

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دعای مطالعه

اَللّٰهُمَّ اَخْرِجْنِيْ مِنْ ظُلُمَاتِ الْوَهْمِ وَاَكْرِمْ نِيْ بِنُورِ الْفَهْمِ

اَللّٰهُمَّ افْتَحْ عَلَيْنَا اَبْوَابَ رَحْمَتِكَ وَ انْشُرْ عَلَيْنَا خَزَائِنَ عُلُوْمِكَ

بِرَحْمَتِكَ يَا اَرْحَمَ الرَّاحِمِيْنَ

پروردگارا، خارج کن مرا از تاریکی های فکر و گرامی بدار به نور فهم

پروردگارا، بکشی بر مادرهای رحمت را و بکستران کنج های دانشت را به امید رحمت

تو ای مهربان ترین مهربانان

بیایید به حقوق دیگران احترام بگذاریم

دوست عزیز، این کتاب حاصل دسترنج چندین ساله ی مؤلف، مترجم و ناشر آن است. تکثیر و فروش آن به هر شکلی بدون اجازه از پدیدآورنده کاری غیراخلاقی، غیرقانونی، غیرشرعی و کسب درآمد از دسترنج دیگران است، نتیجه ی این عمل نادرست، موجب رواج بی اعتمادی در جامعه و بروز پی آمدهای ناگوار در زندگی و محیط ناسالم برای خود و فرزندانمان می گردد.



بانک سوالات ده سالانه

آمار زیستی

«کارشناسی ارشد»

(همراه با پاسخنامه تشریحی)

ویژگی رشته‌های: آمار زیستی، اپیدمیولوژی و سایر رشته‌های علوم پزشکی

مولفین و گردآورندگان:

دکتر الهام شعر باف عیدگاهی

«دکتری تخصصی آمار زیستی، دانشگاه علوم پزشکی شهید بهشتی»

سمیه برز نونی

«کارشناسی ارشد آمار زیستی، معاونت آموزش، تحقیقات و فناوری دانشگاه علوم پزشکی تربت حیدریه»

دکتر اعظم صفار

«دکتری تخصصی آمار زیستی، گروه آمار زیستی، دانشکده علوم پزشکی دانشگاه تربیت مدرس»

سرشناسه

: شعرباف عیدگاهی، الهام، ۱۳۶۶-

عنوان و نام پدیدآور

: AGK بانک سوالات ده سالانه آمارزیستی «کارشناسی ارشد» (همراه با پاسخنامه تشریحی)
ویژه‌ی رشته‌های: آمارزیستی، اپیدمیولوژی و سایر رشته‌های علوم پزشکی / مولفین و
گردآورندگان الهام شعرباف عیدگاهی، سمیه برزنونی، اعظم صفار.

مشخصات نشر

: تهران: آناهید گستر خلیلی، ۱۴۰۲.

مشخصات ظاهری

: ۳۰۷ ص. مصور، نمودار ؛ ۲۲×۲۹ س.م.

شابک

: 978-622-90520-8-2

وضعیت فهرست نویسی

: فیپای مختصر

شناسه افزوده

: برزنونی، سمیه، ۱۳۶۲-

شناسه افزوده

: صفار، اعظم، ۱۳۶۶-

شماره کتابشناسی ملی

: ۹۴۷۹۲۳۱



انتشارات آناهید گستر خلیلی

نام کتاب: AGK بانک سوالات ده سالانه آمارزیستی «کارشناسی ارشد» (همراه با پاسخنامه تشریحی)

گردآوری و تألیف: دکتر الهام شعرباف عیدگاهی . سمیه برزنونی . دکتر اعظم صفار

ناشر: آناهید گستر خلیلی

نوبت و سال چاپ: اول . ۱۴۰۲

شمارگان: ۱۰۰۰

چاپ و صحافی: گیلان

مدیر تولید: اقبال شرقی

مدیر فنی و هنری: مریم آرده

تایپ و صفحه‌آرایی: بیتا اندوژفر

بهاء: ۳۲۰۰۰۰ تومان

آموزشگاه / فروشگاه: ۰۲۱۶۶۵۶۸۶۲۱

مرکز پخش: ضلع جنوب غربی میدان انقلاب . جنب بانک پارسیان . مجتمع تجاری پارس . طبقه اول

مدیر فروش: ۰۹۱۲۵۵۰۸۵۸۹

مرکز فروش: ۰۲۱۶۶۵۶۹۲۱۶

 agkpublisher@gmail.com

 www.agkins.com

طلیعه سخن مؤلف:

در رشته آماریستی و در مقطع کارشناسی ارشد، علی‌رغم تمایل دانشجویان بسیاری از رشته‌های متفاوت علوم پزشکی برای شرکت در این رشته، کتاب کامل و با پاسخ تشریحی سوالات کنکور کارشناسی ارشد وزارت بهداشت در آماریستی به چاپ نرسیده است. هدف اصلی این مجموعه، آشنا نمودن دانشجویان رشته‌های مختلف وزارت بهداشت با سوالات دوره کارشناسی ارشد آماریستی است. علاوه بر این گردآوری و توضیح نکات و مباحث مهم در قالب پاسخنامه تشریحی سوالات کنکور؛ مورد بررسی قرار گرفته است.

کتاب حاضر، پاسخ تشریحی سوالات کنکور کارشناسی ارشد آماریستی وزارت بهداشت از سال ۱۳۹۲ تا ۱۴۰۲ است که شامل سوالات ریاضی عمومی، آمار ریاضی و احتمال، و روش‌های آماری است.

قابل ذکر است که کتب مرجع استفاده شده برای پاسخ‌گویی به سوالات دروس ذکر شده به صورت لیست زیر است:

- حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی جلد ۱ قسمت ۱ و ۲، مؤلف: جورج توماس، راس فینی، مترجم: مهدی بهزاد، سیامک کاظمی، علی کافی

- ریاضیات عمومی ۱، فرزین حاجی جمشیدی، دانشگاه آزاد تهران مرکزی، انتشارات پوران پژوهش

- مبانی آمار ریاضی، دکتر احمد پارسیان، دانشگاه صنعتی اصفهان

- آمار و احتمال مقدماتی، دکتر جواد بهبودیان، دانشگاه امام رضا (ع)

- Applied Linear Statistical Models - Michael H. Kutner, Christopher J. Nachtsheim, John Neter, William Li- Fifth Edition

- رگرسیون خطی کاربردی، دکتر عبدالرضا بازرگان لاری، دانشگاه شیراز

- آمار ناپارامتری، دکتر جواد بهبودیان، دانشگاه شیراز

- طرح و تحلیل آزمایش‌ها، داگلاس سی. مونت‌گمری، ترجمه دکتر غلامحسین شاهکار، مرکز نشر دانشگاهی، تهران

- خلاصه مباحث اساسی کارشناسی ارشد آمار (آمار نظری- احتمال و کاربرد)، جلد اول، عبدالرضا محمدی، انتشارات پردازش

- خلاصه مباحث اساسی کارشناسی ارشد آمار (آمار نظری- آمار ریاضی)، جلد دوم، عبدالرضا محمدی، انتشارات پردازش

امید است که کتاب حاضر گامی مثبت در جهت پیشرفت شما عزیزان برداشته باشد و در جهت هرآن‌چه بهتر کردن این کتاب خواهشمندیم نظرات و پیشنهادات خود را با ما در میان بگذارید.

با تشکر

مؤلفین

elham.shaarbaf@gmail.com

s.barzanouni@gmail.com

azam.saffar66@gmail.com

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۷	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۹۲-۹۳
۱۷	پاسخنامه تشریحی	
۳۳	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۹۳-۹۴
۴۳	پاسخنامه تشریحی	
۶۲	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۹۴-۹۵
۷۲	پاسخنامه تشریحی	
۸۹	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۹۵-۹۶
۹۹	پاسخنامه تشریحی	
۱۱۸	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۹۶-۹۷
۱۲۷	پاسخنامه تشریحی	
۱۴۵	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۹۷-۹۸
۱۵۴	پاسخنامه تشریحی	
۱۷۱	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۹۸-۹۹
۱۸۰	پاسخنامه تشریحی	
۱۹۶	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۹۹-۴۰۰
۲۰۵	پاسخنامه تشریحی	
۲۲۱	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۴۰۰-۴۰۱
۲۳۰	پاسخنامه تشریحی	
۲۵۱	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۴۰۱-۴۰۲
۲۶۱	پاسخنامه تشریحی	
۲۷۹	سوالات	کارشناسی ارشد آمارزستی سال ۴۰۲-۴۰۳
۲۸۹	پاسخنامه تشریحی	

سوالات
کارشناسی ارشد
آمارزستی

سال
۹۲-۹۳

ریاضی عمومی

۱. دامنه پیوستگی تابع $y = \left| \frac{x \sin x}{x^2 + 2} \right|$ کدام است؟

(۱) اعداد حقیقی

(۳) $[0, 1]$

(۲) اعداد حقیقی مثبت

(۴) $(0, 1)$

۲. اگر $x^5 + 4xy^3 - y^5 = 2$ کدام است؟ $\frac{dy}{dx}$

$$(1) \frac{\Delta x^4 + 4x^3}{\Delta x^4 - 12xy^2}$$

$$(2) \frac{\Delta x^4 + 4y^3}{\Delta y^4 - 12xy^2}$$

$$(3) \frac{\Delta y^4 + 4x^3}{\Delta x^4 - 12xy^2}$$

$$(4) \frac{\Delta x^4 + 4y^4}{\Delta y^4 - 12xy^2}$$

۳. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$ کدام است؟

(۱) ∞

(۲) ۱

(۳) صفر

(۴) $\frac{1}{2}$

۴. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{1 + \tan x}$ برابر است با:

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) ۱

سوالات سال ۹۳-۹۲

۵. $\int \sqrt{2x+1} dx$ برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{3}(2x+1)^{\frac{3}{2}} + C$ (۲) $\frac{3}{2}(2x+1)^{\frac{3}{2}} + C$
 (۳) $\frac{2}{3}(2x+1)^{\frac{3}{2}} + C$ (۴) $\frac{3}{2}(2x+1)^{\frac{3}{2}} + C$

۶. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$ کدام است؟

- (۱) $1 - \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{4} - 1$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) ۱

۷. اگر تابع $h(x)$ زوج و به ازای همه x ها پیوسته باشد آن گاه تابع $h(x) \sin x$ تابعی
 (۱) زوج است. (۲) فرد است.
 (۳) نه زوج و نه فرد است. (۴) تعریف نشده است.

۸. اگر تابع $h(x)$ زوج باشد در این صورت $\int_{-a}^a h(x) dx$ برابر است با:

- (۱) $\int_{-a}^a -h(x) dx$ (۲) $-\int_{-a}^a h(x) dx$
 (۳) $\int_{-a}^a h(x) dx$ (۴) ۰

۹. سرعت جسمی که روی یک خط حرکت می کند چنین است: $v(t) = 5\pi \cos \pi t$ m / sec کل مسافتی را که جسم از $t=0$ تا $t=\frac{3}{2}$ می پیماید کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{2}$ (۲) ۳۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۰

۱۰. مساحت ناحیه‌ای که از بالا به سهمی $y = 2 - x^2$ ، از پایین به خط $y = -x$ محدود است برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{9}{2}$

آمار ریاضی و احتمال

۱۱. اگر $X_1, X_2, \dots, X_n$ هم توزیع مستقل نرمال استاندارد باشند و $\bar{X}_{n-k} = \frac{1}{n-k} \sum_{i=k+1}^n X_i$ باشد توزیع $\frac{X_1}{\bar{X}_{n-k}}$

کدام است؟

- (۱) مربع کای با n درجه آزادی (۲) مربع کای با $n-1$ درجه آزادی
 (۳) $F_{1,1}$ (۴) کوشی

۱۲. کمترین تعداد پرتاب یک سکه سالم چند بار باشد تا $P(0/4 < \bar{X} < 0/6)$ حداقل برابر $0/9$ باشد؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۳۳۵

۱۳. در صورت وجود تابع مولد گشتاور، $\text{Sup}(P(X \geq \alpha))$ کدام است؟

- (۱) $e^{-at} M_X(t)$ (۲) $e^{at} M_X(t)$
(۳) $\frac{e^{-at}}{M_X(t)}$ (۴) $\frac{e^{at}}{M_X(t)}$

۱۴. چگالی احتمال توام دو متغیر تصادفی X و Y به شکل زیر است:

$$f(x, y) = xe^{-x(y+1)} \quad x > 0, y > 0$$

تابع مولد گشتاور XY کدام است؟

- (۱) $(1-2t)^{-1}$ (۲) $(1-2t)^{-2}$
(۳) $(t-1)^{-1}$ (۴) $(1-t)^{-2}$

۱۵. متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس ۲ است، $E(X^4)$ برابر است با:

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) ۶

۱۶. اگر X دارای تابع چگالی $f(x) = \frac{x}{12}; 1 < x < a$ باشد، $E(X)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1-a^2}{36}$ (۲) $\frac{a^2-1}{36}$ (۳) $\frac{31}{9}$ (۴) $\frac{125}{36}$

۱۷. اگر تابع چگالی توام X و Y به شکل زیر باشد، $E(X|Y)$ کدام است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda(x+2y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{other place} \end{cases}$$

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۸. اگر $X_1, X_2, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی فاصله $(0, 1)$ باشد، امید ریاضی بزرگترین آماره ترتیبی

کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{n(n+1)}$ (۲) $\frac{n-1}{n+1}$
(۳) $\frac{n-1}{n}$ (۴) $\frac{n}{n+1}$

۱۹. فرض کنید X یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع چگالی احتمال f و تابع توزیع F باشد، $E(e^{F(X)})$ برابر است با:

- (۱) $e-1$ (۲) $e^{\frac{1}{2}}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۲۰. اگر تابع مولد گشتاور متغیری به صورت $(0/25e^t + 0/75)^5$ باشد احتمال $P(X \geq 1)$ برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) $(0/75)^5$
(۳) $1 - (0/75)^5$ (۴) $(0/25)^5$

۲۱. تعداد متوسط بیماریانی که روزانه وارد یک اورژانس می‌شوند ۳ بیمار است اگر این اورژانس ظرفیت پذیرش ۶ بیمار را داشته باشد احتمال این که در یک روز معین ظرفیت اورژانس تکمیل گردد برابر است با:

(۱) صفر (۲) $\frac{8^0}{8!} e^{-3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{8^1}{8^0} e^{-3}$

۲۲. میانگین تعداد بیماریانی که روزانه وارد یک بخش می‌شوند ۲ بیمار است. تجهیزات این بخش قادر است حداکثر ۴ بیمار را در روز سرویس دهد. احتمال این که در یک روز معین این بخش نتواند جواب‌گوی بیماریانی که در صف انتظار قرار دارند باشد کدام است؟

(۱) $7e^{-2}$ (۲) $1 - 7e^{-2}$ (۳) $\frac{e^{-2} 2^4}{4!}$ (۴) $1 - \frac{e^{-2} 2^4}{4!}$

۲۳. اگر $P(A) = 0/2$ ، $P(A \cup B) = 0/4$ و $P(A | B) = 0/2$ باشد مقدار $P(B)$ کدام است ؟

(۱) $0/3$ (۲) $0/25$ (۳) $0/2$ (۴) $0/35$

۲۴. احتمال مثبت بودن آزمایش برای فرد A برابر $0/7$ و برای فرد B برابر $0/4$ می‌باشد. اگر A یا B حتماً در این آزمایش جواب مثبت داشته باشند احتمال این که فقط شخص A دارای جواب مثبت باشد کدام است؟

(۱) $0/28$ (۲) $0/1$ (۳) $0/12$ (۴) $0/6$

۲۵. از هر گروه ۱۵ نفره، پنج نفر دارای افسردگی خفیف می‌باشند اگر از این جامعه ۶ نفر به تصادف انتخاب گردد، متوسط تعداد افرادی که در این نمونه دارای افسردگی خفیف می‌باشند برابر است با:

(۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۲

۲۶. اگر احتمال تشخیص یک بیماری توسط آزمایشگاه ۵۰ درصد باشد احتمال این که در سه بار آزمایش توسط آزمایشگاه مذکور تشخیص صحیح ارایه گردد کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{9}{10}$

۲۷. اگر نسبت افراد مبتلا به اضطراب در جامعه ۳۰ درصد باشد و آزمونی افراد مبتلا به اضطراب را با احتمال $0/80$ و افراد سالم را با $0/20$ مضطرب قلمداد کند اگر فردی از این جامعه به تصادف انتخاب و جواب آزمایش وی مثبت باشد احتمال این که فرد انتخابی دارای اضطراب باشد چقدر است؟

(۱) $0/8$ (۲) $0/2$ (۳) $0/32$ (۴) $0/63$

۲۸. اگر ده درصد افراد جامعه‌ای مبتلا به دیابت باشند، احتمال این که سومین نفری که به تصادف انتخاب می‌شود اولین فردی باشد که دارای دیابت است کدام می‌باشد؟

(۱) $0/81$ (۲) $0/01$ (۳) $0/1$ (۴) $0/817$

۲۹. تابع چگالی طول عمر یک دارو برحسب ساعت به شکل زیر می‌باشد: مقدار $P(X > 20)$ کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x > 10 \\ 0 & x \leq 10 \end{cases}$$

(۱) $0/75$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $0/6$

۳۰. تابع چگالی X به صورت $f(x) = \begin{cases} a + bx & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{other place} \end{cases}$ می‌باشد. اگر $E(X) = \frac{2}{5}$ باشد مقادیر a و b به ترتیب

کدام می‌باشند؟

- (۱) ۲ و ۱ (۲) ۰/۴ و ۱/۲ (۳) ۰/۶ و ۰/۴ (۴) ۲ و ۰/۶

روش‌های آماری (طرح آزمایش‌ها - رگرسیون - نمونه‌گیری - آمار ناپارامتری)

۳۱. در آنالیز واریانس دوطرفه متعادل با ۴ تکرار، درجه آزادی A و AB با هم برابر و مساوی ۳ می‌باشد، درجه آزادی خطا چقدر است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) ۶ (۴) ۳

۳۲. در آزمون نرمال بودن صفتی در جامعه‌ای، مشاهدات نمونه‌ای را در ۸ گروه طبقه‌بندی و میانگین و واریانس آن را برآورد نموده‌ایم. درجه آزادی آماره آزمون نیکویی برازش χ^2 ، حداکثر کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۳. در جامعه‌ای صفتی دارای توزیع نرمال با واریانس ۹ می‌باشد. اگر بخواهیم $\mu = 15$ را H_0 در مقابل $\mu = 18$ در H_1 سطح $\alpha = 0.05$ و $\beta = 0.05$ آزمون کنیم، حداقل چه تعداد نمونه لازم است؟ ($Z_{0.05} \approx 1.65$ و $Z_{0.975} \approx 2$)

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۴ (۳) ۴۲ (۴) ۳۳

۳۴. یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی با میانگین μ و واریانس ۴ در نظر می‌گیریم. اگر $(\bar{x} - 1, \bar{x} + 1)$ یک فاصله اطمینان برای μ باشد، ضریب اطمینان تقریباً چقدر است؟

- (۱) ۰/۹۰ (۲) ۰/۹۵ (۳) ۰/۵۰ (۴) ۱

۳۵. در طراحی آزمایشات، بلوک‌بندی به چه منظور به کار برده می‌شود؟

- (۱) کاهش آریبی واریانس برآورد (۲) حذف اثر متغیر مخدوش‌کننده
(۳) کنترل سطح اشتباه نوع اول (۴) افزایش درجه آزادی خطا

۳۶. اگر متغیر تصادفی Z دارای میانگین صفر و واریانس ۴ باشد ضریب تغییرات $Y = 3Z + 6$ برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۰/۵ (۴) ۳

۳۷. اگر بهره‌هوشی افراد یک جامعه دارای توزیع نرمال با میانگین و واریانس برابر ۱۰۰ باشد، صدک پنجم توزیع تقریباً برابر است با: ($Z_{0.975} = 1.96$ و $Z_{0.95} = 1.65$)

- (۱) ۱۱۹/۶ (۲) ۸۰/۴ (۳) ۱۱۶/۵ (۴) ۸۳/۵

۳۸. در مدل رگرسیونی $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \epsilon$ ضریب تعیین $R^2 = 0.61$ به دست آمده است.

اگر $r_{X_1, X_2} > 0.5$ و $r_{X_1, Y} = 0.6$ باشد، $r_{X_2, Y}$ کدام یک از موارد زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) ۰/۳ (۲) ۰/۱۵ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۱

۳۹. آزمون آماری بدون پارامتر جایگزین آنالیز واریانس با داده‌های تکراری در حالتی که شرایط انجام آزمون پارامتریک برقرار نیست، کدام است؟

- (۱) فریدمن (۲) آزمون Q ککران
(۳) کروسکال والیس (۴) منتل هنزل

۴۰. در یک رگرسیون خطی $\hat{y} = b_0 + b_1 x$ با ۱۱ مشاهده، اگر $b_1 = 2$ و $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 100$ و $S_y^2 = 80$ باشد، ضریب

تعیین تقریباً برابر است با:

- (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۷

۴۱. در یک رگرسیون خطی با مدل $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ که در آن $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ باشد، در یک نمونه n تایی اگر ε_i ها باقی مانده برآورد خط رگرسیون فوق باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i = 0 \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \varepsilon_i = 0 \quad (4)$$

۴۲. در رگرسیون خطی نرمال $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ، در چه حالتی برآوردهای هر دو پارامتر β_0 و β_1 دارای دقت بالایی هستند؟

(۱) $\bar{X}$ صفر باشد و واریانس x زیاد باشد.

(۲) $\bar{X}$ صفر باشد و واریانس x کم باشد.

(۳) به $\bar{X}$ بستگی ندارد ولی لزوماً باید واریانس x کم باشد.

(۴) به $\bar{X}$ بستگی ندارد ولی لزوماً باید واریانس x زیاد باشد.

۴۳. در آزمون فرضیه اگر در ابتدای مطالعه تصمیم بگیریم خطای نوع اول را از ۰/۰۵ به ۰/۱۰ افزایش دهیم کدام گزینه صحیح است؟

(۱) توان آزمون کاهش می یابد.

(۲) احتمال رد فرض صفر کاهش می یابد.

(۳) احتمال رد فرض صفر افزایش می یابد.

(۴) احتمال رد فرض صفر و نیز توان آزمون کاهش می یابد.

۴۴. برای آزمون فرض $\sigma^2 = 64$: H_0 با انتخاب نمونه‌ای تصادفی به حجم ۴۶ فرد، آماره آزمون دارای کدام توزیع است؟

(۱) χ^2 با ۴۴ درجه آزادی

(۲) F با یک و ۴۴ درجه آزادی

(۳) F با یک و ۴۵ درجه آزادی

(۴) χ^2 با ۴۵ درجه آزادی

۴۵. فرض کنید رابطه زیر بین صفت کمکی X و صفت اصلی Y در جامعه برقرار است. $y_i = A + Bx_i + \varepsilon_i$ که ε_i ها متغیرهای تصادفی با میانگین صفر و واریانس σ^2 هستند برآورد ماکزیمم درست‌نمایی A عبارت است از: (B معلوم)

$$\bar{Y} - B\bar{X} \quad (1)$$

$$\bar{X} - B\bar{Y} \quad (2)$$

$$\bar{Y} \quad (3)$$

$$\bar{X} \quad (4)$$

۴۶. در روش نمونه‌گیری لایه‌ری که در آن $\bar{X}_N$ میانگین صفت کمکی در جامعه‌ای به حجم N و $N, \dots, 1, i$

و $M = M\alpha x(X_i)$ باشد، احتمال این که یک زوج انتخاب شده به انتخاب واحدی از جامعه منجر نشود برابر است با:

$$1 - \frac{M}{\bar{X}_N} \quad (1)$$

$$1 - \frac{M}{\bar{X}_N} \quad (2)$$

$$\frac{M}{\bar{X}_N} \quad (3)$$

$$1 - \frac{\bar{X}_N}{M} \quad (4)$$

۴۷. در یک رگرسیون خطی چندگانه $y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_{p-1} X_{i,p-1} + \varepsilon_i$ اگر تعداد مشاهدات برابر تعداد پارامترها باشد آن گاه همواره:

$$R^2 = 0 \quad (۱) \quad R^2 = 1 \quad (۲) \quad R^2 < 1 \quad (۳) \quad R^2 = 0/5 \quad (۴)$$

۴۸. فرض کنید S^2 واریانس برآوردکننده میانگین در نمونه‌ای به حجم $3n$ از توزیع یکنواخت در فاصله (a,b) باشد، چنانچه جامعه را به سه طبقه با طول یکسان طبقه‌بندی کنیم و از هر طبقه n نمونه انتخاب کنیم، آن گاه واریانس برآوردکننده میانگین براساس نمونه طبقه‌ای برابر است با:

$$\frac{S^2}{3} \quad (۱) \quad 3S^2 \quad (۲) \quad \frac{S^2}{9} \quad (۳) \quad 9S^2 \quad (۴)$$

۴۹. اگر تعدادی داده مثبت و بیش از یک داشته باشیم کدام یک از روابط زیر در مورد آن‌ها برقرار است. ($\bar{x}$ میانگین حسابی، $\bar{x}_G$ میانگین هندسی و $\bar{x}_H$ میانگین هارمونیک می‌باشد).

$$\bar{x}_G > \bar{x}_H > \bar{x} \quad (۱) \quad \bar{x}_H > \bar{x}_G > \bar{x} \quad (۲) \\ \bar{x}_H < \bar{x}_G < \bar{x} \quad (۳) \quad \bar{x}_G < \bar{x}_H < \bar{x} \quad (۴)$$

۵۰. اگر صفتی در جامعه دارای میانگین ۱۲ و واریانس صفر باشد میانه و مد به ترتیب کدامند؟

$$(۱) \text{ قابل محاسبه نمی‌باشند.} \quad (۲) \text{ صفر و صفر} \quad (۳) ۱۲ و ۱۲ \quad (۴) ۱۲ و ۱۲$$

۵۱. چنانچه n حجم نمونه و N حجم جامعه باشد اریبی برآورد نسبتی $R_n = \frac{\bar{Y}_n}{\bar{X}_N}$ برابر است با:

$$\frac{\text{Cov}(R_n, \bar{Y}_n)}{\bar{Y}_N} \quad (۱) \quad \frac{\text{Cov}(R_n, \bar{X}_N)}{\bar{X}_N} \quad (۲) \\ \frac{\text{Cov}(R_n, \bar{Y}_n)}{\bar{Y}_N} \quad (۳) \quad \frac{\text{Cov}(R_n, \bar{X}_N)}{\bar{X}_N} \quad (۴)$$

۵۲. در شهری می‌خواهیم شیوع ابتلا به تالاسمی را برآورد نماییم. با اجرای نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری آن قدر به انتخاب واحدهای نمونه ادامه می‌دهیم تا ۱۰ نفر مبتلا به تالاسمی مشخص شوند. اگر تا این مرحله ۸۰ نفر مورد آزمایش قرار گرفته باشد، آن گاه برآورد ناریب شیوع تالاسمی برابر است با:

$$\frac{10}{80} \quad (۱) \quad \frac{9}{80} \quad (۲) \quad \frac{10}{79} \quad (۳) \quad \frac{9}{79} \quad (۴)$$

۵۳. اگر در آزمون کروسکال والیس اختلاف بین k گروه در سطح α معنی‌دار باشد، جهت مقایسه دوبه‌دوی گروه‌ها، سطح معنی‌داری برای کل مقایسات کدام است؟

$$\frac{\alpha}{2k} \quad (۱) \quad \frac{\alpha}{k} \quad (۲) \quad \alpha \quad (۳) \quad \alpha^k \quad (۴)$$

۵۴. واریانس صفتی در جامعه‌ای به حجم ۱۶ برابر ۱۵ می‌باشد. نمونه‌ای تصادفی ساده بدون جایگذاری انتخاب می‌نماییم. کوواریانس دو واحد مشخص نمونه در دو انتخاب متوالی برابر است با:

$$-1 \quad (۱) \quad +1 \quad (۲) \quad \text{صفر} \quad (۳) \quad \frac{4}{15} \quad (۴)$$

۵۵. جامعه‌ای از $N=4$ عنصر تشکیل شده است. نمونه‌ای تصادفی بدون جایگذاری به حجم $n=3$ انتخاب کرده‌ایم. احتمال استخراج واحد سوم چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۶. در رگرسیون $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ چنانچه خطا دارای توزیع نرمال $(0, \sigma^2)$ باشد چنانچه نمودار باقی‌مانده را در برابر «ترتیب زمان» رسم کنیم و نمودار حاصل یک نوار غیرافقی شیب‌دار باشد، تحلیل آن به کدامیک از صورت‌های ذیل است:

(۱) واریانس خطا ثابت نیست.

(۲) به دلیل حذف اشتباهی عامل β_0 از مدل می‌باشد.

(۳) نیاز به یک تبدیل مناسب دارد.

(۴) y_i ها توزیع نرمال ندارند.

۵۷. از چهار مدل رگرسیونی ذیل چند مدل ذاتاً خطی هستند؟ (قابل تبدیل به مدل خطی هستند).

$$y = e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2} \cdot \varepsilon$$

$$y = e^{\beta_0 + \frac{\beta_1}{x}} \cdot \varepsilon$$

$$y = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon}$$

$$y = \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon}}$$

(۲) یک

(۱) صفر

(۴) چهار

(۳) سه

۵۸. به داده‌های مقابل مدل رگرسیون y روی x را با روش کم‌ترین مربعات برازش نموده‌ایم.

x	۰	۲	۴	۶
y	۲	۴	۶	۱۲

مقدار خطای برازش کدامیک از نقاط زیر برابر صفر می‌باشد؟

(۱) $(2, 4)$ (۲) $(3, 6)$ (۳) $(4, 6)$ (۴) $(4, 2)$

۵۹. در مدل رگرسیون $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ که از مبدا مختصات عبور نمی‌کند، براساس نمونه‌ای 20 تایی، اطلاعات زیر حاصل شده است:

$$\bar{x} = 2 \quad \bar{y} = 4 \quad S_x^2 = 25 \quad S_y^2 = 150 \quad SS_e = 50$$

با استفاده از روش حداقل مربعات، برآورد عرض از مبدأ چقدر است؟

(۱) 8 (۲) 2 (۳) -2 (۴) -8

۶۰. در تحلیل رگرسیونی ساده کدامیک از گزینه‌های زیر همواره صحیح است؟

(۱) اگر مجموع خطاهای مشاهده شده بزرگ‌تر از صفر باشد دلیلی بر غیرخطی بودن مدل است.

(۲) تبدیل لگاریتمی متغیر پاسخ، مؤثرترین روش تبدیل برای خطی‌سازی است.

(۳) نمودار مانده‌ها انحراف از خطی بودن را مشخص می‌کند.

(۴) نرمال نبودن توزیع متغیر مستقل موجب غیرخطی شدن رابطه بین دو متغیر می‌شود.

۶۱ در مدل آنالیز واریانس $y_{ij} = \mu + \alpha_i + e_{ij}$ که در آن α_i اثر گروه نام، e_{ij} خطا و μ_i میانگین گروه نام است. کدام

عبارت نادرست می باشد؟

$$(1) \hat{\alpha}_i - \hat{\alpha}_j \text{ یک برآورد اریب برای } \mu_i - \mu_j \text{ است.}$$

$$(2) \sum \alpha_i = 0$$

$$(3) e_{ij} \sim N(0,1)$$

$$(4) \mu_i = \mu + \alpha_i$$

۶۲ از بین ۱۰۰ کودک ۲۰ نفر به تصادف انتخاب و میانگین قد آن‌ها را براساس سن آن‌ها به روش رگرسیونی برآورد نموده‌ایم. فرض کنید ضریب همبستگی بین قد و سن برابر با $r = 0.8$ و واریانس نمونه‌ای قد‌ها برابر با ۵ باشد. در این صورت برآورد واریانس برآورد کننده رگرسیون میانگین قد برابر است با:

$$(1) 0.25 \quad (2) 0.09 \quad (3) 0.072 \quad (4) 4$$

۶۳ جامعه‌ای از دو طبقه با اندازه‌های ۱۴ و ۲۱ تشکیل شده است چنانچه بخواهیم نمونه‌ای متناسب با سایز به حجم $n=5$ انتخاب نماییم، تعداد نمونه‌های ممکن برابر است با:

$$(1) \binom{35}{5} \quad (2) \binom{14}{2} + \binom{21}{3} \quad (3) 91 \times \binom{14}{2} \quad (4) 91 \times \binom{21}{3}$$

۶۴ در مدل آنالیز واریانس دوراهه که در آن فاکتور اول در r سطح و فاکتور دوم در c سطح آزمایش گردد چنانچه n حجم کل مشاهدات باشد آماره آزمون اثر متقابل دارای چه توزیعی است؟

$$(1) F[(n-rc), (c-1)(r-1)] \quad (2) F[(c-1)(r-1), (n-rc)] \\ (3) F[(c-1)(r-1), (n-1)(rc-1)] \quad (4) F[(n-rc), (n-1)(rc-1)]$$

۶۵ در یک جدول توافقی سه بعدی (Z, Y, X) که در آن Z متغیر مخدوش کننده است، استقلال X و Y به معنای:

- (۱) استقلال X و Y در سطوح مختلف Z است.
- (۲) استقلال X و Z در سطوح مختلف Y است.
- (۳) استقلال Y و Z در سطوح مختلف X است.
- (۴) استقلال در بدو X و Y و Z است.

۶۶ اگر در ده مراجعه به بخش اورژانس یک بیمارستان ۳ نفر بستری شده باشند، روش مناسب برای آزمون فرضیه $H_0: P = 0$ کدام است؟

$$(1) \text{آزمون } Z \quad (2) \text{آزمون } T \quad (3) \text{آزمون دوجمله‌ای} \quad (4) \text{آزمون } X^2$$

۶۷ اگر ضریب همبستگی پیرسون بین دو متغیر تصادفی X و Y صفر بوده و توزیع توام دو متغیر نرمال باشد، کدام گزاره زیر مناسب‌تر است؟

- (۱) X و Y از یکدیگر مستقل هستند.
- (۲) X و Y از یکدیگر مستقل خطی هستند.
- (۳) X و Y به هم وابسته هستند.
- (۴) X و Y رابطه غیرخطی دارند.

سوالات سال ۹۲-۹۳

۶۸. در یک نمونه ۱۰۲ تایی از نوزادان، همبستگی پیرسون بین قد نوزاد و قد مادر $r=0.6$ به دست آمده است. در این صورت مقدار آماره آزمون برای $p=0$: H_0 چقدر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۷/۵ (۳) ۱ (۴) ۱/۲۵

۶۹. اگر در یک اتوبان بین شهری در یک ماه ۱۲ تصادف رخ داده باشد و فرض گردد که تعداد تصادفات در این اتوبان از توزیع پواسون پیروی می کند، مقدار آماره آزمون $\lambda=16$: H_0 عبارت است از:

$$Z = -1 \quad (۱) \quad Z = -\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$Z = 1/25 \quad (۳) \quad Z = \frac{1}{4} \quad (۴)$$

۷۰. برای اندازه گیری تکرارپذیری بین دو بررسی برای متغیرهای رتبه ای کدام آزمون آماری مناسب می باشد؟

- (۱) کپا (۲) من ویتنی (۳) کروسکال والیس (۴) بارتلت

سال

۹۲-۹۳

پاسخنامه تشریحی

کارشناسی ارشد

آمار زیستی

ریاضی عمومی

۱. گزینه «۱»

$$y = \left| \frac{x \sin x}{x^2 + 2} \right|$$

می‌دانیم تابع $|x|$ در کلیه نقاط دامنه تعریف خود پیوسته است. دامنه توابع کسری نیز برابر است با:

$$D = \mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج}\}$$

$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2$$

۲. گزینه «۲»

$$x^5 + 4xy^3 - y^5 = 2, \frac{dy}{dx} = ?$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5x^4 + 4y^3}{5y^4 - 12xy^2}, y' = -\frac{f'_x}{f'_y}$$

۳. گزینه «۳»

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = ?$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x - \sin x}{x \sin x} \right] = \frac{0}{0} \xrightarrow[\text{H}]{\text{با استفاده از قاعده هوپیتال داریم}} \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1 - \cos x}{\sin x + x \cos x} \right] = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{H}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x} \right) = \frac{0}{2} = 0$$

۴. گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{1 + \tan x} = \frac{\infty}{\infty}$$

با استفاده از قاعده هسپیتال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{1 + \tan x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\frac{1}{\cos^2 x}} = 1$$

یادآوری:

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x, \frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x \tan x, 1 + \tan^2 x = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

۵. گزینه «۱»

$$\int \sqrt{2x+1} dx$$

$$U = 2x + 1 \Rightarrow du = 2dx \Rightarrow \frac{du}{2} = dx$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \int \sqrt{2x+1} dx &= \frac{1}{2} \int \sqrt{u} du = \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} du \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} u^{\frac{3}{2}} \right) = \frac{1}{3} u^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} (2x+1)^{\frac{3}{2}} + c \end{aligned}$$

۶. گزینه «۱»

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sec^2 x - 1) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} dx \\ &= \tan x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \left[\tan \frac{\pi}{4} - \tan 0 \right] - \left[\frac{\pi}{4} - 0 \right] = [1 - 0] - \frac{\pi}{4} = 1 - \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

۷. گزینه «۲»

می‌دانیم که:

$$f_e \cdot f_o = f_o \Leftarrow \begin{cases} f_o \leftarrow \text{تابع فرد} \\ f_e \leftarrow \text{تابع زوج} \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$h(x)$: پیوسته و تابع زوج

$\underbrace{h(x)}_{\text{تابع فرد}} \sin x$: تابع فرد است.

تابع فرد تابع زوج

۸. گزینه «۳»

$$\int_{-a}^a \underbrace{h(x)}_{\text{تابع زوج}} dx = 2 \int_0^a h(x) dx$$

$$\int_{-a}^a \underbrace{h(x)}_{\text{تابع فرد}} dx = 0$$

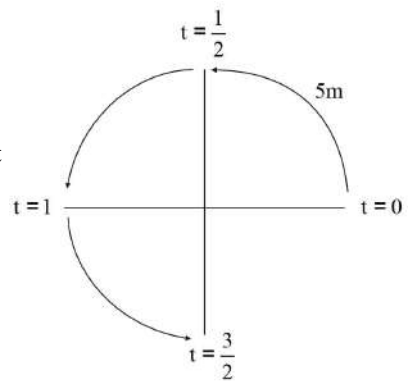
۹. گزینه «۳»

$$f'(t) = v(t) = \Delta \pi \cos \pi x \frac{m}{s}$$

$$f(t) = \int \Delta \pi \cos \pi x dt = \Delta \pi \int \cos \pi x dt = \frac{\Delta \pi}{\pi} \sin \pi t = \Delta \sin \pi t$$

$$t=0 \rightarrow x=0, t=\frac{1}{2} \rightarrow x=\Delta, t=1 \rightarrow x=0, t=\frac{3}{2} \rightarrow x=-\Delta$$

$$3 \times \Delta = 1.5$$



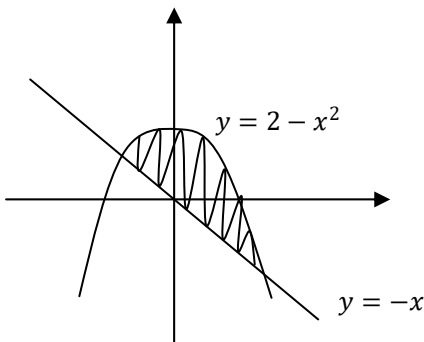
۱۰. گزینه «۴»

$$y = 2 - x^2, y = -x$$

۱۹

X	0	1	2
y	2	1	-2

محل تقاطع دو منحنی، نقاط $(2, -2)$ و $(1, 1)$ است. بنابراین داریم:



$$A = \left| \int_{-1}^2 [(2 - x^2) - (-x)] dx \right| = \left| \int_{-1}^2 [(2 - x^2 + x)] dx \right|$$

$$= \left| \left[2x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^2 \right| = \left| \left[\left(4 - \frac{8}{3} + \frac{4}{2} \right) - \left(-2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \right] \right| = \frac{9}{2}$$

آمار ریاضی و احتمال

۱۱. گزینه «۴»

بر اساس روابط بین توزیع‌ها اگر $Z_1, \dots, Z_n$ یک نمونه تصادفی متای از توزیع $N(0, 1)$ باشند،

$$U = \frac{Z_1}{Z_2} \sim C(0, 1) \text{ هم‌چنین } V = \frac{Z_1}{|Z_2|} \sim C(0, 1).$$

۱۲. گزینه «۳»

با استفاده از نامساوی چبیشف می‌دانیم:

$$P(|X - E(X)| < K\sigma) > 1 - \frac{1}{K^2}$$

با توجه به این نامساوی داریم:

$$P(|X - E(X)| < 0.1) > 0.9 \Rightarrow 1 - \frac{1}{K^2} = 0.9 \Rightarrow \frac{1}{K^2} = 0.1 \Rightarrow K^2 = 10.$$

از طرفی چون یک سکه سالم داریم، دارای توزیع $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ است. پس داریم:

$$\sigma^2 = np(1-p) = n\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{n}{4}$$

$$K^2 \sigma^2 = 0.1 \Rightarrow 10 \times \frac{n}{4} = 0.1 \Rightarrow n = 0.04.$$

۱۳. گزینه «۱»

بر اساس تعریف sup، می‌دانیم که $\sup$ کوچک‌ترین کران بالا می‌باشد. لذا بر اساس نامساوی مارکوف داریم:

$$P(X \geq a) \leq \frac{E(X)}{a}$$

از طرف دیگر اگر $Y = aX + b$ ، آن‌گاه $M_Y(t) = e^{bt} M_X(at)$ در این جا $Y = a^{-1}X$ و خواهیم داشت:

$$M_Y(t) = M_X(a^{-1}t) = e^{-at} M_X(t)$$

۱۴. گزینه «۳»

برای رسیدن به تابع مولد گشتاور XY داریم:

$$E(e^{tXY}) = \int_0^\infty \int_0^\infty x e^{txy} e^{-xy-x} dy dx = \int_0^\infty x e^{-x} dx \int_0^\infty e^{xy(t-1)} dy$$

$$= \int_0^\infty x e^{-x} dx \left[\frac{1}{x(t-1)} e^{xy(t-1)} \right]_0^\infty = \frac{1}{(t-1)} \int_0^\infty e^{-x} dx (\infty - 1)$$

$$= \frac{1}{(t-1)} e^{-x} \Big|_0^\infty = \frac{1}{(t-1)} = (t-1)^{-1}$$

۱۵. گزینه «۲»

$$X \sim N(0, \tau) \quad E(X^2) = ? \Rightarrow Z = \frac{X}{\sqrt{\tau}} \sim N(0, 1) \Rightarrow$$

$$Y = Z^2 = \frac{X^2}{\tau} \sim \chi^2_{(1)} \Rightarrow X^2 = \tau Y \Rightarrow X^2 = \tau Y^2$$

$$E(X^2) = E(\tau Y^2) = \tau E(Y^2) = \tau \left[\text{Var}(Y) + E^2(Y) \right] = \tau(2 + 1^2) = 3\tau$$

یادآوری:

$$X \sim \chi^2_{(n)} \Rightarrow E(X) = n, \text{Var}(X) = 2n$$

۱۶. گزینه «۳»

$$f(x) = \frac{x}{12}; 1 < x < a, E(X) = ?$$

$$E(X) = \int_a^b f(x) dx$$

$$E(X) = \int_1^a x \frac{x}{12} dx = \frac{1}{12} \int_1^a x^2 dx = \frac{1}{12} \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^a$$

$$= \frac{1}{12} \left[\frac{a^3}{3} - \frac{1}{3} \right] = \frac{a^3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{a^3 - 1}{36}$$

۲۱

از طرفی می‌دانیم که:

$$f(x) = \int_1^a \frac{x}{12} dx = 1 \Rightarrow$$

$$\frac{x^2}{24} \Big|_1^a = 1 \Rightarrow \frac{a^2}{24} - \frac{1}{24} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a^2 - 1}{24} = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = \pm 5 \Rightarrow a = 5$$

در نتیجه داریم:

$$E(X) = \frac{a^3 - 1}{36} \xrightarrow{a=5} E(X) = \frac{5^3 - 1}{36} = \frac{124}{36} = \frac{31}{9}$$

۱۷. گزینه «۲»

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda e^{-\tau(x+\tau y)} & x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{other place} \end{cases}, \quad E(X|Y) = ?$$

$$f(x, y) = \lambda e^{-\tau(x+\tau y)} I_{(0, \infty)}(x) I_{(0, \infty)}(y) = \left[\tau e^{-\tau x} I_{(0, \infty)}(x) \right] \left[\tau e^{-\tau^2 y} I_{(0, \infty)}(y) \right]$$

پاسخنامه تشریحی سال ۹۳-۹۲

بنابراین متغیرهای X و Y از هم مستقل می‌باشند. پس:

$$f_X(x) = re^{-rx} I_{(0, \infty)}(x) \Rightarrow X \sim E(r)$$

$$f_Y(y) = re^{-ry} I_{(0, \infty)}(y) \Rightarrow Y \sim E(r)$$

$$f_{X|Y}(x|y) = f_X(x) \Rightarrow E(X|Y) = E(X) = \frac{1}{r}$$

۱۸. گزینه «۴»

نکته: فرض کنید $X_1, \dots, X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $U(0, 1)$ باشند. آنگاه با فرض این که $X_{(i)}$ ، i امین آماره ترتیبی ($i = 1, \dots, n$) باشد، داریم:

$$X_{(i)} \sim \text{Beta}(i, n - i + 1)$$

بنابراین توزیع بزرگ‌ترین آماره ترتیبی ($X_{(n)}$) بتا با پارامترهای n و ۱ خواهد بود.

$$X_{(n)} \sim \text{Beta}(n, 1)$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$X \sim \text{Beta}(\alpha, \beta) \Rightarrow E(X) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$E(X_{(n)}) = \frac{n}{n + 1}$$

۲۲ ۱۹. گزینه «۱»

روش اول:

$$E(e^{F(x)}) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{F(x)} f(x) dx = e^{F(x)} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = e^{F(+\infty)} - e^{F(-\infty)} = e - 1$$

روش دوم:

نکته: اگر X متغیر تصادفی پیوسته با تابع توزیع تجمعی F باشد، متغیر تصادفی Y را به صورت $Y = F(X)$ تعریف می‌کنیم. آن‌گاه Y دارای توزیع یکنواخت روی فاصله $(0, 1)$ است. یعنی:

$$Y = F(X) \sim U(0, 1)$$

با توجه به این نکته داریم:

$$Y \sim F(X) \sim U(0, 1), X \sim U(a, b)$$

$$M_Y(t) = \frac{e^t - e^0}{(1-0)t} = \frac{e^t - 1}{t}, M_X(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)t}; t \neq 0$$

$$\Rightarrow E[e^{F(x)}] = M_Y(t) \Big|_{t=1} = e - 1$$

یادآوری:

تابع مولد گشتاور متغیر تصادفی پیوسته X :

$$M_X(t) = E(e^{tx}) = \int e^{tx} f(x) dx$$

۲۰. گزینه «۳»

تابع مولد گشتاور داده شده همان تابع مولد گشتاور توزیع دوجمله‌ای می‌باشد.

$$X \sim \text{Bin}(n, p), M_X(t) = (q + pe^t)^n; q = p - 1$$

بنابراین داریم:

$$M_X(t) = (0/25e^t + 0/75)^5; p = 0/25, n = 5 \Rightarrow X \sim \text{Bin}(5, 0/25)$$

$$\Rightarrow P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0)$$

$$= 1 - \binom{5}{0} (0/25)^0 (1 - 0/25)^{5-0} = 1 - (0/75)^5$$

۲۱. گزینه «۴»

$$X \sim P(\lambda = 3), E(X) = 3 = \lambda$$

$$X \sim P(\lambda), f_X(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; x = 0, 1, \dots, \lambda > 0$$

$$P(X = 6) = \frac{e^{-3} 3^6}{6!} = \frac{e^{-3} 729}{720} = e^{-3} \frac{81}{80}$$

۲۲. گزینه «۲»

$$X \sim P(\lambda = 2), E(X) = \lambda = 2$$

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4), f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, \dots, \infty$$

$$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)]$$

$$= 1 - \left[\frac{e^{-2} 2^0}{0!} + \frac{e^{-2} 2^1}{1!} + \frac{e^{-2} 2^2}{2!} + \frac{e^{-2} 2^3}{3!} + \frac{e^{-2} 2^4}{4!} \right]$$

$$= 1 - e^{-2} \left[\frac{2}{2} + \frac{2}{1} + \frac{2}{1} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \right] = 1 - \frac{21}{3} e^{-2} = 1 - 7e^{-2}$$

۲۳. گزینه «۲»

$$P(A) = 0/2, P(A \cup B) = 0/4, P(A|B) = 0/2$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B)P(A|B) = P(B) \times 0/2$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/2 + P(B) - P(B) \times 0/2$$

$$= 0/2 + P(B)[1 - 0/2] = 0/2 + 0/8 P(B) = 0/4 \Rightarrow P(B) = \frac{0/2}{0/8} = 0/25$$

۲۴. گزینه «۴»

احتمال این که فقط شخص A دارای جواب مثبت باشد، برابر است با:

$$P(A^+) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

از طرفی رابطه زیر برقرار است:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

چون A یا B حتما جواب مثبت دارند، لذا $P(A \cup B) = 1$ و داریم:

$$-1 + 0/7 + 0/4 = P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0/1 \Rightarrow P(A - B) = 0/7 - 0/1 = 0/6$$

۲۵. گزینه «۴»

احتمال این که افراد دارای افسردگی خفیف باشند، برابر است با $p = \frac{n}{N} = \frac{5}{15}$. در نتیجه می‌توان محاسبه نمود که در یک

نمونه ۶ نفری، $np = 6 \times \frac{1}{3}$ ، ۲ نفر به صورت متوسط دارای افسردگی خفیف هستند.

۲۶. گزینه «۲»

$$X \sim \text{Bin}(n=3, p=\frac{1}{4})$$

P (هر سه بار تشخیص صحیح باشد) =

$= 1 - p$ (هر سه تشخیص صحیح نباشد) $= 1 - p$ (هیچ تشخیص صحیح نباشد)

$$= 1 - p(X=0)$$

$$= 1 - \binom{3}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$= 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

۲۷. گزینه «۴»

اگر A معرف مثبت بودن آزمایش اضطراب و B معرف ابتلا به اضطراب باشد، براساس فرمول بیز داریم:

$$P(B) = 0.3, P(\bar{B}) = 0.7, P(A|B) = 0.8, P(A|\bar{B}) = 0.2$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B) + P(A|\bar{B})P(\bar{B})} = \frac{0.8 \times 0.3}{0.8 \times 0.3 + 0.2 \times 0.7} = \frac{0.24}{0.24 + 0.14} = \frac{0.24}{0.38} = 0.63$$

۲۴

۲۸. گزینه «۱»

در این جا یک توزیع برنولی با $p = 0.1$ داریم و نحوه یا روش به دست آوردن احتمال این که سومین نفر اولین فردی باشد که دارای دیابت است، به صورت زیر است:

$$(0.1)^1 (0.9)^2 = 0.081$$

۲۹. گزینه «۳»

برای محاسبه این احتمال داریم:

$$P(X > 20) = \int_{20}^{\infty} \frac{10}{x^2} dx = -\frac{10}{x} \Big|_{20}^{\infty} = 0 + \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

۳۰. گزینه «۲»

برای به دست آوردن میانگین داریم:

$$E(X) = \int_0^1 (ax + bx^2) dx = a \frac{x^2}{2} + b \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} = \frac{3a + 2b}{6} = \frac{3}{5} \Rightarrow 15a + 10b = 18$$

با توجه به معادله به دست آمده می‌توان $a = 0.4$ و $b = 1/2$ را در نظر گرفت.

روش‌های آماری (طرح آزمایش‌ها - رگرسیون - نمونه‌گیری - آمار ناپارامتری)

۳۱. گزینه «۱»

درجه آزادی A برابر است با: $a - 1 = 3 \Rightarrow a = 4$.

و درجه آزادی AB نیز از طریق فرمول زیر به دست می‌آید:

$$(a-1)(b-1) = 3(b-1) = 3 \Rightarrow b = 2$$

و چون در آنالیز واریانس متعادل با تکرار، درجه آزادی خطا برابر است با $ab(m-1)$ ، که m نشان‌دهنده تکرار است. لذا داریم:

$$df_{\text{خطا}} = 4 \times 2 \times (4-1) = 24$$

۳۲. گزینه «۳»

وقتی از آزمون χ^2 جهت بررسی نیکویی برازش استفاده می‌شود، درجه آزادی آن برابر است با $k - m - 1$ ، که k تعداد طبقات است و m تعداد پارامترهای برآورده شده. لذا داریم:

$$k - m - 1 = 8 - 2 - 1 = 5$$

۳۳. پاسخ صحیح در گزینه‌ها نیست.

در این سوال آزمون t یک نمونه‌ای را داریم و حداقل حجم نمونه از طریق فرمول زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{\left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}} + Z_{1-\beta} \right)^2 S^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2} + \frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}^2}{2} = \frac{(2 + 1/65)^2 \times 9}{(3)^2} + \frac{(2)^2}{2} = 13 + 32 + 2 \approx 16$$

۳۴. گزینه «۴»

فاصله اطمینان برای میانگین به صورت زیر است:

$$\left(\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right)$$

$$(\bar{x} - 1, \bar{x} + 1) \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{100}} Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1 \Rightarrow Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 5$$

در نتیجه ضریب اطمینان باید برابر با ۱ باشد.

۳۵. گزینه «۲»

شیوه بلوک‌بندی عبارت است از انتخاب واحدها در بلوک‌های متفاوت به‌طوری که واحدهای درون هر بلوک همگن و واحدهای بلوک‌های مختلف متفاوت باشد. این ویژگی منجر به حذف اثر متغیر مخدوشگر می‌شود.

۳۶. گزینه «۲»

ضریب تغییرات Y به صورت $CV_Y = \frac{\sigma_Y}{\mu_Y}$ محاسبه می‌شود. لذا داریم:

$$E(Y) = 3E(Z) + 6 = 3(0) + 6 = 6, \text{Var}(Y) = 9\text{Var}(Z) = 9 \times 4 = 36 \Rightarrow CV_Y = \frac{6}{6} = 1$$

پاسخنامه تشریحی سال ۹۳-۹۲

۳۷. گزینه «۴»

مقدار صدک برابر است با $\mu + Z\sigma$ ، که Z عدد جدول متناظر با مقدار درصد است.

$$Z_{0.05} = -Z_{0.95} = -1/65$$

$$100 - 1/65 \times 10 = 100 - 16/5 = 83/5$$

۳۸. گزینه «۳»

می‌دانیم رابطه $R = \frac{r_{y_2} - r_{12}r_{y_1}}{\sqrt{1-r_{12}^2} \sqrt{1-r_{y_1}^2}}$ برقرار است، براساس اطلاعات سوال داریم:

چون $r_{12} > 0/5$ در نظر گرفته شده است با قرار دادن $r_{12} = 0/6$ داریم:

$$\sqrt{0/16} = \frac{r_{y_2} - (0/6)(0/6)}{\sqrt{1-0/36} \sqrt{1-0/36}} = \frac{r_{y_2} - 0/36}{0/64} \Rightarrow r_{y_2} = \sqrt{0/61} \times 0/64 + 0/36 = 0/85$$

چنانچه $r_{12} = 0/9$ در نظر گرفته شود:

$$\sqrt{0/16} = \frac{r_{y_2} - (0/9)(0/6)}{\sqrt{1-0/81} \sqrt{1-0/36}} = \frac{r_{y_2} - 0/54}{0/35} \Rightarrow r_{y_2} = \sqrt{0/61} \times 0/35 + 0/54 = 0/81$$

می‌توان به نتیجه رسید که با در نظر گرفتن مقدار تقریبی برای r_{y_2} ، r_{12} می‌تواند مقدار $0/6$ را اختیار کند.

۳۹. گزینه «۱»

۲۶

آزمون فریدمن برای طرح‌های درون گروهی (نمونه‌های وابسته) مناسب است. این آزمون معادل ناپارامتری آزمون تحلیل واریانس با اندازه‌های تکراری است و تعمیم آزمون ناپارامتری ویلکاکسون می‌باشد.

۴۰. گزینه «۲»

ضریب تعیین برابر است با $R^2 = \frac{SSR}{SST}$ و با استفاده از روابط در یک مدل رگرسیون داریم:

$$SST = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = S_{yy}$$

$$SSR = b_1^2 \left(\sum (x_i - \bar{x})^2 \right) = b_1^2 S_{xx}$$

لذا داریم:

$$SSR = 4 \times 100 = 400, S_y^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$\Rightarrow \sum (y_i - \bar{y})^2 = S_{yy} = (n-1)S_y^2 = 10 \times 80 = 800$$

$$R^2 = \frac{400}{800} = 0/5$$

۴۱. گزینه «۳»

جمله خطا به صورت $\varepsilon_i = y_i - E(y_i)$ تعریف می‌شود که مجهول است و جمله باقی‌مانده به صورت $e_i = y_i - \hat{y}_i$ تعریف می‌شود که معلوم است. از باقی‌مانده‌ها برای تشخیص این که آیا مدل رگرسیونی مدل مناسبی است یا خیر استفاده می‌شود. از ویژگی‌های باقی‌مانده‌ها داریم:

$$\sum_{i=1}^n e_i = 0, \sum_{i=1}^n X_i e_i = 0, \sum_{i=1}^n \hat{y}_i e_i = 0$$

مجموع مانده‌ها که با مقادیر متغیرهای پیشگو وزن‌دهی شده است یعنی $\sum_{i=1}^n X_i e_i$ ، همیشه برابر با صفر است.

۴۲. گزینه «۱»

خطای استاندارد ضرایب، دقت تخمین ضرایب را اندازه می‌گیرد که مقدار کم‌تر این معیار نشان‌دهنده دقت بیش‌تر است.

$$\text{Var}(b_0) = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right), \text{Var}(b_1) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

واریانس x برابر است با $S_X^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ که چون در مخرج کسرهای بالا قرار گرفته، اگر زیاد شود منجر به کاهش واریانس ضرایب می‌شود. همچنین $\bar{x} = 0$ نیز باعث بیش‌تر شدن مخرج کسرها و کوچک‌تر شدن واریانس می‌گردد.

۴۳. گزینه «۳»

p -مقدار کم‌ترین مقداری از α است که یافته آماره آزمون ممکن است موجب رد فرض H_0 گردد و اگر $P\text{-value} < \alpha \Rightarrow RH$. لذا زمانی که α از ۰/۰۵ به ۰/۱ افزایش پیدا کند، احتمال رد فرض H_0 نیز افزایش می‌یابد.

۴۴. گزینه «۴»

برای آزمون آماری $\sigma^2 = 64$: H_0 دو حالت وجود دارد: (۱) زمانی که μ معلوم است که $\frac{ns^2}{\sigma^2}$ تحت فرض H_0 دارای

توزیع $\chi^2(n)$ است. (۲) زمانی که μ مجهول است که $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ تحت فرض H_0 دارای توزیع $\chi^2(n-1)$ است. لذا در

این‌جا آماره آزمون با در نظر گرفتن مجهول بودن μ دارای توزیع $\chi^2(45)$ است.

۴۵. گزینه «۱»

به‌طور کلی تابع چگالی مشاهدات Y_i زمانی که جملات خطای مدل رگرسیونی نرمال است و مدل به صورت $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ است، به صورت زیر است:

$$L_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i}{\sigma} \right)^2 \right]$$

پاسخنامه تشریحی سال ۹۳-۹۲

تابع درستنمایی براساس ۳ پارامتر $\beta_0, \beta_1, \sigma^2$ به صورت زیر است:

$$L(\beta_0, \beta_1, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma^2)^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\right]$$

$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma^2)^{n/2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\right]$$

با مشتق گرفتن تابع درستنمایی نسبت به هر کدام از پارامترها می‌توان برآورد $\beta_0, \beta_1, \sigma^2$ را محاسبه نمود.

$$b_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}, b_0 = \frac{1}{n} \left(\sum Y_i - b_1 \sum X_i \right) = \bar{Y} - b_1 \bar{X}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}$$

در نتیجه برآورد درستنمایی A برابر است با $\bar{Y} - b_1 \bar{X}$.

۴۶. گزینه «۴»

در روش نمونه‌گیری لاهیری فرض کنید $n, i = 1, \dots, n$ ، $\max x_i = M$ ، مراحل به صورت زیر است:

(۱) انتخاب جفت اعداد تصادفی (i, j) که $1 \leq i \leq N$ و $1 \leq j \leq M$.

(۲) اگر $X_i \leq j$ ، آن‌گاه i امین واحد انتخاب می‌شود و در غیر این صورت جفت اعداد تصادفی دیگر انتخاب می‌شوند.

(۳) برای دستیابی به حجم نمونه n ، این فرآیند تا زمانی که n واحد انتخاب شوند، تکرار می‌شود.

احتمال انتخاب به صورت $\frac{1}{N} \cdot \frac{X_i}{M}$ است و احتمال عدم انتخاب یک واحد به

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{X_i}{M} \right) = \frac{1}{N} \left(N - \frac{N\bar{X}}{M} \right) = 1 - \frac{\bar{X}}{M}$$

صورت زیر تعریف می‌شود:

۴۷. گزینه «۲»

می‌دانیم که ضریب تعیین با افزایش متغیرهای مستقل افزایش پیدا می‌کند. با توجه به فرمول ضریب تعیین تعدیل شده داریم:

$$R_a^2 = 1 - \frac{n-1}{n-p} \cdot \frac{SSE}{SST}$$

اگر تعداد مشاهدات و تعداد پارامترها برابر باشند، یعنی $n = p$ در نتیجه $R_a^2 = 1$.

۴۸. گزینه «۳»

اگر $Y \sim U(a, b)$ باشد و واریانس آن به صورت V_1 تعریف شود، آن‌گاه اگر برد متغیر را به L قسمت مساوی تقسیم

$$\text{Var} = \frac{1}{3^2} \times S^2 = \frac{S^2}{9}$$

کنیم واریانس جدید به صورت $V_2 = \frac{1}{L^2} \times V_1$ تعریف می‌شود. در این‌جا داریم:

۴۹. گزینه «۴»

میانگین حسابی برابر است با $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{n}$ و میانگین هندسی $\bar{x}_G = \sqrt[n]{X_1^{f_1} X_2^{f_2} \dots X_k^{f_k}}$ و میانگین هارمونیک $\bar{x}_H = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{f_i}{x_i}$ چون میانگین ریشه‌ای رتبه r یعنی $M_r = \left(\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^r}{n} \right)^{1/r}$ تابعی صعودی از r است، با قرار دادن r برابر با -1 ، 0 و 1 در M_r می‌توان به نامساوی $\bar{x}_H \leq \bar{x}_G \leq \bar{x}$ دست یافت.

۵۰. گزینه «۴»

چون واریانس برابر با صفر است لذا تمامی مشاهدات با هم برابر است، لذا چون میانگین برابر با 12 است، پس میانه و مد نیز برابر با 12 خواهند بود.

۵۱. گزینه «۴»

اگر برآورد نسبتی به صورت $R_n = \frac{\bar{Y}_n}{\bar{X}_n}$ باشد، برای به دست آوردن اربیی این برآورد داریم:

$$\bar{Y}_n = R_n \times \bar{X}_n$$

$$E(R_n) - \frac{\mu_Y}{\mu_X} = E(R_n) - \frac{E(R_n \bar{X}_n)}{E(\bar{X}_n)} = -\frac{\text{Cov}(R_n, \bar{X}_n)}{\bar{X}_N}$$

۵۲. گزینه «۴»

در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری برآورد ناریب شیوع برابر با $\frac{9}{79} = \frac{n-1}{N-1}$ است.

۵۳. گزینه «۳»

در مقایسه‌های جفتی بین k گروه در آزمون کروسکال والیس سطح معنی‌داری برابر با $\frac{\alpha}{2k}$ است. این انتخاب برای سطح

معنی‌داری در مقایسه‌های جفتی باعث می‌شود سطح معنی‌داری برای کل مقایسات برابر با α باشد.

۵۴. گزینه «۱»

در نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری مقادیر نمونه از هم مستقلند و کوواریانس بین دو مقدار متفاوت نمونه صفر است، اما هنگامی که نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری باشد، کوواریانس بین دو مقدار متفاوت به

$$\text{Cov}(X_i, X_j) = -\frac{\sigma^2}{N-1}; i \neq j \text{ صورت } 1 \text{ است. لذا داریم:}$$

$$\text{Cov}(X_i, X_j) = -\frac{15}{15} = -1$$

۵۵. گزینه «۳»

از آن‌جا که نمونه‌ها به صورت تصادفی بدون جایگذاری انتخاب می‌شوند، لذا برای انتخاب نمونه ۳ عضوی از جامعه‌ای به

$$\text{حجم } 4, \text{ احتمال انتخاب هر } 3 \text{ عضو نمونه برابر با } \frac{3}{4} = P(A) \text{ است.}$$

۵۶. گزینه «۲»

در ترسیم نمودار مانده‌ها در برابر زمان ممکن است ۴ حالت زیر رخ دهد:
 (۱) مانده‌ها به صورت قیف مانند در طی زمان قرار می‌گیرند. < که نشان‌دهنده این است، واریانس ثابت نیست و به مرور زمان افزایش می‌یابد که باید تجزیه و تحلیل رگرسیون کم‌ترین توان‌های دوم موزون استفاده شود.
 (۲) یک نوار غیرافقی شیب‌دار که مربوط به خطای تجزیه و تحلیل است و دلیل آن می‌تواند حذف اشتباهی عامل β_0 از مدل باشد.
 (۳) مانده‌ها به صورت سهمی مانند قرار می‌گیرند. $\cap$ که مدل مناسب نیست و نیاز به جمله یا جملاتی اضافی در مدل است و یا نیاز به یک تبدیل مناسب است.
 (۴) چنانچه نمودار پراکنش یک خوشه بی‌الگو باشد، فرض وجود استقلال ε_i ها را القا می‌کند.

۵۷. گزینه «۴»

منظور از رابطه خطی در مدل رگرسیون، وجود رابطه خطی بین ضرایب است و نه بین متغیرهای مستقل. بر این اساس می‌توان مشاهده نمود هر ۴ مدل دارای رابطه خطی بین ضرایب می‌باشند.

$$y = e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2} \cdot \varepsilon \Rightarrow \ln y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ln \varepsilon \quad \checkmark$$

$$y = e^{\beta_0 + \frac{\beta_1}{x}} \cdot \varepsilon \Rightarrow \ln y = \beta_0 + \beta_1 x^{-1} + \ln \varepsilon \quad \checkmark$$

$$y = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon} \quad \checkmark \quad y = \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon}} \quad \checkmark$$

۵۸. گزینه «۲»

هر چه همبستگی بین مقادیر X و Y ضعیف‌تر باشد، پراکندگی نقاط مختصات بیش‌تر می‌شود و هر چه همبستگی قوی‌تر باشد، نمرات به خط رگرسیون نزدیک‌تر می‌شوند. اگر $r = 1$ باشد، همه نقاط روی خط رگرسیون قرار می‌گیرند. خط رگرسیون در نقطه $(\bar{X}, \bar{Y})$ دارای مقداری خطای برازش برابر با صفر است. لذا داریم:

$$(\bar{X}, \bar{Y}) = (3, 6)$$

۵۹. گزینه «۱»

با استفاده از روابط موجود برای رگرسیون داریم:

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X}, SSR = b_1^2 S_{XX} \Rightarrow b_1 = \sqrt{\frac{SSR}{S_{XX}}}, SST = SSR + SSE$$

$$SST = S_{YY} = (n-1)S_Y^2 = 19 \times 150 = 2850, S_{XX} = (n-1)S_X^2 = 19 \times 25 = 475$$

$$SSR = SST - SSE = 2850 - 50 = 2800$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{2800}{475}} = \begin{cases} b_1 = 2/43 \\ b_1 = -2/43 \end{cases}, b_0 = \begin{cases} 4 - 2/43(2) = -0/86 \\ 4 + 2/43(2) = 8/86 \approx 8 \end{cases}$$

۶۰. گزینه «۳»

در تحلیل رگرسیون از نمودار مانده‌ها در ۳ جایگاه متفاوت استفاده می‌شود که هر کدام ویژگی خاصی را بررسی می‌کند. نمودار مانده‌ها در برابر ترتیب زمان برای بررسی استقلال مانده‌ها استفاده می‌شود. نمودار مانده‌ها در برابر مقدار پیش‌بینی‌شده $(\hat{Y}_i)$ برای بررسی یکسان بودن واریانس خطاها به کار می‌رود و نمودار مانده‌ها در برابر متغیر مستقل می‌تواند برای بررسی ثبات واریانس خطا و همچنین بررسی خطی بودن استفاده شود و انحراف از خطی بودن را مشخص می‌کند.

۶۱. این سوال حذف شده است.

۶۲. گزینه «۳»

واریانس برآوردکننده رگرسیونی برابر است با:

$$\text{Var}(\bar{Y}_d) = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N} \right) S_Y^2 (1 - \rho^2) = \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{100} \right) 5 (1 - 0.64) = \frac{4}{100} \times 5 \times \frac{36}{100} = 0.072$$

۶۳. گزینه «۴»

تخصیص متناسب براساس قاعده $\frac{n_h}{n} = \frac{N_h}{N}$ می باشد. بر این اساس داریم:

$$\frac{N_h}{N} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}, \frac{n_1}{14} = \frac{1}{7} \Rightarrow n_1 = 2, \frac{n_2}{21} = \frac{1}{7} \Rightarrow n_2 = 3$$

$$\binom{14}{2} \binom{21}{3} = 91 \times \binom{21}{3}$$

تعداد نمونه های ممکن برابر است با:

۶۴. گزینه «۲»

در آنالیز واریانس دوطرفه درجه آزادی اثر متقابل از حاصلضرب تعداد فاکتور اول - ۱ و تعداد فاکتور دوم - ۱ به دست می آید و زمانی که تعداد آزمودنی ها را داشته باشیم، تعداد آزمودنی ها - تعداد تیمارها می شود. لذا درجه آزادی برابر است با:

$$[(r-1)(c-1), (n-rc)]$$

۶۵. گزینه «۱»

چون در جدول توافقی $Z = (X, Y, Z)$ یک متغیر مخدوشگر است، استقلال X و Y به این مفهوم است که دو متغیر X و Y باید در سطوح مختلف Z مستقل باشند.

۶۶. گزینه «۳»

افراد مراجعه کننده به بیمارستان یا بستری شده و یا بستری نمی شوند. در نتیجه متغیر دو حالتی داریم که دارای توزیع دوجمله ای است که برای n های بزرگ دارای توزیع $N(0,1)$ است.

۶۷. گزینه «۱»

اگر جفت (X, Y) دارای توزیع نرمال استاندارد باشد و ضریب همبستگی آن ها $\rho = 0$ باشد، آن گاه X و Y مستقل اند اگر و فقط اگر $\rho = 0$ باشد.

۶۸. گزینه «۲»

با استفاده از تبدیل فیشر برای $n \geq 25$ داریم:

$$W = \frac{1}{2} \ln \frac{1+R}{1-R}, \mu_W = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\rho}{1-\rho}, \sigma_W^2 = \frac{1}{n-3}$$

به طور تقریبی $Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W} \sim N(0,1)$. اما در حالت خاصی که X و Y هر دو نرمال و مستقل

باشند $V = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$ دقیقاً دارای توزیع $T(n-2)$ است که این آزمون معادل با آزمون $\rho = 0$ است. H_0 : $\rho = 0$ است. لذا داریم:

$$V = \frac{0.6\sqrt{102-2}}{\sqrt{1-0.36}} = \frac{6}{0.8} = 7.5$$

در توزیع پواسن مقدار میانگین و واریانس به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}; x = 0, 1, \dots \Rightarrow E(X) = \lambda, \text{Var}(X) = \lambda$$

در نتیجه آماره آزمون برای فرض $H_0: \lambda = 16$ زمانی که متغیر دارای توزیع پواسن $\lambda = 12$ است، برابر است با:

$$E(X) = 16, \text{Var}(X) = 16 \Rightarrow Z = \frac{12 - 16}{\sqrt{16}} = \frac{-4}{4} = -1$$

۷۰. این سوال حذف شده است.

بانک سوالات

جمع آوری سوالات کنکور کاردانی به کارشناسی
کارشناسی ارشد و دکتری به صورت فصل بندی شده

سوالات تألیفی

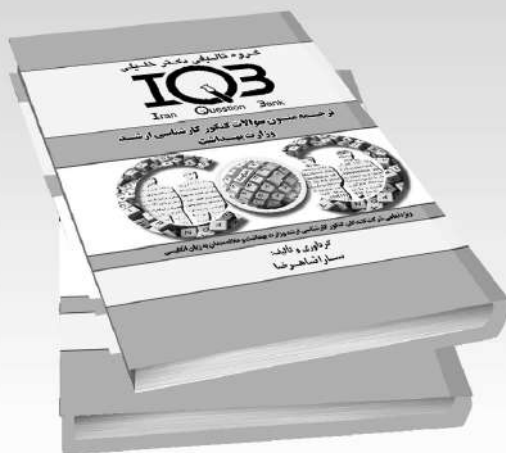
تألیف سوالات مشابه کنکور

جامع

حاوی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع

الگوریتم

چکیده‌ی تمامی مطالب و نکات لازم
برای کنکور براساس منابع



دریافت نمونه‌ی کتاب به صورت رایگان



www.agkins.com

شماره تماس با نمایندگی‌های فعال و رسمی آناهید گستر خلیلی

نمایندگی	شماره تماس	نمایندگی	شماره تماس
اراک (آقای حسینی)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۵۰	سیزوار (آقای شریفان)	۰۹۱۰۱۷۱۱۸۷۲
اردبیل (خانم عاصمی‌زاده)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۸	شاهرود (آقای سلمانی)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۱
ارومیه (آقای آرمیون)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۱	شهرکرد (خانم تقی‌پور)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۹
اسفراین (خانم اسماعیل‌زاده)	۰۹۱۹۶۳۲۱۸۵۲	شیراز (آقای فروردین/ خانم هوشمندی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۲
اصفهان (آقای کیانی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۰	فسا (خانم شعبانی)	۰۹۱۹۳۷۱۳۷۴۲
اهواز (آقای دکتر رضازاده)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۴	قزوین (خانم چگینی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۹
ایلام (آقای دکتر بوچانی)	۰۹۱۹۰۹۸۰۳۱۸	کرج (آقای دکتر علیرضایی)	۰۹۱۹۷۷۸۱۹۴۷
بروجرد (آقای احمدی‌صدر)	۰۹۱۹۶۸۵۳۱۱۶	کرمان (خانم ضمانتی‌یار)	۰۹۱۳۱۹۸۱۲۷۰
بم (خانم سرحدی‌نژاد)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۹	کرمانشاه (آقای ابراهیمی)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۸
بیرجند (آقای دکتر بهروان)	۰۹۱۹۵۹۰۷۲۰۳	کوهدشت (خانم یاریان)	۰۹۱۹۵۳۷۱۸۹۰
تبریز (خانم عاصمی‌زاده)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۴۷	گرگان (آقای شاه‌علی)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۷
جهرم (آقای یاعلی جهرمی)	۰۹۰۱۳۷۳۷۸۹۶	مراغه (آقای صمدی)	۰۹۱۹۵۷۳۳۱۷۹
جیرفت (خانم دکتر محمدی)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۰	مشهد (خانم دکتر شجاعی)	۰۹۹۱۳۷۱۳۷۴۴
خرم‌آباد (خانم میر)	۰۹۱۹۲۷۰۵۸۷۸	میاندوآب (آقای صمدی)	۰۹۱۹۵۷۳۳۱۷۹
رشت (خانم تنها)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۳	نیشابور (آقای موسوی)	۰۹۱۹۶۳۵۰۷۶۸
رفسنجان (آقای یوسفی)	۰۹۱۹۶۸۲۹۲۸۰	هرمزگان (آقای زارعی)	۰۹۱۹۵۷۳۳۲۸۴
زاهدان (آقای مهمان‌دوست)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۵	همدان (آقای سوری)	۰۹۱۹۵۷۳۰۱۵۵
زنجان (خانم دکتر هوشیار)	۰۹۱۹۲۷۰۵۸۷۱	یاسوج (آقای مرتضوی)	۰۹۱۹۵۹۰۷۲۰۴
ساری (آقای دکتر اکبری)	۰۹۱۹۷۷۸۱۹۴۴	یزد (خانم آزاد)	۰۹۱۹۹۱۰۱۲۴۳

بانک کتاب ناهید



«هر کتابی، از هر انتشاراتی را از ما بخواهید»

✓ جامع‌ترین بانک کتاب

✓ تحویل روزانه

✓ ارسال به تمامی نقاط کشور

✓ سفارش کتاب به‌صورت تلفنی و آنلاین

www.NIBS.ir



کتاب دانشگاهی، فنی و مهندسی، علوم پزشکی، علوم انسانی، عمومی،

ادبی، مذهبی، کمک آموزشی، کودک و نوجوان و کتاب نفیس

فروشگاه: تهران - خیابان انقلاب - روبه‌روی درب اصلی دانشگاه تهران

پاساژ فروزنده - طبقه همکف - پلاک ۳۳۱

تلفن: ۰۲۱ - ۶۶۴۸۹۳۷۵ - ۰۲۱ - ۶۶۴۸۹۳۴۹