

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دعای پیش از مطالعه

اَللّٰهُمَّ اَخْرِجْنِيْ مِنْ ظُلُمَاتِ الْوَهْمِ وَاكْرِمْنِيْ بِنُورِ الْفَهْمِ
اَللّٰهُمَّ افْتَحْ عَلَيْنَا اَبْوَابَ رَحْمَتِكَ وَاَنْشُرْ عَلَيْنَا خَزَائِنَ عُلُوْمِكَ
بِرَحْمَتِكَ يَا اَرْحَمَ الرَّاحِمِيْنَ

پروردگارا، خارج کن مرا از تاریکی های فکر و گرامی بدار به نور فهم
پروردگارا، بگشای بر ما در های رحمت را و بگستران کنج های دانشت را به امید رحمت
تو ای مهربان ترین مهربانان

بیایید به حقوق دیگران احترام بگذاریم

دوست عزیز، این کتاب حاصل دسترنج چندین ساله ی مؤلف، مترجم و ناشر آن است. تکثیر و فروش آن به هر شکلی بدون اجازه از پدیدآورنده کاری غیراخلاقی، غیرقانونی، غیرشرعی و کسب درآمد از دسترنج دیگران است، نتیجه ی این عمل نادرست، موجب رواج بی اعتمادی در جامعه و بروز پی آمدهای ناگوار در زندگی و محیط ناسالم برای خود و فرزندانمان می گردد.



درسنامه مقدمات آمار زیستی

ویژه کارشناسی ارشد رشته اپیدمیولوژی

تألیف و گردآوری:

دکتر عباس عباسی قهرمانلو

«رتبه ۱۳ دکتری تخصصی (Ph.D) اپیدمیولوژی علوم پزشکی ایران»

زیر نظر:

میشم اسلامی

سرشناسه

: عباسی قهرمان لو، عباس، ۱۳۶۸-

عنوان و نام پدیدآور

: AGK درسنامه مقدمات آمار زیستی: ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی اپیدمیولوژی/ تألیف و گردآوری

عباسی قهرمانلو؛ زیر نظر میثم اسلامی.

مشخصات نشر

: تهران: آناهید گستر خلیلی، ۱۴۰۳.

مشخصات ظاهری

: ۱۶۳ص: مصور، جدول؛ ۲۲ × ۲۹ س.م.

شابک

: 978-622-4907-74-5

وضعیت فهرست‌نویسی

: فیپا

موضوع

: آمار حیاتی -- راهنمای آموزشی -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)

Vital statistics -- Study and teaching -- Examinations, questions, etc (Higher)

همه‌گیرشناسی -- راهنمای آموزشی -- آزمون‌ها و تمرین‌ها (عالی)

Epidemiology -- Study and teaching -- Examinations, questions, etc. (Higher)

شناسه افزوده

: اسلامی، میثم، ۱۳۶۲-؛ زیر نظر

رده‌بندی کنگره

: HA۱۵۵

رده‌بندی دیویی

: ۳۱۰

شماره کتابشناسی ملی

: ۹۸۷۱۸۴۶



انتشارات آناهید گستر خلیلی

نام: AGK درسنامه مقدمات آمار زیستی

(ویژه کارشناسی ارشد رشته‌ی اپیدمیولوژی)

تألیف و گردآوری: دکتر عباسی قهرمانلو

زیر نظر: میثم اسلامی

ناشر: آناهید گستر خلیلی

نوبت و سال چاپ: اول. ۱۴۰۳

شمارگان: ۱۰۰۰

چاپ و صحافی: گیلان

مدیر تولید: امیرحسین خلیلی

مدیر فنی و هنری: مریم آرده

تایپ و صفحه‌آرایی: آرزو راضی

بهاء: ۲۵۰۰۰۰ تومان

آموزشگاه/ فروشگاه: ۰۲۱۶۶۵۶۸۶۲۱

مرکز پخش: ضلع جنوب غربی میدان انقلاب . جنب بانک پارسیان . مجتمع تجاری پارس . طبقه اول

مدیر فروش: ۰۹۱۹۱۶۸۵۹۷۰ (ارتباط از طریق پیامک)

 agkpublisher@gmail.com



www.agkins.com

طلیحه سخن مدیر تولید:

سپردن کار به اهلش نشانه‌ی خردمندی است.

برای تولید بسته‌های آموزشی تمام تلاش خود را به کار گرفته‌ایم تا محصولی شایسته را تقدیم شما عزیزان نماییم.

مجموعه‌ای که پیش روی شماست براساس معتبرترین و به‌روزترین منابع کنکور و به قلم مجرب‌ترین اساتید تألیف شده است و مطالعه آن موجب صرفه‌جویی در زمان و هزینه شما خواهد شد. ارائه بالاترین آمار قبولی در کنکور کارشناسی ارشد و دکتری در دهه اخیر بیان‌گر توانایی این مجموعه در راستای اهداف آموزشی خود می‌باشد. اینک با اتکا به تجربه‌ای ۱۷ ساله می‌توانیم ادعا کنیم که مجموعه حاضر، بی‌شک از جمله کامل‌ترین و به‌روزترین بسته‌های آموزشی موجود در عرصه کنکور می‌باشد.

❧ برخی از ویژگی‌های بسته‌های آموزشی:

- منطبق با معتبرترین و به‌روزترین منابع کنکور
- گردآوری و تألیف توسط مجرب‌ترین اساتید کنکور
- تدریس مطالب از سطح پایه تا پیشرفته به بیان ساده و روان
- انتقال بهتر مفاهیم با استفاده از شکل، جدول و نمودار
- تألیف مبتنی بر نحوه‌ی طراحی سوالات کنکور
- مطالعه یک منبع منسجم به جای مطالعه چندین منبع مختلف
- منبعی خودآموز و بدون نیاز به مدرس

اینک علاوه بر مطالعه بسته‌های آموزشی استفاده از خدمات و محصولات زیر را به عنوان ضمانتی برای قبولی به شما داوطلبان عزیز توصیه می‌کنم؛

❧ آزمون‌های آزمایشی: خوش بود گر محک تجربه آید به میان

داوطلب شجاع کیست؟ داوطلبی است که خود را مورد سنجش (خود را با خود) و ارزیابی (خود را با دیگران) قرار دهد تا پیش از کنکور به نقاط ضعف خود پی ببرد و آن‌ها را تقویت نماید. آزمون‌های آزمایشی دارای یک برنامه‌ریزی منسجم است و به شما اولتیماتوم می‌دهد. یعنی شما باید در یک زمان معین مطالب معینی را مطالعه نمایید.

آزمون‌های آزمایشی مجموعه دارای سوالات استاندارد، پاسخنامه تشریحی و کارنامه تحلیلی می‌باشد. صادقانه شرکت در آزمون‌های آزمایشی را به شما عزیزان توصیه می‌کنم.

❧ مشاوره تخصصی و برنامه‌ریزی: زیر نظر حرفه‌ای‌ها درس بخوانید ...

در صورتی که نمی‌توانید با توجه به زمان آزادتان برنامه‌ی مطالعاتی استاندارد را برای خود تدوین کنید حتماً از افراد متخصص کمک بخواهید. افرادی که تجربیات خود را صادقانه در اختیار شما قرار می‌دهند و برنامه‌ریزی مناسب با شرایط شما را انجام می‌دهند.

📖 کتاب تست:

کوچک‌ترین واحد یادگیری در کنکور، تست است. شما می‌توانید برای این‌که سطح یادگیری خود را پس از مطالعه بسنجید از کتاب‌های تست مجموعه (تست کنکور) و ماطراحان (تست‌های تألیفی) استفاده کنید. این کتاب‌ها به‌صورت موضوعی طبقه‌بندی شده‌اند و می‌توانند نحوه‌ی طرح سوالات کنکور و سطح آن‌ها را به‌صورت واضح به شما نشان دهند.

📖 درسنامه‌های نکات داغ و کتاب‌های الگوریتم مناسب‌ترین منابع برای دوران مرور و جمع‌بندی:

بیش‌تر داوطلبان حین مطالعه نگران خلاصه‌نویسی و مرور آموخته‌های خود هستند و برای خلاصه‌نویسی زمان زیادی را صرف می‌کنند. اینک به شما مژده می‌دهیم که این‌بار زمان به نفع شما در حال گذر است و دیگر با استفاده از درسنامه‌های نکات داغ و کتاب‌های الگوریتم نیاز به خلاصه‌نویسی ندارید.

شما می‌توانید نظرات، انتقادات و پیشنهادهای سازنده خود را در مورد بسته‌های آموزشی به شماره‌تلفن همراه ۰۹۱۹۱۶۸۵۹۷۰ فقط و فقط پیامک نمایید.

مشاور و مدیر تولید

امیرحسین خلیلی

طلیحه سخن مؤلف:

درسنامه آمار زیستی ویژه داوطلبان ارشد اپیدمیولوژی و سایر رشته‌های مرتبط وزارت بهداشت می‌باشد. در سال‌های اخیر مشاهده شده است که در برخی آزمون‌ها از منابع معرفی نشده نیز سوال طرح می‌گردد. علاوه بر این منابع معرفی شده نیز به دلیل سبک نگارشی که دارند برای بسیاری از داوطلبان ثقیل می‌باشد و مفهوم اصلی مطالب برای اکثر داوطلبان قابل درک نمی‌باشد. در آماده‌سازی این درسنامه به تمامی این نکات توجه شده است. اول این که سعی شده است در نگارش تمامی فصول اصل روان بودن مطلب رعایت گردد. دوم این که تمامی مطالبی که در کنکورهای ارشد وزارت بهداشت مد نظر طراحان سوال قرار می‌گیرد در درسنامه گنجانده شده است. به این ترتیب شما می‌توانید با این درسنامه از مطالعه خواندن منابع متعدد بی‌نیاز شوید. برای نگارش این درسنامه از تمامی منابع فارسی و در برخی مواقع از منابع انگلیسی نیز بهره برده است. سوم این که در پایان هر فصل، سوالاتی از کنکورهای سال‌های گذشته قرار گرفته است که دانشجو مطمئن شود پس از مطالعه هر فصل می‌تواند قادر به پاسخگویی به سوالات آن فصل در کنکور باشد. البته لازم به ذکر است که بعلت حجم بالای سوالات، آوردن تمامی سوالات در این درسنامه مقدور نبود و لذا به تعداد محدودی از آن‌ها انتخاب شده‌اند. برای دسترسی به سوالات بیش‌تر می‌توانید به کتاب IQB بانک سوالات ده‌ساله اپیدمیولوژی و بخش سوالات آمار (سوالات ارشد و دکتری) مراجعه نمایید.

امیدوارم با این درسنامه بتوانیم نیاز اکثر داوطلبان را پاسخ داده باشیم و آن‌ها را از روند دشواری که برای موفقیت در کنکور ارشد وزارت بهداشت وجود دارد تا حد زیادی خلاص نموده باشیم.

موفق و پیروز باشید.

دکتر عباس عباسی قهرمانلو

۹	فصل اول: آمار توصیفی.....
۲۰	فصل دوم: آمار توصیفی (شاخص‌های آماری).....
۴۶	فصل سوم: احتمالات.....
۶۶	فصل چهارم: توزیع‌های خاص.....
۱۱۰	فصل پنجم: ویژگی‌های متغیر تصادفی.....
۱۱۵	فصل ششم: روش‌های نمونه‌گیری و برآورد.....
۱۲۹	فصل هفتم: آزمون فرضیه.....
۱۵۱	فصل هشتم: بستگی بین صفات.....
۱۵۸	فصل نهم: شاخص‌های بهداشتی.....

آمار توصیفی

تعریف آمار

آمار علمی است که ابزار پژوهش است و به تجزیه و تحلیل و نحوه گردآوری داده‌ها می‌پردازد.

روش‌های آماری را به دو بخش می‌توان تقسیم کرد

۱- آمار توصیفی

۲- آمار استنباطی

۱- آمار توصیفی

شامل روش‌هایی است برای خلاصه کردن انبوهی از اطلاعات آماری و نمایش برخی از خصوصیات آن به طریقی که برای استفاده‌کنندگان به سادگی قابل فهم باشد. به عبارتی دیگر آمار توصیفی عبارت است از روش‌هایی که در جمع‌آوری، طبقه‌بندی، خلاصه‌کردن و نمایش داده‌های آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد . این روش‌ها شامل رسم نمودار و جداول گوناگون و محاسبه شاخص‌هایی مانند میانگین و پراکندگی برای خلاصه‌سازی می‌باشند.

۲- آمار استنباطی

شامل روش‌ها و تکنیک‌هایی است که به کمک آن می‌توان اطلاعات حاصل از نمونه‌ای از جامعه آماری را به کل جامعه تعمیم داد و سپس با استفاده از آن برداشتی را بیان نمود یا تصمیمی را با در نظر گرفتن یک خطا اتخاذ کرد .

✚ در آمار استنباطی نمونه باید حتما معرف جامعه باشد

جامعه آماری

به مجموعه‌ای از اشیا، افراد یا اعضا که حداقل در یک ویژگی با هم مشترک هستند جامعه آماری گفته می‌شود.

فصل اول

جامعه به دو دسته محدود و نامحدود تقسیم می‌شود:

۱- اگر $\frac{n}{N} > 0.05$ باشد جامعه محدود است .

۲- اگر $\frac{n}{N} < 0.05$ باشد جامعه نامحدود است .

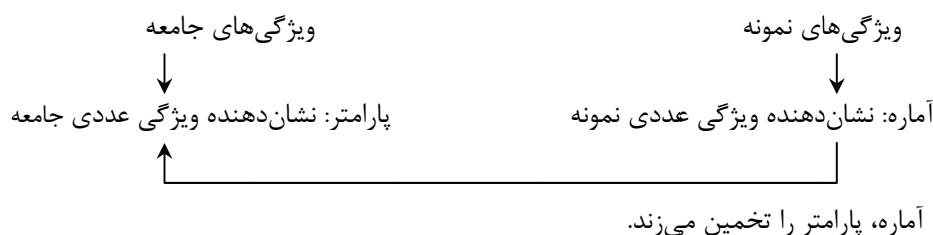
- N : حجم جامعه

- n : حجم نمونه

نمونه آماری

به مجموعه عناصری که بخشی از جامعه را تشکیل می‌دهد، نمونه آماری گفته می‌شود
هرچه حجم نمونه افزایش یابد خطای برآورد به سمت صفر میل می‌کند.

پارامتر؛ آماره (statistic؛ paramatic)



تعداد مشاهدات	همبستگی	نسبت	انحراف معیار	واریانس	میانگین	
حجم جامعه N	δ_{RO}	P	σ	σ_x^2	μ	پارامتر جامعه
حجم نمونه n	R	$\hat{p}$	δ	δ^2	$\bar{x}$	آماره نمونه

آماره، تابعی از نمونه تصادفی است که مقدارش از یک نمونه به نمونه دیگر تغییر می‌کند ولی پارامتر منحصر به فرد و ثابت است.

متغیر

به صفت یا خصوصیتی گفته می‌شود، که در یک جامعه از یک فرد به فرد دیگر تغییر کند. یعنی تابعی از عناصر جامعه باشد .
مانند: وزن- قد- نوع مذهب- جنس فرزندان یک خانواده- درآمد افراد- قد مردان بالغ - وزن کودکان کودکان- سن بیماران
به طور کلی متغیرها به دو نوع تقسیم می‌شوند:
متغیرهای کیفی و کمی

متغیرهای کیفی

متغیرهایی مانند جنس- رنگ- شغل- طبقه‌بندی کالاها را متغیرهای کیفی می‌نامند .
متغیر کیفی براساس خاصیتی که مورد نظر است عناصر جامعه را در طبقات و دسته‌های مختلف قرار می‌دهد. حاصل متغیرهای کیفی را نمی‌توان با عدد بیان کرد. مثال: دسته‌بندی جنسیت می‌تواند به صورت مذکر و مؤنث باشد. نژاد می‌تواند به صورت زرد- سفید- سیاه باشد.

متغیرهای کمی

متغیر کمی به متغیری گفته می‌شود که قابل اندازه‌گیری باشد. در واقع هرگاه صفت یا خصوصیت مورد نظر را بتوان شمارش یا اندازه‌گیری نمود و حاصل آن را با عدد بیان کرد یک متغیر کمی خواهیم داشت. مانند: وزن- قد- درجه حرارت- تعداد صفحات یک جزوه و ... به عنوان مثال می‌توان اندازه قد مردان بالغ یا وزن کودکان کودکان را اندازه گرفت .

متغیرهای کمی دو نوع می‌باشد:

- ۱- کمی پیوسته
- ۲- کمی گسسته

آمار توصیفی (شاخص‌های آماری)

برای تلخیص داده‌ها و بیان ویژگی‌های مشاهدات از شاخص‌های آماری از جمله شاخص‌های مرکزی، پراکندگی، چولگی و برجستگی است.

شاخص‌های مرکزی

شاخص‌های مرکزی مهم‌ترین مشخصه در شناخت و تجزیه و تحلیل داده‌های یک توزیع می‌باشند. این شاخص‌ها اندازه‌هایی هستند که جایگاه مرکز یک توزیع را بیان می‌کنند و عبارتند از:

۱- میانگین حسابی

۲- میانگین هندسی

۳- میانگین درجه دوم

۴- میانگین هارمونیک

۵- میانه

۶- نما

۷- دهک‌ها

۸- صدک‌ها

۹- چارک‌ها

قواعد کلی

$$\sum_{i=1}^n a = \overbrace{a + a + \dots + a}^n = na \quad \text{اگر } a \text{ یک عدد ثابت باشد آن گاه}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

$$\sum (x_i + y_i) = \sum x_i + \sum y_i$$

مثال:

$$\sum_{i=1}^4 x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4$$

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 - \sum (x_i^2 - \bar{x} x_i + \bar{x}) = \sum x_i^2 - \bar{x} \sum x_i + \bar{x} n$$

$$\sum_{i=1}^3 (x_i - 2)^2 = 14 - 4(6) + 4(3) = 2$$

x_i	x_i^2
۱	۱
۲	۴
۳	۹

$$\sum x_i = 6 \quad \sum x_i^2 = 14$$

$$\sum_{i=1}^n f x_i = f \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\mu = \frac{\sum x_i}{N} \Rightarrow \sum x_i = \mu N$$

$$\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = \sum (x_i^2 - 2\mu x_i + \mu^2) = \sum x_i^2 - 2\mu \sum x_i + N\mu^2 = \sum x_i^2 - 2\mu^2 N + N\mu^2 = \sum x_i^2 - N\mu^2$$

میانگین حسابی

چنانچه نتیجه مشاهدات را یک هیستوگرام در نظر بگیرید، میانگین روی محور طول معرف مرکز ثقل توزیع خواهد بود.

۱- محاسبه میانگین برای داده‌های خام

$$\begin{cases} \bar{x} = \frac{\sum X_i}{n} \\ \mu = \frac{\sum X_i}{N} \end{cases}$$

از تقسیم مجموع داده‌ها بر کل داده‌ها به دست می‌آید که در نمونه با نماد $\bar{x}$ و در جامعه با نماد یونانی μ نشان داده می‌شود.

۲- محاسبه میانگین برای داده‌های کمی گسسته و پیوسته

چنانچه در مطالعه‌ای نتیجه مشاهدات گروه‌بندی شده باشد (مثلاً برای صفت کمی گسسته X) توزیعی به صورت زیر ارائه می‌گردد.

$$\mu_w = \frac{\sum N_i X_i}{N} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} x_i (x_1, x_2, \dots, x_k) \\ N_i (N_1, N_2, \dots, N_k) \end{matrix}$$

در مطالعاتی که نتیجه مشاهدات به صورت کمیت پیوسته است چون معمولاً جدول توزیع فراوانی به صورت گروه‌بندی شده ارائه می‌شود محاسبه میانگین تنها به طور تقریب امکان پذیر است.

مثال:

X_i = نماینده گروه

$N_i X_i$	x_i	N_i	کرانه گروه
۱۴۲۵	۹۵	۱۵	۹۰-۱۰۰
۵۹۸۵	۱۰۵	۵۷	۱۰۰-۱۱۰
۹۴۳۰	۱۱۵	۸۲	۱۱۰-۱۲۰

$$\Rightarrow \mu = \frac{\sum N_i x_i}{N} = \frac{۱۶۸۴۰}{۱۵۴} = ۱۰۹/۲۵$$

تعریف احتمال کلاسیک

احتمال را می‌توان به مقدار شانس وقوع حادثه خاصی تلقی کرد. در واقع احتمال فراوانی نسبی در دراز مدت می‌باشد.

$$P(A) = \frac{\text{تعداد حالات مساعد}}{\text{کل حالات}}$$

در بسیاری از پدیده‌های فیزیکی وقایع غیرقابل پیش‌بینی وجود دارند. حتی در شرایط ظاهراً مشابه، بسیاری از مقادیر مشاهده شده به‌طور نامشخص تغییر می‌کنند بعنوان مثال تعداد تلفن‌هایی که به یک مرکز زده می‌شود از یک روز به روز دیگر فرق می‌کنند یا تعداد شیرهای ظاهر شده در ۵ بار پرتاب یک سکه از زمانی به زمان دیگر فرق می‌کند. هر چه احتمال وقوع پیشامد بیش‌تر باشد عدد مزبور به یک نزدیک‌تر بوده و برعکس هر اندازه پیشامد از احتمال کم‌تری برخوردار باشد، عدد به صفر نزدیک‌تر است.

پیشامدی که اصلاً نمی‌تواند روی دهد احتمالش صفر بوده و پیشامدی که قطعی و معین است احتمال یک را خواهد داشت.

- هر گاه پیشامدی به N طریق قابل انجام و با احتمال یکسان رخ دهند. اگر m تای آن‌ها واجد ویژگی E باشد،

احتمال وقوع E برابر با $\frac{m}{N}$ خواهد بود.

با نمایش احتمال E به‌صورت $P(E)$ ، تعریف بالا را به‌صورت زیر می‌توان بیان داشت:

$$P(E) = \frac{m}{N}$$

- تغییر فراوانی نسبی از احتمال به تکرارپذیری فرآیند، توانایی در شمارش آن‌ها و نیز به تعداد دفعاتی که پیشامد مورد نظر روی می‌دهد بستگی دارد.

این نکته را باید بخاطر داشت که در زبان دقیق علم آمار، $\frac{m}{n}$ تنها برآوردی از $P(E)$ می‌باشد.

تعریف آماری احتمال

با استفاده از $P_n(X) = C_n^x p^x q^{n-x}$ می‌توان نشان داد که با بزرگ شدن نامحدود n احتمال این‌که اختلاف فراوانی نسبی

مشاهده شده یعنی $\frac{x}{n}$ با احتمال حقیقی یعنی p از هر عدد کوچکی کوچک‌تر باشد برابر یک خواهد شد. به این دلیل در

مواردی که نتوان بر طبق تعریف و قواعد محاسبه احتمال مقدار احتمال حادثه را تعیین کرد ← فراوانی نسبی را در آزمایشات با اندازه کافی بزرگ بعنوان احتمال حادثه قبول می‌کنیم.

اصول احتمال

- هر گاه فرآیند (آزمایشی) با n نتیجه پیشامد $E_1, E_2, \dots, E_n$ داشته باشیم، احتمال پیشامد E_i ، عددی غیرمنفی خواهد بود، برای هر حادثه‌ی دلخواه همچون A :

$$P(A) \geq 0$$

به عبارت دیگر هر یک از پیشامدها باید احتمالی بزرگ‌تر یا مساوی با صفر داشته باشند. چنین مطالبی لازمه وجود این نظر بوده که درک احتمال منفی مشکل و بعید می‌باشد.

- مجموع احتمالات نتایج برابر با یک خواهد بود:

$$P(E_1) + P(E_2) + \dots + P(E_n) = 1$$

خاصیت فوق را خاصیت فراگیری احتمال نامیده و در پس آن این حقیقت نهفته شده که در برخورد با هر فرآیندی که با احتمال سروکار دارد، باید همه پیشامدهای ممکن را در نظر گرفت و چون آن‌ها را با هم جمع کنیم احتمال کل برابر با یک خواهد بود.

هر گاه دو پیشامد E_i و E_j را در نظر بگیریم. احتمال وقوع E_i یا E_j برابر با مجموع احتمالات هر یک از آن‌ها خواهد بود:

$$P(E_i \text{ یا } E_j) = P(E_i) + P(E_j)$$

با فرض این که دو پیشامد در یک زمان نتواند با هم رخ دهند در محاسبه احتمال وقوع E_i یا E_j به ناچار باید احتمال فصل مشترک E_i و E_j را در نظر گرفته و آنرا منظور داشت.

مثال:

در کیسه‌ای ۶ گلوله آبی، ۶ گلوله قرمز، ۶ گلوله سفید و ۶ گلوله سیاه وجود دارد، از این کیسه یک گلوله به طور تصادفی برمی‌داریم و پس از مشاهده آن مجدداً گلوله را برگردانده و بعد از مخلوط کردن آن‌ها یک گلوله دیگر به طور تصادفی برمی‌داریم. اگر A حادثه ظاهر شدن شماره یک در هر دو بار باشد.

$$P(A) = \frac{4 \times 4}{24 \times 24} = \frac{1}{36}$$

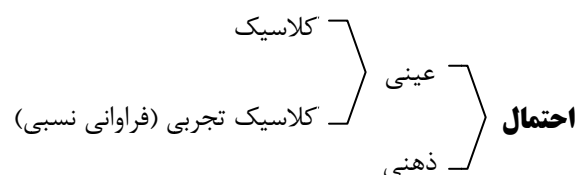
مثال:

در پرتاب دو تاس اگر A حادثه ظاهر شدن عدد ۳ برای مجموع روهای دو تاس باشد ←

$$P(A) = \frac{2}{36}$$

احتمال حادثه یقین همواره مساوی یک می‌باشد.

حادثه‌ای که کلیه حالات ممکن برای وقوع آن نامساعد باشد احتمال وقوع آن صفر بوده و آنرا حادثه غیرممکن می‌گویند.



احتمال کلاسیک

اطلاعات از قبل موجود و شانس وقوع هر یک از پیشامدها یکسان است.

معادله روبه‌رو در مورد احتمال کلاسیک و کلاسیک تجربی صادق است:

مثال: در پرتاب دو تاس احتمال آن که مجموع دو عدد رو شده ۷ باشد؟

$$P(\text{موفقیت}) = \frac{\text{تعداد پیشامدهای مورد نظر}}{\text{کل پیشامدهای ممکن}}$$

	۱	۲	...	۶
۱	۱,۱	۱,۲	...	۱,۶
۲	۲,۱	۲,۲	...	۲,۶
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
۶	۶,۱	۶,۲	...	۶,۶

حالات مساعد → $A = \{1,6 \quad 6,1 \quad 5,2 \quad 2,5 \quad 3,4 \quad 4,3\}$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

توزیع‌های خاص

متغیر تصادفی

متغیر تصادفی به هر یک از نتایج یک آزمایش فقط و فقط یک عدد حقیقی نسبت می‌دهد. به عبارت دیگر تابعی است که مقدار آن عدد حقیقی است و به وسیله‌ی هر یک از عناصر فضای نمونه تعیین می‌گردد.

متغیرهای تصادفی
گسسته
پیوسته

معمولاً متغیر تصادفی را با حروف بزرگ و مقدار مقادیر آن را با حروف کوچک لاتین نمایش می‌دهند.

مثال: در پرتاب همزمان دو سکه

ش (شیر) خ (خط)

x	پیشامد	$f(x)$
۰	ش ش	$\frac{1}{4}$
۱	ش خ - ش - خ	$\frac{2}{4}$
۲	خ خ	$\frac{1}{4}$
		۱

متغیر تصادفی گسسته

متغیر تصادفی x را گسسته گویند اگر مقادیری که اختیار می‌نماید قابل شمارش و جدا از هم باشند و هر یک احتمالی

معین داشته باشند.

x	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$f(x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$\dots$	$f(x_n)$
$\parallel$				
$P(X=x)$				

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) = 1$$

مثال:

$$P(X=0) = \{\text{ش ش}\} = \frac{1}{4}$$

$$P(X=1) = \{\text{ش خ - خ ش}\} = \frac{2}{4}$$

$$P(X=2) = \{\text{خ خ}\} = \frac{1}{4}$$

X	0	1	2
P(X=x)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

فوتبال = 3^n تاس = 6^n سکه = 2^n

تعداد کل حالات در n آزمایش

جدول یا فرمولی که تمام مقادیر متغیر تصادفی را همراه با احتمالات مربوطه نشان دهد تابع احتمال نامیده و آن را با $f(x)$ و $g(x)$ و $h(x)$ نشان می‌دهیم به عبارتی رابطه بین متغیر تصادفی و احتمال را تابع احتمال می‌نامیم.

مثال: از جعبه‌ای محتوی ۳ توپ قرمز و ۲ توپ زرد، ۲ توپ را به تصادف و بدون جایگزینی خارج می‌کنیم که متغیر تصادفی X نشان‌دهنده‌ی تعداد توپ قرمز در این آزمایش باشد. توزیع احتمال X را به صورت جدول و فرمول بیان کنید.

R	R	R
Y	Y	

$$P(X=x) = \frac{\binom{3}{x} \binom{2}{2-x}}{\binom{5}{2}}$$

قرمز بودن

جامعه محدود است بدون جایگزینی

$$P(X=0) = \frac{\binom{3}{0} \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = 0.1$$

$$P(X=1) = \frac{\binom{3}{1} \binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = 0.6$$

$$P(X=2) = \frac{\binom{3}{2} \binom{2}{0}}{\binom{5}{2}} = 0.3$$

اگر دو توپ آبی هم اضافه شود

$$P(X=x, Y=y) = \frac{\binom{3}{x} \binom{2}{y} \binom{2}{2-x-y}}{\binom{7}{2}}$$

و البته قابل تعمیم هم است.

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = 0.1$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = 0.6$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = 0.3$$

X	0	1	2
f(x)	0.1	0.6	0.3

$\sum f(x) = 1$

تابع توزیع تجمعی / تراکمی متغیر تصادفی گسسته

تابع توزیع تجمعی X را با نماد $F(x)$ نشان داده و به صورت روبخه تعریف می‌کنیم:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t)$$

ویژگی‌های متغیر تصادفی

متغیرهای تصادفی

متغیرهای تصادفی، متغیرهایی هستند که مقادیر آن‌ها با توجه به وقوع حادثه، احتمال معینی دارد. این متغیرها یا گسسته یا پیوسته هستند.

تابع احتمال

اگر x گسسته باشد تابع F را یک تابع احتمال گوییم هر گاه:

۱- برای هر x از X : $F(x) \geq 0$ (یعنی هیچ احتمالی منفی نیست)

۲- $\sum F(x) = 1$ (یعنی جمع احتمالات برابر ۱ است)

این توابع را می‌توان با مقادیر آن‌ها یا به صورت جدولی یا با ضابطه آن‌ها نمایش داد.

کمیت تصادفی و امید ریاضی آن

کمیتی را تصادفی می‌گویند که مقادیرش را بسته به وقوع حوادث با احتمال‌های معینی اختیار کند.

میانگین حسابی یک کمیت تصادفی را اصطلاحاً امید ریاضی آن کمیت گویند. $E(X)$

مثال:

x_i	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_n
p_i	p_1	p_2	p_3	$\dots$	p_n

$$\rightarrow \mu = EX = \sum_{i=1}^n p_i x_i, \quad \delta^2 = \sum p_i (x_i - \mu)^2 = E x^2 - (Ex)^2$$

$$\downarrow$$

{

$E(b) = b$
 $E(ax) = a \cdot E(x)$
 $E(ax + b) = a E(x) + b$
 $E x^2 = \sum (x^2 \cdot P_i)$

خواص امید ریاضی

$$\downarrow$$

{

$V(b) = 0$
 $E(ax) = a^2 \cdot V(x)$
 $V(ax + b) = a^2 \cdot V(x)$

خواص واریانس

امید ریاضی یک کمیت تصادفی

همان میانگین حسابی است. برای نشان دادن آن از حرف E استفاده می‌کنیم

قوانین امید ریاضی

(a و b اعداد ثابت هستند و X و Y دو متغیر تصادفی)

$$\begin{aligned} ۱) E(a) &= a & ۴) E(E(X)) &= E(X) = \text{Mean} \\ ۲) E(aX) &= aE(X) & ۵) E(X+Y) &= E(X) + E(Y) \\ ۳) E(X+b) &= E(X) + b & ۶) \sigma^2 &= E(X^2) - (E(X))^2 \end{aligned}$$

مثال:

داده‌های نمونه‌ای که اخیراً با آمارگیری به‌دست آمده نشان می‌دهد که متغیر تصادفی X تعداد مسافرانی که با هر اتومبیل در طول یک روز غیر تعطیل از روی یک پل وارد شهر می‌شوند دارای توزیع احتمال گسسته است به شکل زیر. مقدار k چقدر است.

X_i	۴	۳	۲	۱	۰
p_i	۰/۰۶	۰/۰۹	k	۰/۲۵	۰/۴۱

$$k = 1 - [0.41 + 0.25 + 0.09 + 0.06] = 0.19$$

در به‌دست آوردن $\delta^2 = npq$ از توزیع دو جمله‌ای مناسب است ابتدا امید ریاضی X و $X(X-1)$ را محاسبه کنیم.

$$\delta^2 = EX^2 - (EX)^2 = E\{X(X-1) + X\} - (EX)^2 = EX(X-1) + E(X) - (EX)^2$$

کوواریانس

کوواریانس دو متغیر تصادفی X و Y که با علائم $\text{Cov}(X, Y)$ و δ_{XY} نمایش داده می‌شود عبارتست از:

$$\text{Cov}(X, Y) = E[XY] - (E[X])(E[Y])$$

نکته:

۱- برای متغیرهایی که با هم رابطه (هم‌بستگی) دارند (غیرمستقل‌اند) $\delta_{XY} = \text{Cov}(X, Y) = E(XY) - (E(X)E(Y))$

۲- جمع و تفریق هیچ تأثیری در کوواریانس ندارد $\text{Cov}(aX+b, cY+d) = ac\text{Cov}(X, Y)$

۳- برای داده‌های (متغیرهایی) با هم‌دیگر رابطه ندارند (مستقل‌اند) $\text{Cov}(X, Y) = 0$

۴- کوواریانس $\leftarrow$ همبستگی بین دو متغیر را نشان می‌دهد.

۵- واریانس $\leftarrow$ پراکندگی یک توزیع را بیان می‌کند.

پس داریم $\Leftarrow$ ۱- غیر مستقل: $\text{Var}(X) + \text{Var}(Y) \pm 2\text{Cov}(X, Y)$

۲- مستقل باشند: $\text{Var}(X \pm Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$

۶- کوواریانس دو متغیر X و Y که با علائم $\text{Cov}(X, Y)$ و گاهی با علامت σ_{XY} نمایش داده می‌شود.

عبارت‌است از:

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - (E(X))(E(Y)) \quad \text{Cov}(aX+b, cY+d) = ac\text{Cov}(X, Y)$$

قوانین واریانس

$$\begin{aligned} ۱) \text{Var}(a) &= 0 & ۲) \text{Var}(aX) &= a^2 \text{Var}(X) & ۳) \text{Var}(X+b) &= \text{Var}(X) \end{aligned}$$

خواص ریاضی کوواریانس

$$\text{Cov}(aX+b, cY+d) = ac\text{Cov}(X, Y) \quad (a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } d \text{ اعداد ثابت})$$

در صورتی که دو متغیر X و Y مستقل از هم باشند داریم:

$$\begin{aligned} ۱) E(XY) &= E(X).E(Y) & ۲) \text{Cov}(X, Y) &= 0 & ۳) \text{Var}(X \pm Y) &= \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) \end{aligned}$$

روش‌های نمونه‌گیری و برآورد

جامعه آماری

جامعه آماری به مجموعه‌ای از افراد یا اشیا که حداقل در یک صفت مشترک‌اند، گفته می‌شوند.

جامعه آماری به دو صورت تعیین می‌شود:

الف) کل افراد انتخاب شود. (سرشماری)

ب) بخشی از افراد انتخاب شود. (نمونه‌گیری)

الف- سرشماری (Census)

در این روش کلیه افراد جامعه از نظر یک یا چند صفت مورد مطالعه قرار می‌گیرند

مزایای سرشماری:

از کلیه افراد برای جمع‌آوری داده‌ها استفاده شده پس قابل اطمینان و معتبر است.

معایب:

۱- سرشماری مستلزم وقت و زمان، هزینه و منابع انسانی زیادی می‌باشد.

۲- ممکن است کل افراد جامعه در دسترس نباشند.

۳- نمونه‌های مورد بررسی از بین رفته و نابود می‌شود.

۴- جامعه مورد بررسی یک جامعه پویا و در حال تغییر است.

✚ اگر حجم جامعه زیاد باشد معایب سرشماری بیش‌تر از مزایای آن می‌باشد.

✚ هر چه تعداد صفات مشترک افراد جامعه بیش‌تر باشد جامعه محدودتر است ← تعداد پسران با سواد مجرد محدودتر

از تعداد پسران باسواد (مجرد و غیرمجرد)

ب- نمونه‌گیری (Sampling)

در نمونه‌گیری تنها قسمتی از جامعه که به‌صورت تصادفی انتخاب شده‌اند از نظر ویژگی مورد بررسی قرار می‌گیرند. نمونه باید

نماینده‌ی جامعه باشد تا بتوانیم نتایج آن را به جامعه تعمیم دهیم.

در نمونه‌گیری برخلاف سرشماری می‌توانیم در وقت و زمان، هزینه و منابع انسانی صرفه‌جویی کنیم و می‌توان نتایج نمونه را به جامعه تعمیم دهیم

در نمونه‌گیری داشتن تعریف روشن از جامعه مورد مطالعه و خصوصیات آن ضروری است

روش‌های انتخاب نمونه

۱- تصادفی ← براساس نتایج حاصل از نمونه می‌توان با اعتماد قابل اندازه‌گیری درباره پارامترهای جامعه قضاوت کرد.

۲- غیر تصادفی ← انتخاب نمونه براساس تشخیص و صلاح محقق صورت می‌گیرد.

انواع نمونه‌گیری

الف- نمونه‌گیری غیر احتمالی

در صورتی که انتخاب اعضای جامعه در نمونه براساس تصادف و شانس نباشد، بلکه بیش‌تر براساس سهولت و سادگی انجام باشد. نتایج حاصل از این نوع نمونه‌گیری قابل تعمیم به جامعه نمی‌باشد.

نمونه‌گیری غیر احتمالی: آسان و سهمیه‌ای

در نمونه‌گیری آسان تعدادی از افراد خاص وارد نمونه می‌گردند که تا حدودی بر اساس نظریه شخصی پژوهشگر انتخاب می‌شوند و با توجه به این‌که انتخاب افراد بر اساس احتمالات نمی‌باشد خطای نمونه‌گیری را نمی‌توان اندازه‌گیری نمود و نتایج حاصل را نمی‌توان به جامعه تعمیم داد

ب- روش‌های نمونه‌گیری احتمالی

نام دیگر این نوع نمونه‌گیری تصادفی یا شانسی می‌باشد. در این نمونه‌گیری تمام اجزا جامعه از شانس برابر و مساوی برای قرار گرفتن در نمونه برخوردار هستند. در این حالت خطای نمونه‌گیری قابل اندازه‌گیری هستند.

انواع روش‌های نمونه‌گیری احتمالی عبارتند از:

۱- نمونه‌گیری تصادفی ساده

۲- سیستماتیک (منظم)

۳- طبقه‌بندی شده

۴- خوشه‌ای

۵- چند مرحله‌ای

نمونه‌گیری تصادفی ساده (Simple random sampling)

ساده‌ترین روش نمونه‌گیری احتمالی است که در آن شانس انتخاب هر فرد در هر مرحله از انتخاب نمونه برای کلیه افراد مساوی و مستقل از هم می‌باشد.

به هنگام نمونه‌گیری با جایگذاری اگر حجم جامعه (N) محدود و کوچک هم باشد بدلیل برگرداندن افراد انتخاب شده در واقع حجم جامعه نامحدود می‌گردد.

عملاً وقتی حجم نمونه از ۵٪ حجم جامعه کم‌تر باشد جامعه را نامحدود تلقی می‌کنند.

نکات

➤ $\bar{X}$ و S به‌دست آمده در نمونه برآوردی نا اریب از μ و δ جامعه می‌باشد

➤ نمونه نباید خیلی کوچک باشد: ممکن است بعضی از ویژگی‌ها را پوشش ندهد. (اطمینان را پایین می‌آورد)

➤ نمونه نباید خیلی بزرگ باشد: هزینه‌ها زیاد می‌شوند.

➤ برای انتخاب تصادفی نمونه‌ها بهترین راه استفاده از جدول اعداد تصادفی است.

بانک سوالات

جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

سوالات تألیفی

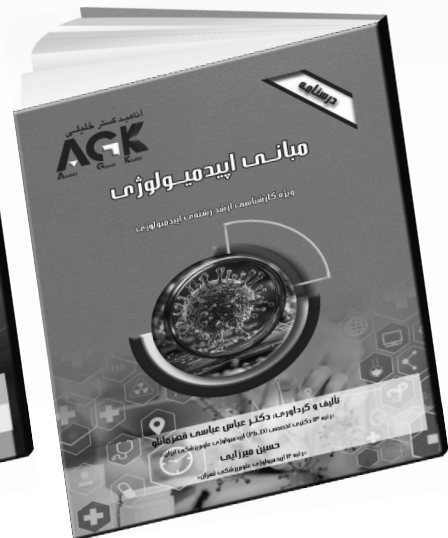
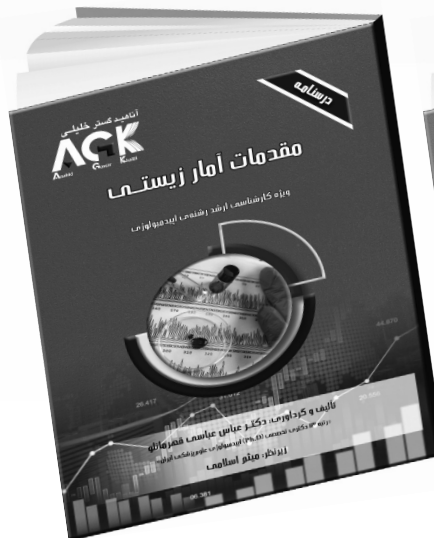
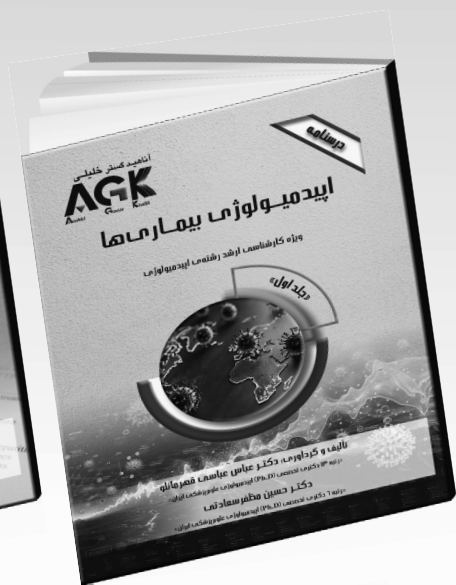
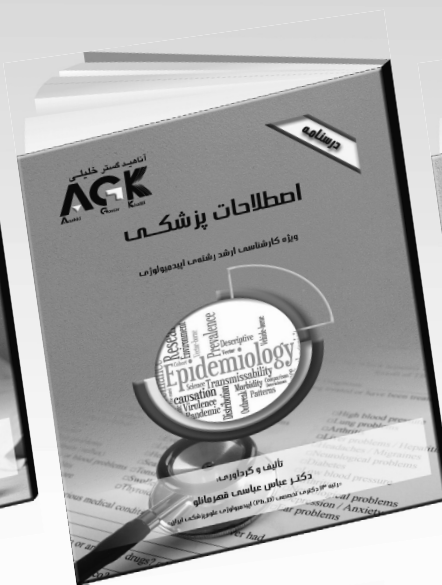
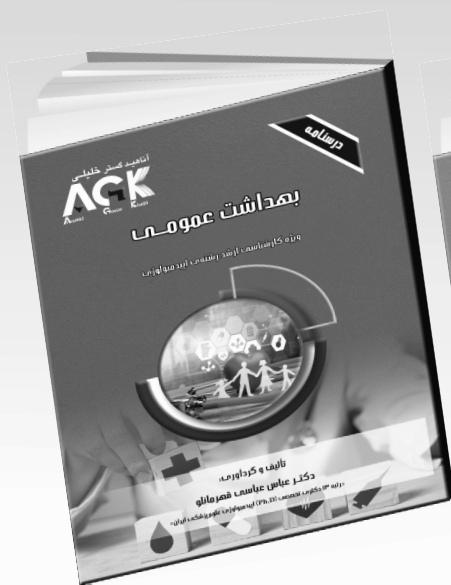
تألیف سوالات مشابه کنکور

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

بانک سوالات

جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

سوالات تألیفی

تألیف سوالات مشابه کنکور

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

بانک سوالات

جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

سوالات تألیفی

تألیف سوالات مشابه کنکور



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

شماره تماس با نمایندگی‌های فعال و رسمی آناهید گستر خلیلی

شماره تماس	نمایندگی	شماره تماس	نمایندگی
۰۹۱۰۱۷۱۱۸۷۲	سبزوار (آقای شریفان)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۵۰	اراک (آقای حسینی)
۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۱	شاهرود (آقای سلمانی)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۸	اردبیل (خانم عاصمی‌زاده)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۹	شهرکرد (خانم تقی‌پور)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۱	ارومیه (آقای آرمیون)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۲	شیراز (آقای فروردین / خانم هوشمندی)	۰۹۱۹۶۳۲۱۸۵۲	اسفراین (خانم اسماعیل‌زاده)
۰۹۱۹۳۷۱۳۷۴۲	فسا (خانم شعبانی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۰	اصفهان (آقای کیانی)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۹	قزوین (خانم چگینی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۴	اهواز (آقای دکتر رضازاده)
۰۹۱۹۷۷۸۱۹۴۷۱	کرج (آقای دکتر علیرضاپور)	۰۹۱۹۰۹۸۰۳۱۸	ایلام (آقای دکتر بوچانی)
۰۹۱۳۱۹۸۱۲۷۰	کرمان (خانم ضمانتی‌یار)	۰۹۱۹۶۸۵۳۱۱۶	بروجرد (آقای احمدی‌صدر)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۸	کرمانشاه (آقای ابراهیمی)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۹	بم (خانم سرحدی‌نژاد)
۰۹۱۹۵۳۷۱۸۹۰	کوهدشت (خانم یاریان)	۰۹۱۹۵۹۰۷۲۰۳	بیرجند (آقای دکتر بهروان)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۷	گرگان (آقای شاه‌علی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۷	تبریز (خانم عاصمی‌زاده)
۰۹۱۹۵۷۳۳۱۷۹	مراغه (آقای صمدی)	۰۹۰۱۳۷۳۷۸۹۶	جهرم (آقای یاعلی جهرمی)
۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۴	مشهد (خانم دکتر شجاعی)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۰	جیرفت (خانم دکتر محمدی)
۰۹۱۹۵۷۳۳۱۷۹	میاندوآب (آقای صمدی)	۰۹۱۹۲۷۰۵۸۷۸	خرم‌آباد (خانم میر)
۰۹۱۹۶۳۵۰۷۶۸	نیشابور (آقای موسوی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۳	رشت (خانم تنها)
۰۹۱۹۵۷۳۳۲۸۴	هرمزگان (آقای زارعی)	۰۹۱۹۶۸۲۹۲۸۰	رفسنجان (آقای یوسفی)
۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۵	همدان (آقای سوری)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۵	زاهدان (آقای مهمان‌دوست)
۰۹۱۹۵۹۰۷۲۰۴	یاسوج (آقای مرتضوی)	۰۹۱۹۲۷۰۵۸۷۱	زنجان (خانم دکتر هوشیار)
۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۳	یزد (خانم آزاد)	۰۹۱۹۷۷۸۱۹۴۴	ساری (آقای دکتر اکبری)

بانک کتاب ناهید



«هر کتابی، از هر انتشاراتی را از ما بخواهید»

✓ جامع‌ترین بانک کتاب

✓ تحویل روزانه

✓ ارسال به تمامی نقاط کشور

✓ سفارش کتاب به صورت تلفنی و آنلاین

www.NIBS.ir



کتاب دانشگاهی، فنی و مهندسی، علوم پزشکی، علوم انسانی، عمومی،
ادبی، مذهبی، کمک آموزشی، کودک و نوجوان و کتاب نفیس

فروشگاه: تهران - خیابان انقلاب - روبه روی درب اصلی دانشگاه تهران

پاساژ فروزنده - طبقه همکف - پلاک ۳۳۱

تلفن: ۶۶۴۸۹۳۷۵ - ۰۲۱ - ۶۶۴۸۹۳۴۹ - ۰۲۱