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{Q'^2 - Q^2}{2C} \Rightarrow 4500 mJ = \frac{(Q + 3)^2 - Q^2}{2 \times 5 \times 10^{-3} mF} \Rightarrow 45 = Q^2 + 9 + 6Q - Q^2 = 6Q + 9 \Rightarrow 6Q = 36 \Rightarrow Q = 6mC$$

۱۰۰ - گزینه ۴ با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، ظرفیت آن تغییر نمی‌کند، بنابراین داریم:

$$q = CV \xrightarrow{C \text{ ثابت}} \frac{q_2}{q_1} = \frac{V_2}{V_1} \rightarrow \frac{\Delta q}{q_1} = \frac{\Delta V}{V_1} \rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = -10\% \frac{\Delta q}{q_1} = -10\%$$

یعنی بار الکتریکی نیز ۱۰ درصد کاهش می‌یابد.

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{C \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \xrightarrow{q_2 = 0.9 q_1} \frac{U_2}{U_1} = (0.9)^2 \rightarrow \frac{U_2}{U_1} = 0.81 \rightarrow \frac{\Delta U}{U_1} \times 100 = -19\%$$

یعنی انرژی خازن ۱۹ درصد کاهش می‌یابد.

۱۰۱ - گزینه ۱ فاصله بین صفحات خازن، یکی از عوامل مؤثر در ظرفیت خازن است. بنابراین با نوشتن ظرفیت خازن برحسب مشخصات ساختمان آن داریم:

$$\begin{cases} d_1 = 5mm = 5 \times 10^{-3} m \\ A = 2cm^2 = 2 \times 10^{-4} m^2 \\ k = 4 \\ d_2 = d_1 - 3mm = 2 \times 10^{-3} m \\ \Delta C = ? (PF) \end{cases}$$

$$\Delta C = C_2 - C_1 = k\epsilon_0 \frac{A}{d_2} - k\epsilon_0 \frac{A}{d_1}$$

$$\Delta C = k\epsilon_0 A \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right)$$

$$\Delta C = (4)(8.85 \times 10^{-12}) (2 \times 10^{-4}) \left(\frac{1}{2 \times 10^{-3}} - \frac{1}{5 \times 10^{-3}} \right)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = \frac{10^3}{2} = 500 \\ \frac{1}{5 \times 10^{-3}} = \frac{10^3}{5} = 200 \\ 4 \times 8.85 \times 2 = 8 \times 8.85 = 70.8 \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta C = (70.8)(10^{-16})(500 - 200) = 70.8 \times 3 \times 10^{-14} = 212.4 \times 10^{-14} F \rightarrow \Delta C = 2.124 \times 10^{-12} F \rightarrow \Delta C = 2.124 pF$$

۱۰۲ - گزینه ۱

$$d_2 = 1.5d_1 \xrightarrow{\text{ثابت } q} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{2}{3} \rightarrow C_2 = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3} \mu C$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \rightarrow U_2 - U_1 = \frac{q^2}{2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{200^2}{2} \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{5} \right) = \frac{4 \times 10^4}{2} \times 0.1 = 2000 \mu J = 2mJ$$

توجه کنید که در فرمول $U = \frac{q^2}{2C}$ ، اگر یکای q را میکروکولن و یکای C را میکروفاراد قرار دهیم، یکای انرژی μJ به دست می‌آید.

۱۰۳ - گزینه ۱ با خروجی دی‌الکترونیک از بین صفحات خازن، ظرفیت آن $\frac{1}{k}$ برابر می‌شود یعنی:



$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \xrightarrow{k_1=2} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{2}$$

از طرفی چون بار خازن ثابت مانده:

$$C = \frac{q}{V} \xrightarrow{q=\text{ثابت}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} = 2$$

و برای تعیین چگونگی تغییر انرژی:

$$U = \frac{1}{2} qV \xrightarrow{q=\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{V_2}{V_1} = 2$$

۱۰۴ - گزینه ۲ در ابتدا ظرفیت خازن در حالت جدید را محاسبه می‌کنیم.

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \xrightarrow[U=20V]{U=2mJ=2 \times 10^{-3} J} 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times C_2 \times (20)^2 \Rightarrow C_2 = 10 \times 10^{-6} F = 10 \mu F$$

از طرفی چون فقط با ورود عایق بین صفحات خازن، ظرفیت آن تغییر کرده، داریم:

$$C = \frac{k \varepsilon_0 A}{d} \xrightarrow[A: \text{ثابت}]{d: \text{ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{k_2}{k_1} \xrightarrow[C_1=5\mu F, k_1=1]{C_2=10\mu F} k_2 = 2$$

۱۰۵ - گزینه ۲ در اینجا ظرفیت خازن ثابت است و فقط با تغییر بار الکتریکی، اختلاف پتانسیل دو سر خازن و انرژی آن تغییر می‌کند، بنابراین داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{C=\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 \xrightarrow[U_2=U_1+4.5\mu J]{Q_2=\frac{5}{4}Q_1} \frac{U_1 + 4.5\mu J}{U_1} = \left(\frac{5}{4} \right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow U_1 = 8\mu J, U_2 = 12.5\mu J$$

$$\frac{U_1 + 4.5\mu J}{U_1} = \left(\frac{5}{4} \right)^2 = \frac{25}{16} \Rightarrow U_1 = 8\mu J, U_2 = 12.5\mu J$$

حال برای تعیین اختلاف پتانسیل دو سر خازن داریم:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \Rightarrow \begin{cases} 8 = \frac{1}{2} \times 25 \times V_1^2 \Rightarrow V_1 = \frac{4}{5} V \\ 12.5 = \frac{1}{2} \times 25 \times V_2^2 \Rightarrow V_2 = 1 V \end{cases}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 1 - \frac{4}{5} \Rightarrow \Delta V = 0.2 V$$

۱۰۶ - گزینه ۳ برای یک خازن با ظرفیت ثابت، تغییر بار هر یک از صفحه‌های خازن به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Q = CV \Rightarrow \Delta Q = C(\Delta V) \xrightarrow[\Delta V=1V]{C=8\mu F} \Delta Q = 8\mu C$$

یعنی بار هر یک از صفحات خازن ۸ میکروکولن تغییر کرده است. حال برای تعیین تغییر در تعداد الکترون‌ها داریم:

$$Q = ne \Rightarrow \Delta n = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{8 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} \Rightarrow \Delta n = 5 \times 10^{13}$$

۱۰۷ - گزینه ۱ در اینجا ظرفیت خازن ثابت است و با تغییر بار الکتریکی، انرژی خازن تغییر کرده، بنابراین داریم:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 = \left(\frac{\frac{3}{4} Q_1}{Q_1} \right)^2 = \frac{9}{16} \Rightarrow U_2 = \frac{9}{16} U_1 \xrightarrow[U_2-U_1=2.5\mu J]{U_1=20\mu J} \frac{9}{16} U_1 - U_1 = 2.5 \Rightarrow \frac{9}{16} U_1 = 2.5 \Rightarrow U_1 = 20\mu J$$

و در حالت اول داریم:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C} \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times \frac{Q_1^2}{40} \Rightarrow Q_1 = 40\mu C$$

۱۰۸ - گزینه ۳ در اینجا ظرفیت خازن تغییر نکرده است و با تغییر بار الکتریکی، اختلاف پتانسیل دو سر خازن و انرژی آن تغییر کرده، بنابراین داریم:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \xrightarrow{C=\text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^2 \xrightarrow[V_2=\frac{3}{4}V_1]{U_2=\frac{3}{4}U_1} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{3}{4} \right)^2 \Rightarrow U_2 = \frac{9}{16} U_1$$

اما مقدار کاهش انرژی یعنی مقدار ΔU مطلوب است؛ بنابراین داریم:

$$|\Delta U| = |U_2 - U_1| = \left| \frac{9}{16} U_1 - U_1 \right| \Rightarrow |\Delta U| = \frac{7}{16} U_1$$

۱۰۹ - گزینه ۴ در اینجا ظرفیت خازن تغییر نکرده، بنابراین داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1} \xrightarrow[V_2=1.2V_1]{Q_2=Q_1+50} \frac{Q_1 + 50}{Q_1} = 1.2 \Rightarrow 0.2 Q_1 = 50 \Rightarrow Q_1 = 250\mu C \Rightarrow Q_2 = 300\mu C$$

برای پیدا کردن انرژی خازن در حالت دوم داریم:



$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{(300 \mu C)^2}{25 \mu F} \Rightarrow U_2 = 1800 \mu J \Rightarrow U_2 = 1.8 mJ$$

۱۱۰ - گزینه ۱

$$V = \text{ثابت} \rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = 3 \xrightarrow{U = \frac{1}{2} C V^2} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} = 3$$

چون اختلاف پتانسیل و فاصله صفحات ثابت است، میدان الکتریکی خازن تغییری نمی‌کند.

۱۱۱ - گزینه ۲ چون دو سر خازن به باتری وصل است V ثابت می‌ماند.

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_1}{\frac{1}{4} d_1} = 4$$

$$Q = C \cdot V \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1} = 4$$

ثابت V

۱۱۲ - گزینه ۴ خازن از باتری جدا است پس بار آن ثابت می‌ماند. با استفاده از رابطه $Q = C_0 V$ وقتی با گذاشتن دی‌الکتریک طبق رابطه $C = \kappa C_0$ ، $\kappa > 1$ ظرفیت خازن افزایش می‌یابد،باید V کاهش پیدا کند تا Q ثابت بماند. از طرفی طبق رابطه $U = \frac{1}{2} Q V$ اگر Q ثابت باشد و V کاهش پیدا کند، U نیز کاهش پیدا خواهد کرد.